

*Instituto de Física
USP*

Física V - 4300311

Aula 08

Professora: Mazé Bechara

Aula 08 – Oscilações nos sólidos com energias quantizadas

1. Distribuição de energias de MHS **supondo** energias quantizadas: $\varepsilon = n\varepsilon_0$, com $n=0,1,2,3..$ (proposta de Planck em 1900 – *nunca antes observada na Física!*);
 - (a) O valor média da energia nos movimentos uni e tridimensionais ;
 - (b) Calor específico molar a volume constante (variável “a baixas” temperaturas).

2. O modelo de Drude para a condução elétrica. O calor específico molar a volume constante de condutores e isolantes no entendimento atual.

3. Tudo o que você queria saber sobre temas do Tópico I mas AINDA não teve coragem de perguntar.

4. Apresentação do Tópico II: Fenômenos físicos e o caráter dual da radiação eletromagnética: onda e partículas – **os fótons.**

- ***5. O que é o corpo negro?***

Sistemas de muitos osciladores harmônicos unidimensionais com energias quantizadas

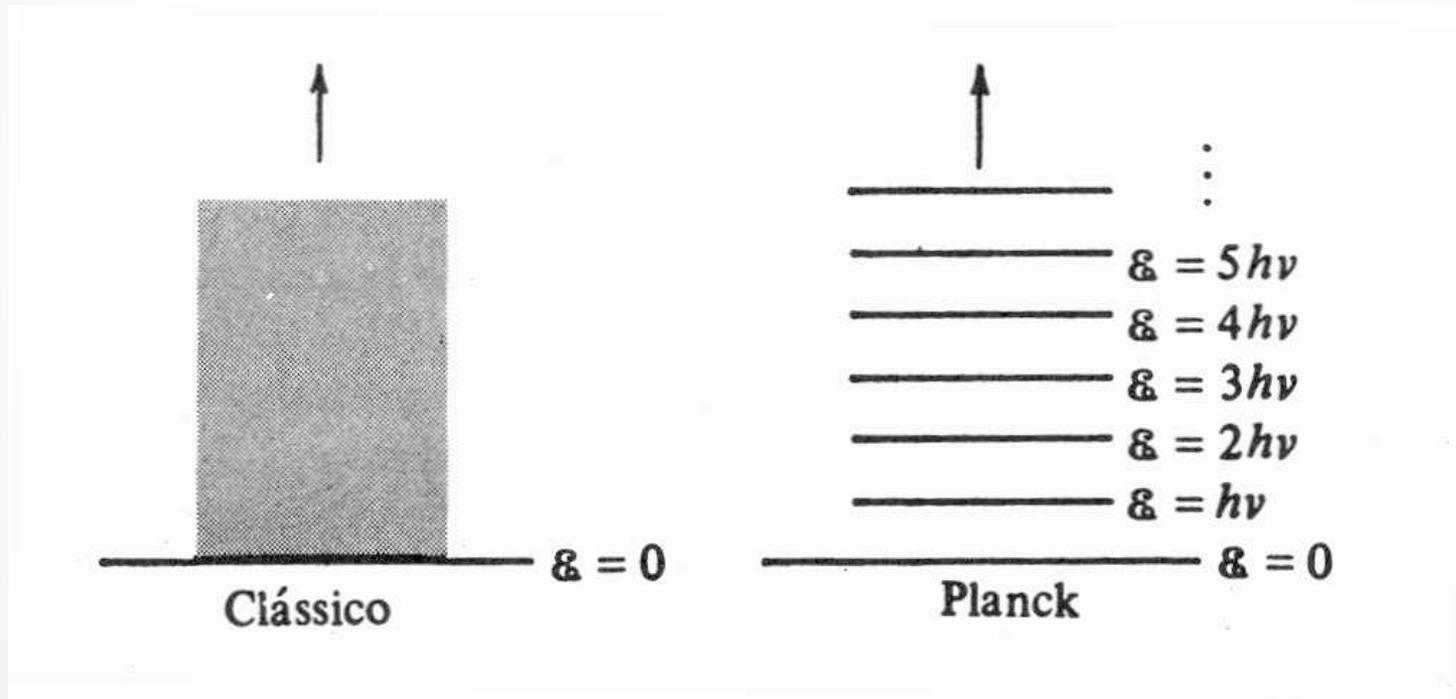
- **O ponto de partida – proposta de Planck (1900)** (a ser tratado nas próximas aulas e adotado por Einstein para os sólidos).

