GETEF - GRUPO DE ESTUDOS EM TECNOLOGIA DE ENSINO DE FÍSICA

FÍSICA AUTO-INSTRUTIVO FAI 2

- VETORES
- FORÇA E MOVIMENTO

edição SARAIVA

GETEF – GRUPO DE ESTUDOS EM TECNOLOGIA DE ENSINO DE FÍSICA

PROJETO FAI

Coordenadores

Fuad Daher Saad – Paulo Yamamura – Kazuo Watanabe

Autores

Fuad Daher Saad
Instituto de Física –USP
Prof. efetivo de Física
do Col. Est. "Anísio Teixeira"

Paulo Yamamura
Instituto de Física – USP
Prof. efetivo de Física
do Col. Est. "Idalina
Macedo da Costa Sodré"

Kazuo Watanabe
Instituto de Física – USP
Faculdade de Tecnologia
de São Paulo

Norberto Cardoso Ferreira
Instituto de Física – USP
Prof. efetivo de Física do
Col. Est. "Assis Chateaubriand"

Denitiro Watanabe
Instituto de Física – USP
Prof. efetivo de Física do Col. Est.
Prof. "Wolny Carvalho Ramos"

Dononzor Sella
Instituto de Física – USP
Colégio "Santa Cruz"

Dr. Iuda Dawid Goldman Lejbman
Instituto de Física – USP

Ms. João André Guillaumon Filho
Instituto de Física – USP

Ms. Yashiro Yamamoto
Instituto de Física – USP

Dr. Sadao Isotani
Livre Docente do
Instituto de Física – USP

Dr. Shozo Motoyama
Instituto de História – USP
Prof. efetivo de Física do
Col. Est. "Antônio Raposo Tavares"

Dra. Maria Amélia Mascarenhas Dantas
Instituto de História – USP

Marcelo Tassara
Faculdade de Comunicações e Artes – USP

Eda Tassara
Instituto de Psicologia – USP

Wilson Carron
Prof. efetivo de Física do Col. Est.
"Profa. Eugênia Vilhena de Moraes"
Ribeirão Preto

Cláudio Chagas
Prof. de Física do Col. Est.
Prof. "Wolny Carvalho Ramos"

Oziel Henrique Silva Leite
Instituto de Ciências Exatas e
Tecnológicas – UEM
(Maringá–PR)

José André Perez Angotti
Instituto de Ciências Exatas e
Tecnológicas – UEM
(Maringá–PR)

CAPÍTULO IV

Vetores

OBJETIVOS: Ao final deste capítulo, o estudante deve estar apto para:

a. definir grandezas vetoriais e escalares.

b. operar graficamente com vetores.

c. operar analiticamente com vetores.

Observar e analisar fenômenos naturais envolve a identificação de grandezas físicas pertinentes, através de suas múltiplas variações.

A fim de caracterizar as grandezas físicas, segundo definição matemática, define-se um elemento numérico dimensional.

Assim, grandezas como massa, comprimento, intervalo de tempo, volume, densidade, etc. são caracterizadas por meio de um número e a respectiva unidade de medida. Um número vezes a unidade é suficiente para identificar totalmente as grandezas acima, qualitativa e quantitativamente.

Entretanto, uma grandeza como a força não será possível ser identificada através de um simples número e uma unidade. Ela requer, além disso, uma direção, bem como um sentido, pelo qual atua sobre um objeto. Tais grandezas são denominadas **vetoriais**; são aquelas cujas operações entre as mesmas requer, além do uso das propriedades analíticas, as propriedades geométricas.

Grandezas como velocidade, aceleração, campo gravitacional e elétrico, momento magnético, etc. são do tipo vetorial.

Vemos, então, que para o estudo de diversos fenômenos físicos, o **vetor** (elemento fundamental de grandezas vetoriais) é essencial.

Desenvolveremos aqui, sem preocupações de análises matemáticas mais profundas, os conceitos e propriedades operacionais relativos a grandezas vetoriais, suficientes para o entendimento e a análise dos tópicos que desenvolveremos.

SEÇÃO 1 – GRANDEZA ESCALAR E GRANDEZA VETORIAL

1 ■ O frasco ao lado indica que em seu interior existe 20,0 cm^3 de um determinado líquido. Sempre que efetuamos a medida de uma grandeza física, encontramos seu valor. A grandeza a que nos referimos neste exemplo é o **volume** ocupado pelo líquido. O valor dessa ___________ é 20,0 cm^3.

****

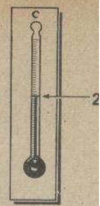
grandeza

2 ■ A medida da grandeza citada no item anterior (20,0 cm^3) é expressa por um número (20,0) vezes a unidade de medida (cm^3). Portanto, para especificar uma grandeza física, necessitamos de um número que expresse a quantidade medida e a correspondente ______________________.

****

unidade de medida

3 ■ O termômetro ao lado indica a temperatura de 25,0°C. A temperatura é uma grandeza expressa por um ________________ (25,0) vezes a ______________________________ (graus Celsius).



****

número; unidade de medida

4 ■ As grandezas físicas são sempre expressas por um ________________ multiplicado pela correspondente ______________________________.

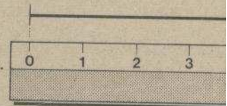
****

número; unidade de medida

5 ■ O relógio ao lado indica 5,0 h. A grandeza associada ao tempo é expressa pelo ________________ (5,0) multiplicado pela unidade de tempo (hora).

****

número



6 ■ 5,0 cm representa a medida do comprimento do segmento ao lado. A correspondente unidade de medida é o __________ .

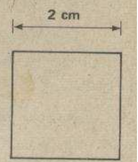
****

centímetro ou cm

7 ■ A velocidade de um carro é de 40,0 km/h. A grandeza associada à velocidade é expressa por um ______ (40,0) vezes a ________________________ .