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}C_1x^2 = n_1\varepsilon_0 \quad n_1 = 0,1,2,3\dots$$

- **Por que? Por que a natureza física, surpreendendo o comportamento de oscilações macroscópicas é assim no interior da matéria?!**
- **Vamos ver ao que levaria tal “bárbara” proposta...**

Diagrama de energias de sistemas de muitos osciladores harmônicos unidimensionais – energias contínuas (osciladores clássicos) e discretas (proposta de Planck)

- O ponto de partida – proposta de Planck (1900): $\epsilon_0 = h\nu$



Sistema de muitos osciladores harmônicos unidimensionais com energias quantizadas (*dedução em aula*)

- A distribuição para energias discretas na teoria de Boltzmann:
- **Obs. Este tratamento foi feita por Einstein com base em proposta de Planck no qual $\varepsilon_0 = h\nu$.**

$$\varepsilon = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}C_1x^2 = n_1\varepsilon_0 \quad n_1 = 0,1,2,3\dots$$

$$f(\varepsilon_{n_1}) = \frac{dN(\varepsilon_{n_1})}{N} = Ae^{-\frac{n_1\varepsilon_0}{kT}} \quad \sum_{n_1=0}^{\infty} Ae^{-\frac{n_1\varepsilon_0}{kT}} = 1$$

$$A = \frac{1}{\sum_{n_1=0}^{\infty} e^{-\frac{n_1\varepsilon_0}{kT}}} \quad f(\varepsilon_{n_1}) = \frac{dN(\varepsilon_{n_1})}{N} = \frac{e^{-\frac{n_1\varepsilon_0}{kT}}}{\sum_{n_1=0}^{\infty} e^{-\frac{n_1\varepsilon_0}{kT}}}$$

Sistema de muitos osciladores harmônicos unidimensionais com energias quantizadas (*dedução em aula*)

- O valor da energia média:

$$\begin{aligned}
 \langle \varepsilon \rangle &= \sum_{n_1=0}^{\infty} n_1 \varepsilon_o f(\varepsilon_{n_1}) = \sum_{n_1=0}^{\infty} n_1 \varepsilon_o \frac{e^{-\frac{n_1 \varepsilon_o}{kT}}}{\sum_{n_1=0}^{\infty} e^{-\frac{n_1 \varepsilon_o}{kT}}} = \\
 &= \frac{\varepsilon_o e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}} + 2\varepsilon_o e^{-\frac{2\varepsilon_o}{kT}} + \dots + n\varepsilon_o e^{-\frac{n\varepsilon_o}{kT}} + \dots}{1 + e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}} + e^{-\frac{2\varepsilon_o}{kT}} + \dots + e^{-\frac{n\varepsilon_o}{kT}} + \dots} = \varepsilon_o e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}} \frac{1 + 2\varepsilon_o e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}} + \dots + (n-1)\varepsilon_o e^{-\frac{n\varepsilon_o}{kT}} + \dots}{1 + e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}} + e^{-\frac{2\varepsilon_o}{kT}} + \dots + e^{-\frac{n\varepsilon_o}{kT}} + \dots} = \\
 &= \varepsilon_o e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}} \frac{1 + e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}}}{\left[1 + e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}}\right]^2} = \frac{\varepsilon_o e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}}}{1 + e^{-\frac{\varepsilon_o}{kT}}} = \frac{\varepsilon_o}{e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}} + 1}
 \end{aligned}$$

O calor específico molar a volume constante de sistema de muitos osciladores tridimensionais quantizados

- **Valor médio da energia:**

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3\varepsilon_o}{e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}} - 1}$$

- **O calor específico molar a volume constante:**

$$c_v = N_o \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{\partial T} = \frac{3N_o \varepsilon_o^2 e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}}}{kT^2 [e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}} - 1]^2}$$

O calor específico molar a volume constante dos sólidos, segundo Einstein

- **O calor específico molar a volume constante com oscilações quantizadas:**

$$c_v = N_o \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{\partial T} = \frac{3N_o \varepsilon_o^2 e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}}}{kT^2 [e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}} - 1]^2}$$

Saiba demonstrar:

- 1. quando $T \rightarrow 0$, ou melhor: $kT \ll \varepsilon_o \Rightarrow c_v \rightarrow 0$.**
- 2. quando $T \rightarrow \infty$, ou melhor: $kT \gg \varepsilon_o \Rightarrow c_v \rightarrow 3R$, o resultado de Boltzmann, sem quantização da energia.**

c_v experimental na matéria sólida – atinge o valor constante em temperatura que depende do sólido (ϵ_0 na teoria)

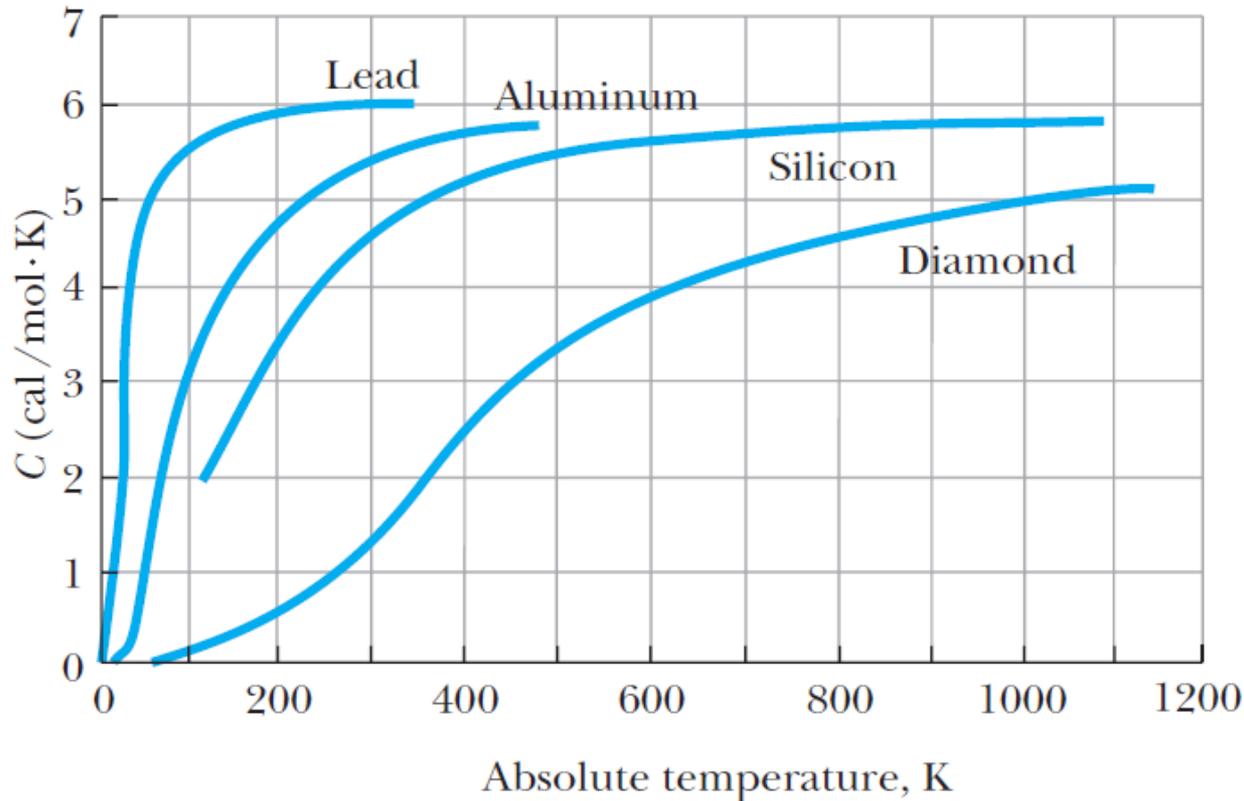


Figure 10.9 The dependence of specific heat on temperature for several solid elements.