****

número; unidade de medida km/h

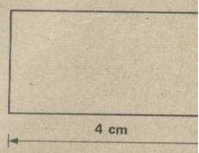


8 ■ A medida da área ao lado é ______________. Ela é expressa por um ______________ (4,0) vezes a unidade de medida (cm^2).

****

4,0 cm^2; número

9 ■ A área do retângulo ao lado é ____________.
A unidade de medida é o ____________.



****

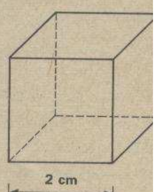
8 cm^2; cm^2

10 ■ Grandezas físicas, tais como: volume, temperatura, massa, comprimento, intervalo de tempo, veloc devem ser medidas sempre que quisermos determinar seus __________.

****

valores

11 ■ Determine o volume do cubo ao lado. Seu valor é ______________.
Portanto, para determinarmos o valor de uma ________________ física, devemos ____________ e exprimi-la por um ______________ vezes ______________________________ .



****

8 cm^3; grandeza; medi-la; número; a unidade de medida

12 ■ "Moro a 200 metros do Colégio." 200 metros é a distância ou o valor do comprimento de minha casa ao Colégio.

"Moro 200 metros **ao norte** do Colégio." 200 metros ao norte caracteriza a posição de minha casa em relação ao Colégio.

Em ambos os casos temos uma mesma __________ (200 metros), contudo, na segunda afirmação, além da distância, está caracterizada uma direção e um __________ .

****

distância; sentido

13 ■ Examine as afirmações: "Um barco desloca-se com velocidade de 20,0 km/h." e "Um barco desloca-se com velocidade de 20,0 km/h para leste." A segunda afirmação acrescenta duas informações a mais. São elas: a__________ (leste-oeste) ou (oeste-leste) e o __________ (leste) do deslocamento do barco.

****

direção; sentido

14 ■ Dois carros "cruzam-se" defronte à escola com velocidade de 20,0 km/h. Ambos os veículos (possuem; não possuem) velocidades de mesmo valor (20,0 km/h), a mesma direção, mas sentidos __________ .

****

possuem; contrários

15 ■ Examine as afirmações: "Um trem percorre 2,0 km." e "Um trem percorre 2,0 km **para sudeste**." O primeiro caso refere-se a uma **distância** e o segundo a um **deslocamento**. Ambos possuem o mesmo valor. A qual dos dois associamos direção e sentido? (distância; deslocamento)

****

deslocamento

16 ■ "2,0 km" é um comprimento ou uma distância. "2,0 km ao norte" é um deslocamento.

"400 m ao norte" é (um comprimento; um deslocamento).

****

um deslocamento

17 ■ Correlacione as colunas:

1. posição	( ) a. 6,0 km
2. distância (somente)	( ) b. sudeste
3. deslocamento	( ) c. 4,0 km a nordeste de São Paulo
4. direção e sentido	( ) d. 4,0 km para nordeste

****

(2) a; (4) b; (1) c; (3) d

18 ■ "300 metros para o norte" é um **deslocamento**. "300 metros ao norte de **minha casa**" caracteriza uma **posição**.

Para especificar uma posição é necessário um valor ou distância a uma __________ (minha casa), uma direção e um __________. O deslocamento é caracterizado por um valor ou distância, uma __________ e um __________. (É; Não é) necessário uma origem para caracterizar um deslocamento.

****

origem; sentido; direção; sentido; Não é

19 ■ Para caracterizar certas grandezas físicas, basta um número multiplicado pela correspondente unidade de me-da. Exemplos: comprimento, área, temperatura, volume, massa, etc. Afirmar que o comprimento de uma estra é igual a 60 km (é; não é) suficiente para especificar a grandeza comprimento da estrada.

****

é

20 ■ Ao afirmarmos que o comprimento de uma estrada é de 60 km, fornecemos seu ______________.

****

valor

21 ■ Para darmos a posição de um objeto, devemos estabelecer um ponto de referência. Feito isso, precisamos for cer a direção, o sentido e um número multiplicado pela unidade de comprimento. Portanto, apenas o núm multiplicado por uma unidade de comprimento (basta; não basta) para localizar um objeto.

****

não basta

22 ■ As grandezas que necessitam apenas de um número e da correspondente unidade de medida para caracterizá são denominadas **grandezas escalares.** As grandezas que exigem, além do número e da unidade, uma direç um sentido são chamadas **grandezas vetoriais**. O volume de um corpo representa uma grandeza __________ Um automóvel se desloca 20 km para o norte da cidade. O deslocamento é uma grandeza ____________

****

escalar; vetorial

23 ■ Uma grandeza que necessita apenas de um número e da correspondente unidade de medida para caracterizá- chamada ___________________ .

****

grandeza escalar

24 ■ Uma grandeza vetorial, além do número e da correspondente unidade de medida, possui ______________ ________________.

****

direção; sentido

25 ■ Classifique as seguintes grandezas em escalares ou vetoriais:

a) 3 km ___________________
b) 12,0 cm^2___________________
c) 10 m/s para leste _________________
d) 42° C ___________________
e) 2 kg ______________________
f) 20 km para o norte ____________________
g) 9,8 m/s^2 na direção do centro da Terra ______________

****

grandezas escalares: a, b, d, e; grandezas vetoriais: c, f, g

26 ■ As grandezas escalares necessitam apenas de _______________________________________ para caracteriz

****

um número vezes a correspondente unidade de medida

27 ■ Grandezas que necessitam, além de um número e da correspondente unidade de medida, também de uma direção e um sentido são chamadas ______________________ .

★★★★★★★★★★★★★

grandezas vetoriais

28 ■ Em Física, existem duas espécies de grandezas: as ________________ e as ____________________ .