Figura do Serway, Moses e Moyer.

c_v em diamante – T_E é a “temperatura de Einstein”

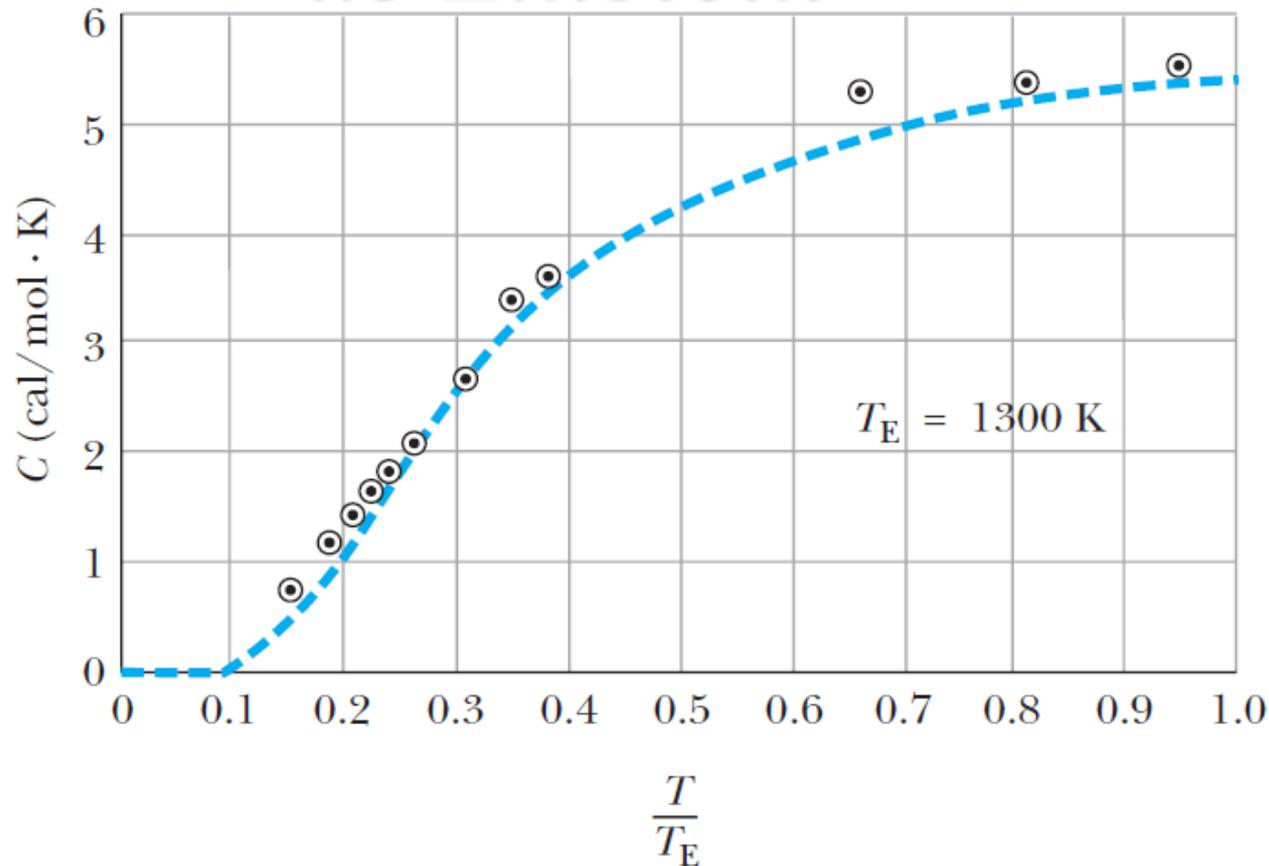
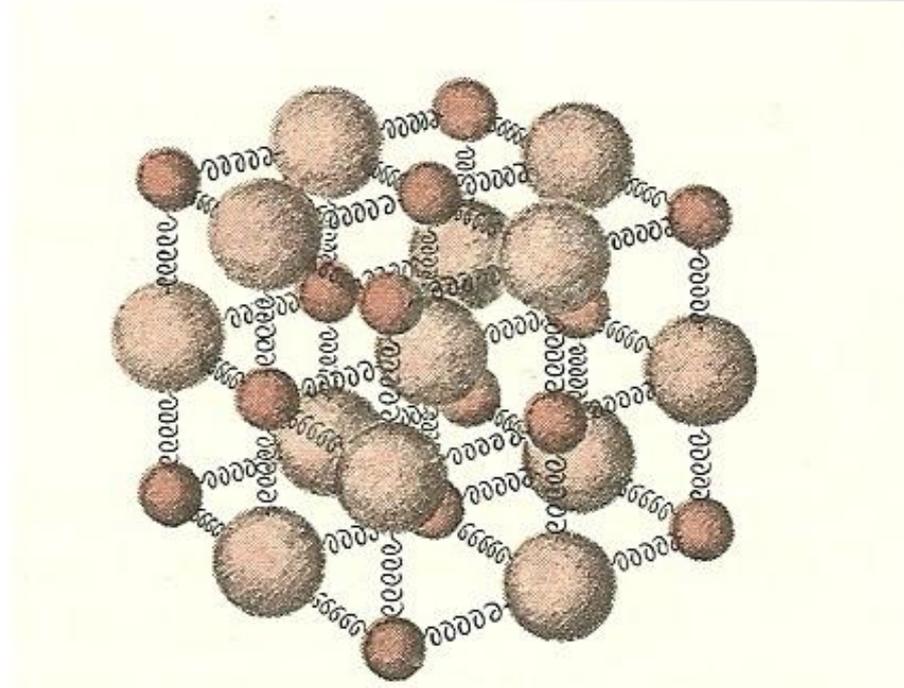