★★★★★★★★★★★★★

escalares; vetoriais

SEÇÃO 2 – REPRESENTAÇÃO DE GRANDEZAS VETORIAIS: VETORES

1 ■ Representa-se geometricamente uma grandeza vetorial através de um segmento orientado, que denominamos **vetor.**

Portanto, um ____________________ ,que é chamado de _____________, é utilizado para representar uma grandeza _________________ .

★★★★★★★★★★★★★

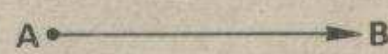
segmento orientado; vetor; vetorial

2 ■ Existem várias notações para indicar um vetor. A mais freqüente utiliza letras maiúsculas ou minúsculas, sobre as quais se coloca uma seta. Exemplos: $\vec{A}$, $\vec{b}$, $\vec{F}$, $\vec{v}$, etc. O vetor indicado ao lado é representado por __________.

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{K}$

3 ■ Podemos, também, usar duas letras maiúsculas encimadas por uma seta. A primeira letra corresponde à origem do vetor e a segunda à sua extremidade. Exemplos: $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{MN}$, etc. O vetor $\overrightarrow{AB}$ tem sua origem no ponto ______ e sua extremidade no ponto ________.



★★★★★★★★★★★★★

A; B

4 ■ Qual a notação correta para o vetor representado ao lado? ($\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DC}$)

★★★★★★★★★★★★★

$\overrightarrow{CD}$

5 ■ Em muitos casos, a representação de um vetor por meio de escalas é conveniente. Ao lado, o vetor $\vec{v}$ representa a velocidade de uma partícula que se desloca a 50 km/h. Tomamos a escala 1,0 cm : 10 km/h. O vetor tem um comprimento igual a ________ cm. Se a partícula estivesse animada da velocidade de 40 km/h, o vetor deveria ter um comprimento de _____________.

★★★★★★★★★★★★★

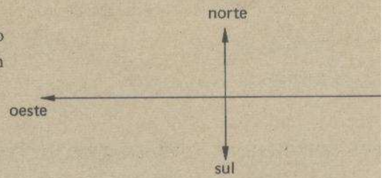
5,0; 4,0 cm

6 ■ Para representarmos um deslocamento de 6 km para leste, construímos, em escala, um vetor de 2 significa que cada ________________ está representado por 1 cm.

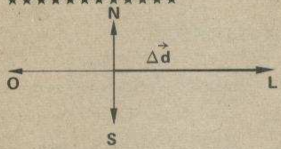
★★★★★★★★★★★★★

3 km

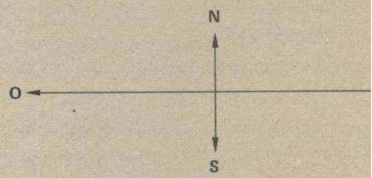
7 ■ Represente, na figura ao lado, o vetor deslocamento mencionado no item 6. Utilize uma escala 1 cm : 2 km e a simbologia $\Delta\vec{d}$.



★★★★★★★★★★★★★

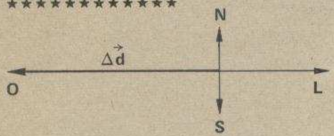


8 ■ Você realiza um deslocamento de 100 metros para oeste. Represente vetorialmente, na figura ao lado, seu deslocamento.

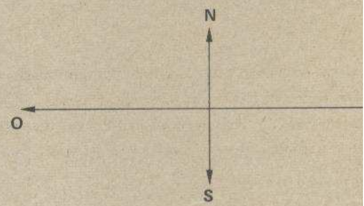


escala : 1 cm : 25 m

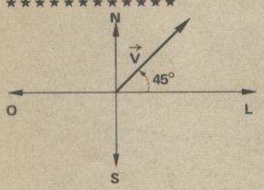
★★★★★★★★★★★★★



9 ■ Um avião movimenta-se à razão de 200 km/h para nordeste, fazendo um ângulo de 45° com o norte. Utilizando uma escala 1 cm : 100 km/h, construa, no espaço ao lado, o vetor que representa a velocidade do avião.



★★★★★★★★★★★★★



10 ■ O objeto desenhado na figura ao lado movimenta-se para a direita em movimento acelerado. O vetor sobre o objeto representa sua aceleração. A escala utilizada foi 1 cm : 1,0 m/s². O valor da aceleração do objeto é de ________________, para a direita.

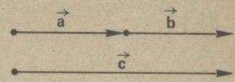
★★★★★★★★★★★★★

2,0 m/s²

SEÇÃO 3 – OPERAÇÕES COM VETORES: MÉTODO GRÁFICO

A – ADIÇÃO DE VETORES DE MESMA DIREÇÃO

1 ■ Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representam dois deslocamentos sucessivos na mesma direção e mesmo sentido. O vetor $\vec{c}$ representa o deslocamento resultante. Logo,

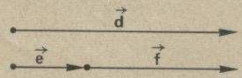


$\vec{c}$ = ________ + ________

****

$\vec{a}$; $\vec{b}$

2 ■



________ = ________ + ________

****

$\vec{d}$; $\vec{e}$; $\vec{f}$

3 ■ Uma pessoa caminha para noroeste com a velocidade de 0,5 m/s. Podemos representar esta grandeza vetorial (velocidade) através de um ________. O número multiplicado pela correspondente unidade de medida, ou seja, o valor da grandeza, é chamado **módulo** do vetor. Podemos representar o módulo do vetor velocidade citado neste item de duas maneiras:

$|\vec{v}|$ = 0,5 m/s (a letra que representa o vetor é colocada entre barras)

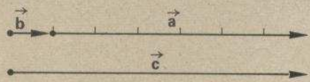
ou

v = 0,5 m/s (neste caso a seta é omitida da letra v).

****

vetor

4 ■ Um barco que possui a velocidade de 6 m/s em águas tranqüilas, **desce** um rio cuja **correnteza** possui a velocidade de 1 m/s. Podemos representar o vetor velocidade do barco por $\vec{a}$ e o vetor velocidade da correnteza do rio por $\vec{b}$. A velocidade resultante do barco será representada pelo vetor $\vec{c}$.



$\vec{a} + \vec{b}$ = ______

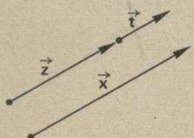
em módulo: $|\vec{a}| + |\vec{b}|$ = ______

ou 6 m/s + ______ = ______

****

$\vec{c}$; $|\vec{c}|$; 1 m/s; 7 m/s

5 ■

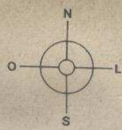


O vetor $\vec{x}$ representa o vetor soma ou resultante dos vetores $\vec{z}$ e ________.

****

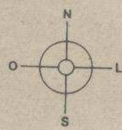
$\vec{t}$

6 ■ Um garoto caminha 50 metros para leste e, em seguida, mais 100 metros para leste. Represente vetorialmente o deslocamento de 50 metros.
Chame-o de $\vec{a}$ e utilize a escala 1 cm : 25 m.



****

7 ■ Represente agora o deslocamento de 100 metros realizado pelo garoto, mencionado no item 6. Utilize a mesma escala e represente-o por $\vec{b}$.



****

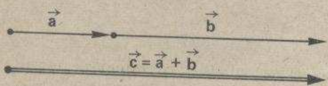
8 ■ Evidentemente, o deslocamento resultante do garoto foi de __________ para leste, pois ele realizou d mentos consecutivos de mesma direção e mesmo __________. O deslocamento resultante é a soma v dos deslocamentos. Para determinar o vetor que representa o deslocamento resultante, devemos construi vetor em seguida a outro e o vetor que representa a soma é aquele que vai do início do primeiro até a ex dade do último vetor.

****

150 m; sentido

9 ■ Represente graficamente a soma dos deslocamentos $\vec{a}$ e $\vec{b}$ realizados pelo garoto, utilizando a mesma escala. Represente a soma por $\vec{c}$.

****



10 ■ O vetor $\vec{c}$ tem comprimento igual a ________. Logo, o módulo de $\vec{c}$ será $|\vec{c}| = c =$ ________, pois cada tímetro equivale a __________.

****

6 cm; 150 m; 25 m

11 ■ Como, no exemplo acima, $\vec{a}$ e $\vec{b}$ possuem mesma direção e mesmo __________, o módulo de $\vec{c}$ pode ser ca lado pela expressão:

$$|\vec{c}| = c = |\vec{a}| + |\vec{b}|$$

Substituindo os valores, teremos: c = ____________________

****

sentido; c = 50 m + 100 m = 150 m

12 ■ O garoto caminha 50 metros para leste e, em seguida, 100 metros para oeste. Agora, o segundo deslocame realizado pelo garoto (é; não é) oposto ao primeiro.

****

é

13 ■ Não será difícil determinar o deslocamento resultante. Este terá módulo ou valor igual a ____________ dirigido para (leste; oeste).

****

50 m; oeste

14 ■ Vamos determinar o deslocamento resultante, utilizando vetores. Chame o primeiro de $\vec{a}$, o segundo de $\vec{b}$ e a soma ou o ____ de $\vec{c}$. Logo ($\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$; $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$).

****

deslocamento resultante; $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ (Apesar do segundo deslocamento ser contrário ao primeiro, o deslocamento resultante ou a soma é sempre representada, vetorialmente, pela soma.)

15 ■ A representação vetorial de $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ está indicada ao lado. A escala utilizada foi 1 cm : 25 m. O sentido do deslocamento resultante é para ____________

****

oeste

16 ■ A soma $\vec{c}$ tem módulo ________, pois seu comprimento é ________ e a escala utilizada foi 1 cm: ______. Seu sentido é para ________ e sua direção é (igual às; diferente das) direções de $\vec{a}$ e de $\vec{b}$.

****

50 m; 2 cm; 25 m; oeste; igual às

17 ■ No exemplo acima, os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são diretamente opostos. Neste caso, podemos calcular o módulo da soma da seguinte forma:

$$|\vec{c}| = c = |\vec{a}| - |\vec{b}|$$

Substituindo os valores, teremos:

$$c = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

****

c = 50m - 100m = - 50m (O sinal negativo significa que o vetor soma $\vec{c}$ é de sentido oposto ao vetor de módulo 50 m ou de mesmo sentido que o vetor de módulo 100 m.)

18 ■

$\vec{b}$ é o ____________________ ou resultante de $\vec{a}$ e $\vec{c}$.

****

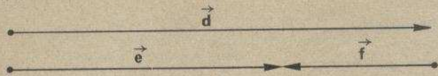
vetor soma

19 ■ Indique graficamente a seguinte soma vetorial:

$\vec{e} = \vec{d} + \vec{f}$, onde: d = 80 m; e = 50 m; f = 30 m.

(Especifique a escala usada.)

★★★★★★★★★★★★★



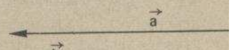
Neste caso, a escala é 1 cm:10 m

20 ■ O módulo do vetor soma do item anterior é $|\vec{e}|$ = __________.