Figure 10.10 Einstein's specific heat formula fitted to Weber's experimental data for diamond. This figure is adapted from A. Einstein, *Ann. Physik.*, 4(22):180, 1907.

Figura do Serway, Moses e Moyer.

Modelo mecânico de matéria sólida cristalina

- **QUESTÃO:**
- **Este modelo é, no seu conhecimento, igual para sólidos não condutores e condutores?**
- **EXPLIQUE**



Modelo de Drude para a condução elétrica (1902)

Energia dos constituintes: íons que oscilam e elétrons de condução movendo-se livremente entre choques elásticos:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{ions} &= \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + \frac{1}{2}k_x x^2 + \frac{1}{2}k_y y^2 + \frac{1}{2}k_z z^2 \\ \mathcal{E}_e &= \frac{1}{2}m_e(v_{xe}^2 + v_{ye}^2 + v_{ze}^2)\end{aligned}$$

A energia média do sistema de N íons + N elétrons pelo teorema de equipartição seria dado por

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{9}{2}kT(?)$$

Este resultado não está de acordo com o experimental, que para todos os sólidos, condutores ou não, é 3R para amplo intervalo de temperatura. Falha na teoria de Boltzmann não se resolve só com a quantização da energia! Chegou-se ao limite de validade da estatística clássica! E agora?!

Limites da Mecânica estatística clássica

- **Resolvidos na Física no século XX com a Mecânica Estatística Quântica (veja Thornton & Rex, Cap. 9. Tratado na disciplina Física Moderna II)**
- ○ **spin dos constituintes definem outras estatísticas (quânticas) para sistemas de muitas partículas, que coincidem com a de Boltzmann em alguns limites.**
 - A estatística para os íons está no limite de validade da estatística clássica na temperatura ambiente.
 - Os elétrons seguem a estatística quântica de Fermi-Dirac, apropriada para partículas de número quântico de spin semi-inteiro, nas condições normais de temperatura e pressão e não estão no limite de coincidência com a estatística de Boltzmann.
 - Segundo tal estatística, o movimento dos elétrons de condução ($s=1/2$) é de aproximadamente 0,007% do efeito do movimento dos íons (positivos) nos sólidos condutores. **Daí a concordância do resultado experimental nos sólidos isolantes, mas também dos condutores com a previsão clássica, dentro de 0,007%!**

Tópico II: Fenômenos físicos e o caráter dual da radiação eletromagnética: onda e partículas – os fótons.

II.1 A radiação de um corpo real por efeito de temperatura e a radiação do corpo negro: resultados experimentais. O fracasso das previsões das teorias clássicas, eletromagnetismo e mecânica estatística clássica dos sólidos para descrever a emissão do corpo negro. A catástrofe do ultravioleta no tratamento teórico de Rayleigh e Jeans. **A proposta de Planck que permitiu a descrição das observações do corpo negro – o início da Física Quântica.**

II.2 A proposta do caráter corpuscular da radiação eletromagnética por Einstein - os fótons.

- Diferenças da quantização de Planck e de Einstein.
- O número de fótons por área e tempo que garante a compatibilidade entre as descrições ondulatória e corpuscular da radiação eletromagnética na intensidade da radiação eletromagnética monocromática e harmônica.