★★★★★★★★★★★★★

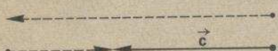
50 m

21 ■ Desenhe o vetor soma e escreva a igualdade correspondente à operação realizada:



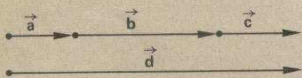
__________ = __________ + __________

★★★★★★★★★★★★★



$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

22 ■

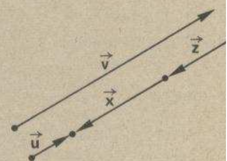


$\vec{d} = \vec{a} +$ __________ + __________

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{b}$; $\vec{c}$

23 ■



$\vec{u} =$ __________ + __________ + __________

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{v}$; $\vec{x}$; $\vec{z}$

24 ■ O vetor **resultante**, ou vetor soma, de dois ou mais vetores é um **único** vetor que produz o mesmo re desses vetores juntos. Portanto, um único vetor que produz o mesmo resultado de dois ou mais vetores é c __________ ou __________.

★★★★★★★★★★★★★

vetor soma; vetor resultante

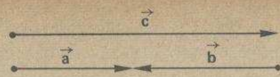
25 ■ Escolha a equação que descreve a situação abaixo:

a) $\vec{x} = \vec{z} + \vec{y}$
b) $\vec{y} = \vec{z} + \vec{x}$
c) $\vec{z} = \vec{x} + \vec{y}$
d) $z = x + y$

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{z} = \vec{x} + \vec{y}$

26 ■ O vetor $\vec{a}$ produz o mesmo resultado que _________ e _________ conjuntamente. Chamamos $\vec{a}$ de vetor resultante de _________ e _________.



* * * * * * * * * * * * *

$\vec{c}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$; $\vec{b}$

27 ■ Em todas as operações de adição vetorial realizadas até aqui, os vetores sempre possuiam a mesma direção, ou seja, o ângulo formado por eles era ou de 0^o ou de _________. Vamos operar, a seguir, com vetores que formam entre si ângulos quaisquer.

* * * * * * * * * * * * *

180^o

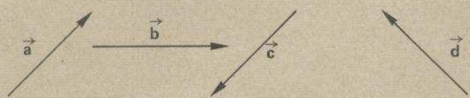
B – ADIÇÃO DE VETORES DE DIREÇÕES DIFERENTES

1 ■ Dois vetores possuem a mesma direção quando o ângulo formado por eles é igual a 0^o ou 180^o, isto é, quando possuem mesmo sentido ou sentidos opostos. Dois vetores possuem direções diferentes quando o ângulo formado por eles é (igual a; diferente de) 0^o ou 180^o.

* * * * * * * * * * * * *

diferente de

2 ■ Quais os vetores que possuem a mesma direção?



* * * * * * * * * * * * *

$\vec{a}$ e $\vec{c}$

3 ■ Uma pessoa caminha duas quadras para leste e, em seguida, três quadras para norte. Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representam tais deslocamentos. O deslocamento resultante é a soma vetorial de _________ e _________. Se simbolizarmos o vetor soma por $\vec{c}$, podemos escrever

$$\vec{c} = \_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_$$

* * * * * * * * * * * * *

$\vec{a}$; $\vec{b}$; ($\vec{a}$; $\vec{b}$) ou ($\vec{b}$; $\vec{a}$)

■ No item 3 acima, se cada quadra corresponder a 100 metros, a pessoa terá se deslocado _________ para leste e _________ para norte.

* * * * * * * * * * * * *

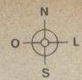
200 m; 300 m

■ O valor do deslocamento resultante é igual à distância do ponto origem ao ponto final. A distância é (sempre ; às vezes) o comprimento da linha reta que une dois pontos.

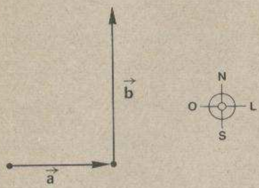
* * * * * * * * * * * * *

sempre

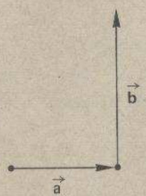
6 ■ Construa ao lado os deslocamentos $\vec{a}$ e $\vec{b}$, um em seguida ao outro, mantendo, para cada um, sua direção e seu sentido. Utilize uma escala 1 cm : 100 m



★★★★★★★★★★★★★



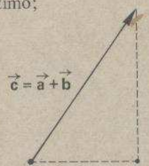
7 ■



O vetor soma $\vec{c}$ dos deslocamentos $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é aquele cuja origem é a ori
primeiro vetor e cuja extremidade coincide com a extremidade do (p
último) vetor.
Trace o vetor $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ no diagrama ao lado.

★★★★★★★★★★★★★

último;



8 ■ O valor ou o módulo do vetor que representa o deslocamento resultante é aproximadamente ________ o comprimento, em escala, do vetor $\vec{c}$ é aproximadamente 3,6 cm e cada 1 cm equivale a 100 m. Logo, $|\vec{c}| = c =$ ____________.

★★★★★★★★★★★★★

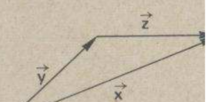
360 m; 360 m

9 ■ No exemplo visto acima, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ (vetorialmente) mas o módulo de $\vec{c}$ (pode; não pode) ser calcul expressão $c = a + b$ porque os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ ______________________________________.

★★★★★★★★★★★★★

não pode; não possuem mesma direção

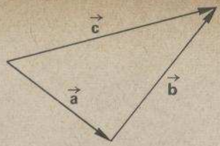
10 ■ $\vec{x}$ é a soma dos vetores __________ e _________ e produz o mesmo efeito dos dois vetores ($\vec{y}$ e $\vec{z}$) combinados.



★★★★★★★★★★★★★

$\vec{y}$; $\vec{z}$

11 ■

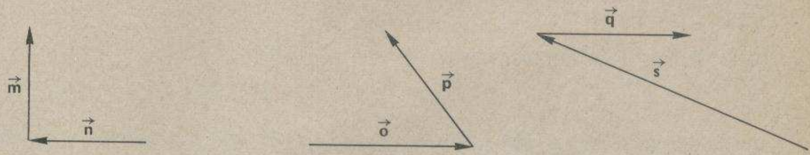


O vetor soma de $\vec{a}$ e ______________ é ________________ .

★★★★★★★★★★★★★

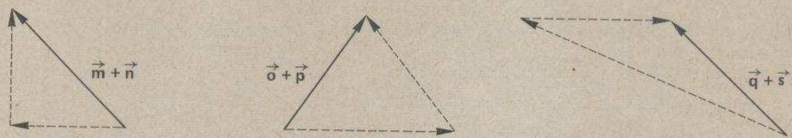
$\vec{b}$; $\vec{c}$

12 ■



Desenhe os vetores resultantes das somas indicadas.

★★★★★★★★★★★★★



13 ■ Um garoto realiza os seguintes deslocamentos sucessivos: a) 100 metros para oeste; b) 100 metros para o sul; c) 200 metros para leste. O deslocamento resultante é representado pelo vetor que une o ponto de partida ao ____________________.

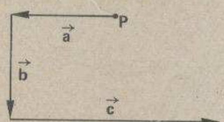
★★★★★★★★★★★★★

ponto de chegada

14 ■ A partir do ponto P ao lado, construa os vetores que representam os deslocamentos. Não se esqueça de que eles devem ser construídos um em seguida ao outro, mantendo, para cada um, sua direção e seu sentido. Utilize 1 cm : 50 m (Dados do item 13).

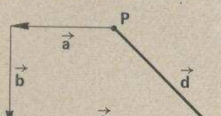
•P

★★★★★★★★★★★★★



15 ■ Volte ao diagrama vetorial que você acabou de construir no item 14 e construa o vetor que representa a soma dos 3 deslocamentos; represente-o por $\vec{d}$ e indique seu módulo.

★★★★★★★★★★★★★



$|\vec{d}| \cong 140$ m ou $d \cong 140$ m

16 ■ Represente $\vec{d}$ em função de $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ (item 15).

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

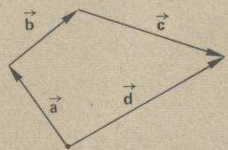
17 ■ O módulo do deslocamento resultante (é; não é) igual à soma dos módulos de cada deslocamento. Então caso, (podemos; não podemos) calcular o valor da soma vetorial pela expressão:

$$d = a + b + c$$

★★★★★★★★★★★★★

não é; não podemos (pois os vetores possuem diferentes direções)

18 ■

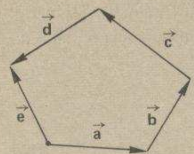


O vetor soma de $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ é ____________.

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{d}$

19 ■

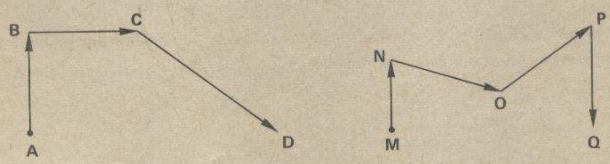


$\vec{e} =$ ____________________

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$

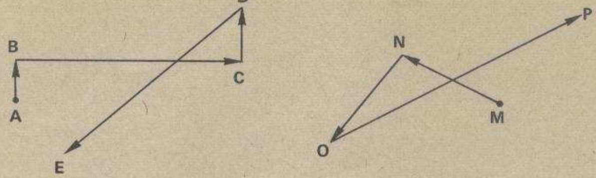
20 ■ Desenhe o vetor soma nos casos abaixo e escreva as equações correspondentes:



★★★★★★★★★★★★★

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ}$

21 ■ Desenhe o vetor soma nos casos abaixo e escreva as equações correspondentes:



* * * * * * * * * * * *

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OP}$

22 ■ Portanto, para representar o vetor soma de vários vetores consecutivos, basta desenhar a seta a partir da origem do primeiro vetor ao término do ____________________.

* * * * * * * * * * * *

último vetor

23 ■ Um vetor pode ser deslocado ao longo de sua direção ou paralelamente a si mesmo, sem sofrer alteração.

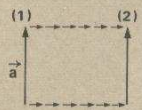


Fig. (I)

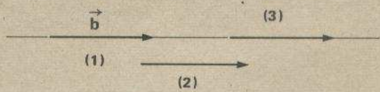


Fig.(II)

Na figura (I), o vetor $\vec{a}$ foi deslocado de uma posição (1) para outra (2). O vetor da posição (1) e o vetor da posição (2) (representam; não representam) um mesmo vetor.

* * * * * * * * * * * *

representam

24 ■ Na figura (II) do item 23, o vetor $\vec{b}$ foi deslocado ao longo de sua direção e na direção paralela. Tanto o vetor da posição (2) como o da posição (3) (representam; não representam) o mesmo vetor da posição (1).

* * * * * * * * * * * *

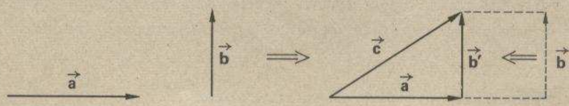
representam

25 ■ (Podemos; Não podemos) deslocar um vetor ao longo de sua direção ou paralelamente a si mesmo, sem alterá-lo.

* * * * * * * * * * * *

Podemos

26 ■ A propriedade enunciada no item anterior é útil para a realização de operações com vetores. Vamos efetuar a adição dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$.



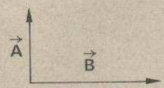
Deslocamos $\vec{b}$ paralelamente a si mesmo $\quad \vec{b} = \vec{b}'$

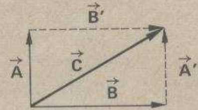
$\vec{a} + \vec{b}' = \vec{c} \quad \therefore \quad \vec{a} + $ ________ $= \vec{c}$

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{b}$

27 ■ Efetue a adição dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$:



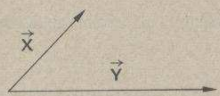


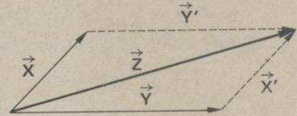
$\vec{A} = \vec{A}'$ e $\vec{B} = \vec{B}'$, logo, $\vec{B} + \vec{A}' = \vec{A} + \vec{B}' = \vec{A} + \vec{B} =$ ________________.