II.3 Fenômenos que evidenciam o caráter corpuscular da radiação:

- O **efeito fotoelétrico** com luz e ultravioleta;
- **Efeito Compton:** o espalhamento de raios-X e γ por matéria;
- A **produção e a aniquilação de pares** de partícula e sua antipartícula;
- O **espectro de raios-X** produzido na desaceleração de feixe de elétrons na matéria pesada.

II.4 A absorção e espalhamento dos raios-X e gama pela matéria – compatibilidade das descrições ondulatória e fotônica e o conceito de seção de choque. A competição entre os fenômenos de absorção: efeito fotoelétrico e produção de pares, **e de espalhamento:** sem (Thomson) e com (Compton) mudança no comprimento de onda. **A seção de choque de cada fenômeno e a total.**

Referências ao Tópico II

(veja no Guia de Trabalho)

- **Livros textos: Escolha! A leitura de pelo menos um deles é indispensável:**

1. *Física Quântica* do Eisberg e Resnick; Editora Campus Caps. 1 e 2.
2. *Notas de aulas* do Prof. Roberto Ribas (IFUSP), no seguinte endereço na Internet - <http://www.dfn.if.usp.br/~ribas/arquivos.html>; Caps. 2 e 3.
3. *Modern Physics for scientists and engineers* de Thornton & Rex; Copyright © 2000 by Saunders College Publishing; Cap. 3;

- **Outros textos:**

1. *Física Moderna* - Paul A. Tipler e Ralph A. Llewellyn (TL), terceira edição - traduzido para o português pela editora LTC, Cap. 3 (a partir do item 3.2);
2. *Modern Physics* de Serway, Moses e Moyer; 2ª edição da Saunders College Publishing; Cap. 2.
3. *Introduction to Atomic Physics* de Enge, Wehr e Richards, Copyright © 1972 by Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Cap. 3;

A Radiação do “Corpo Negro”

1.0 que é esta radiação de “corpo negro”?

2. Por que emite radiação?

3. Por que as aspas?

O que é a Radiação do “Corpo Negro”?

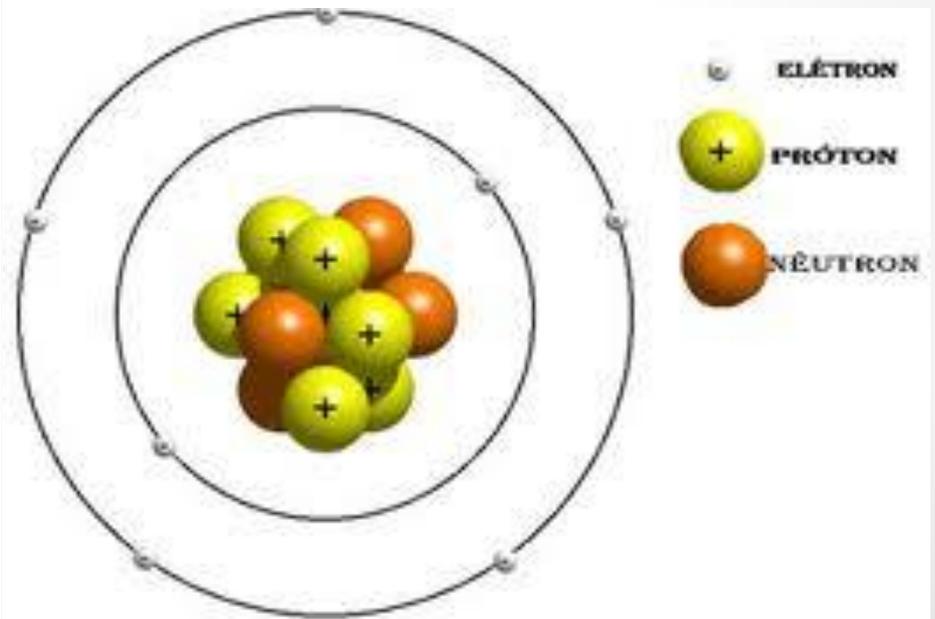
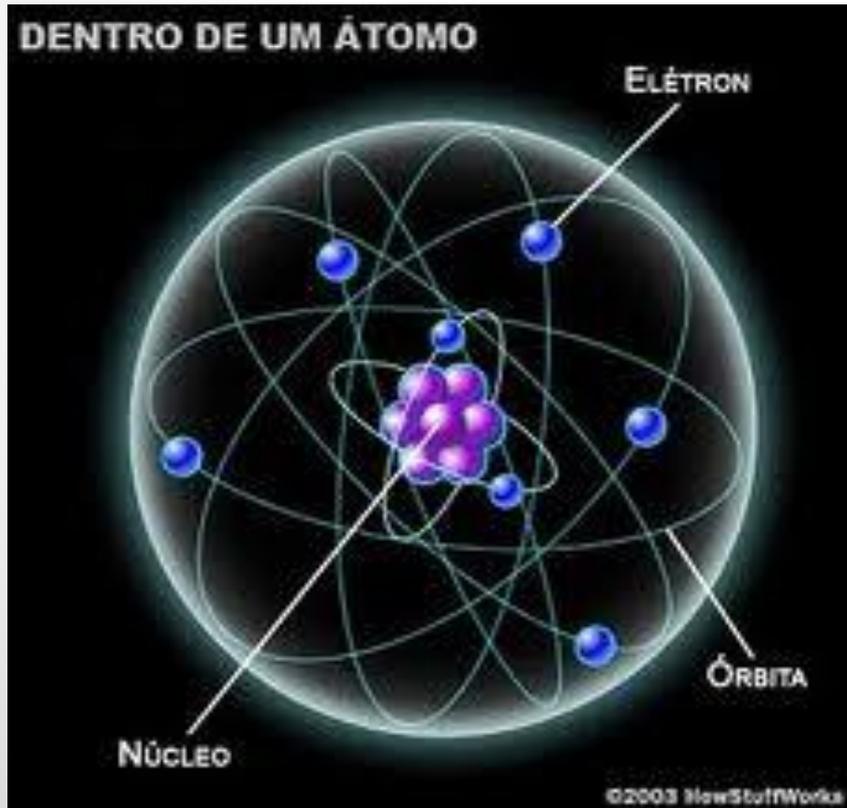
1. Radiação emitida por efeito de temperatura por um corpo perfeitamente opaco.