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{C}$

28 ■



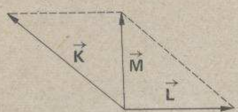


____________ $= \vec{Z}$

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{X} + \vec{Y}$

29 ■



$\vec{M} = \vec{K} +$ ________

★★★★★★★★★★★★★

$\vec{L}$

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

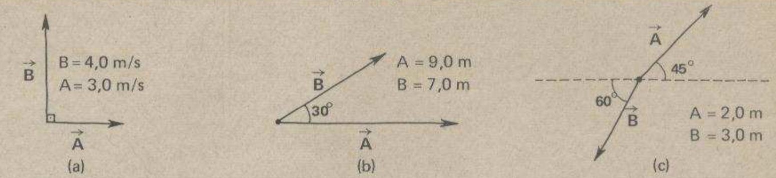
1 ■ Um homem caminha 300 metros para o sul e, em seguida, 600 metros para o norte. Represente grafic por meio de vetores, os deslocamentos e determine o módulo do deslocamento resultante. Utilize um conveniente.

2 ■ Um garoto caminha 300 metros para leste; em seguida, orienta-se para norte e caminha mais 600 metro ponto, ele segue 200 metros para oeste. Determine o módulo do deslocamento resultante. Utilize um conveniente.

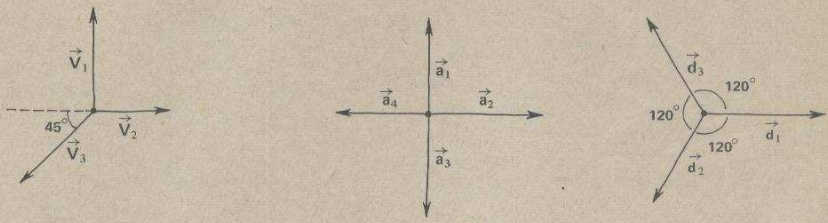
3 ■ Qual é a quantidade mínima de vetores para que sua soma seja zero?

4 ■ Dois vetores de módulos 10 e 8 podem dar uma soma cujo módulo seja 2? Explique.

5 ■ **Construa diagramas, em escala, para determinar o módulo da soma $\vec{A} + \vec{B}$ para cada par de vetores abaixo. Como os vetores não estão em escala, resolva-os em papel à parte, onde você poderá utilizar uma escala adequada.**



6 ■ Construa diagramas para determinar o vetor resultante em cada conjunto de vetores abaixo. (Os vetores e os ângulos não estão em escala.)



$V_1 = 4$ m/s
$V_2 = 2$ m/s
$V_3 = 4$ m/s
(a)

$a_1 = 2\ m/s^2$
$a_2 = 6\ m/s^2$
$a_3 = 5\ m/s^2$
$a_4 = 2\ m/s^2$
(b)

$d_1 = 10$ m
$d_2 = 10$ m
$d_3 = 10$ m
(c)

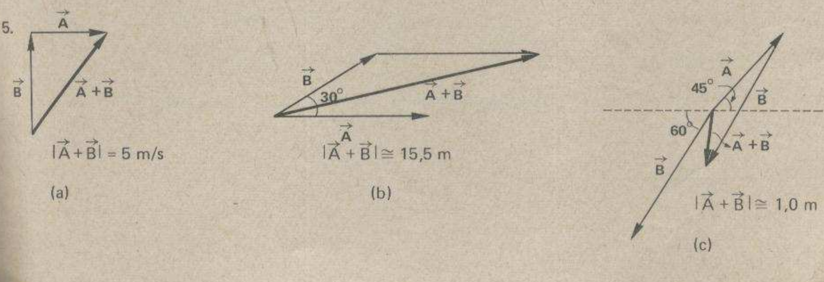
7 ■ Dois vetores, $\vec{a}$ e $\vec{b}$, fazem um ângulo de 45° entre si e possuem módulos respectivamente iguais a 40 e 60 m. Determine um terceiro vetor, $\vec{c}$, tal que somado com $\vec{a}$ e $\vec{b}$ resulte uma soma igual a 0. Construa o diagrama e forneça o módulo de $\vec{c}$.

8 ■ A soma de dois vetores, $\vec{A}$ e $\vec{B}$, possui módulo 10 metros. Sabe-se que $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são perpendiculares entre si e que o módulo de $\vec{A}$ é igual a 6 metros. Construa um diagrama em escala e determine o módulo de $\vec{B}$.

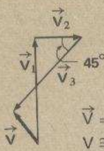
RESPOSTAS

1. 300 m(para o norte); **2.** ≅ 610 m
3. dois (mesmo módulo, sentidos diretamente opostos)
4. sim; quando forem diretamente opostos.

5.

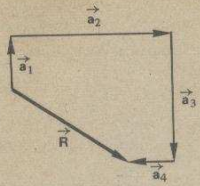


6.



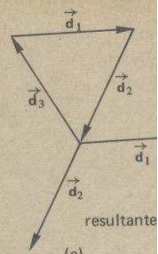
$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$
$V \cong 1{,}4$ m/s

(a)



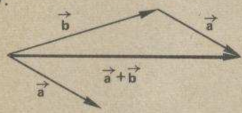
$\vec{R} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4$
$|\vec{R}| = 5$ m/s²

(b)



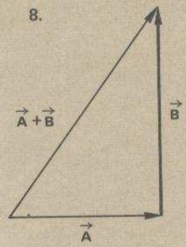
(c)

7.