2. Porque os constituintes da matéria têm cargas com acelerações;

3. Nem sempre é preto.

O constituinte básico da matéria tem massa e carga

Átomos têm cargas e estão acelerando e desacelerando na matéria. Há emissão de ondas eletromagnéticas, diria Maxwell.



II.1 RADIAÇÃO DE CORPO NEGRO

um forno ideal 100% eficiente– corpo opaco com coeficiente de absorção = 1 = coeficiente de emissão=1. (Entenda isto!)

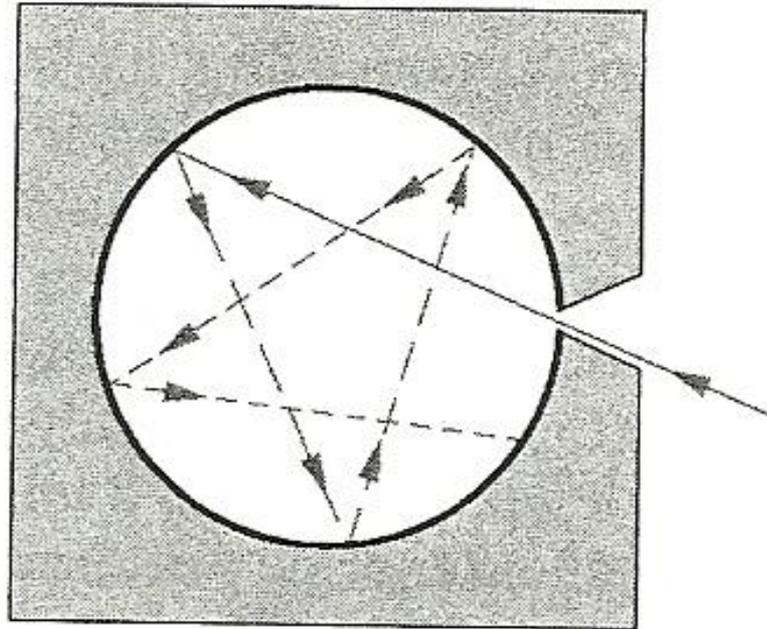


Fig. 3-8 Uma cavidade com um pequeno furo se comporta como um buraco negro ideal. A probabilidade de que um raio que entra na cavidade torne a sair pelo furo antes de ser absorvido pelas paredes é extremamente pequena.