$|\vec{a}+\vec{b}| \cong 90$ m

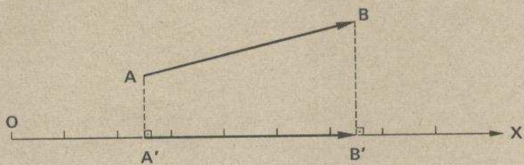
8.



$|\vec{A}+\vec{B}| = 10$
$|\vec{A}| = 6$ m
$|\vec{B}| = 8$ m

C – COMPONENTES DE UM VETOR

1 ■



AA' e BB' são perpendiculares traçadas a partir das extremidades do vetor $\overrightarrow{AB}$ sobre o eixo OX. Diz
o vetor $\overrightarrow{A'B'}$ é a **componente** do vetor $\overrightarrow{AB}$ ao longo do eixo ________.

****

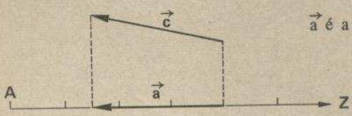
OX

2 ■ Dado um eixo qualquer e um vetor, para se determinar a componente do vetor sobre o eixo, basta tra
______________ a partir das extremidades do vetor sobre o ____________. O vetor obtido so
é chamado de componente do vetor sobre o eixo.

****

perpendiculares; eixo

3 ■

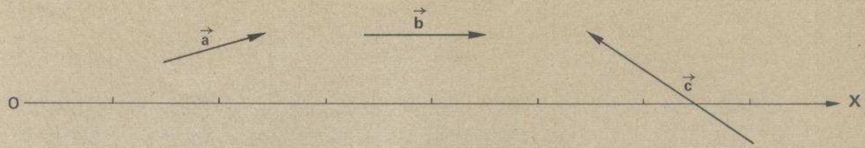


$\vec{a}$ é a componente do vetor __________ sobre o eixo ____

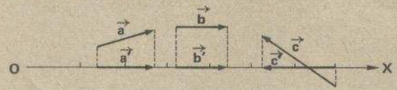
****

$\vec{c}$; AZ

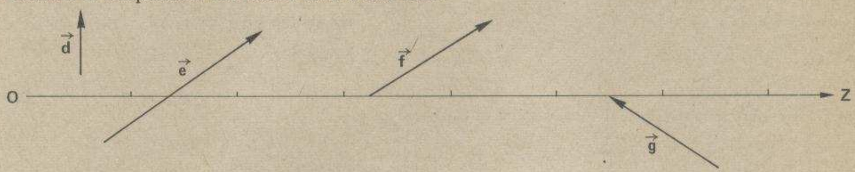
4 ■ Construa as componentes dos vetores sobre o eixo dado:



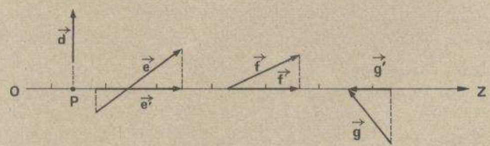
★★★★★★★★★★★★



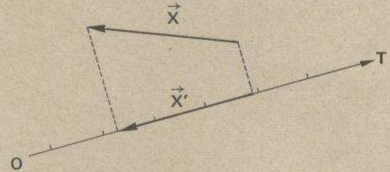
5 ■ Construa as componentes dos vetores sobre o eixo dado:



★★★★★★★★★★★★



6 ■

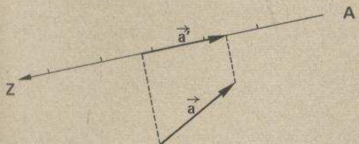


A componente do vetor $\vec{X}$ sobre o eixo OT é __________ .

★★★★★★★★★★★

$\vec{X}$'

7 ■ A componente do vetor $\vec{a}$ sobre o eixo ________ é _________.



★★★★★★★★★★★★

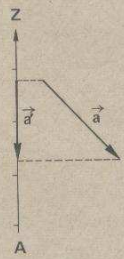
AZ; $\vec{a}$'

8 ■ A componente do vetor $\vec{A}$ sobre OY é ____________.

★★★★★★★★★★★★

$\vec{A'}$

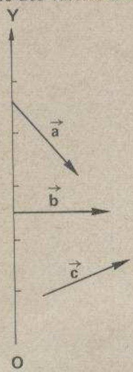
9 ■ $\vec{a'}$ é a componente do vetor ________ sobre ________.

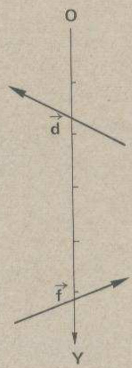


★★★★★★★★★★★★

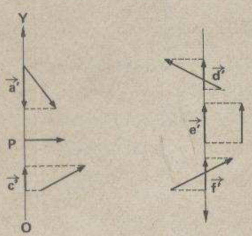
$\vec{a}$; AZ

10 ■ Construa as componentes dos vetores sobre os eixos dados:





★★★★★★★★★★★★



11 ■ Se a componente de um vetor sobre um eixo tiver módulo igual ao do vetor, este será ____________

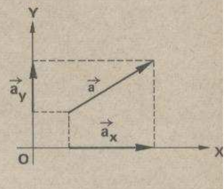
★★★★★★★★★★★★

paralelo

12 ■ Se a componente de um vetor sobre um eixo for ____________, o vetor será perpendicular ao referido eixo.

★★★★★★★★★★★★★

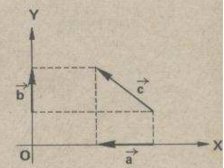
nula



13 ■ Quando um vetor é projetado simultaneamente sobre dois eixos perpendiculares entre si (plano cartesiano), suas componentes são denominadas retangulares.
Os eixos OX e OY são ______________ entre si; $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$ são as ________________________________ de $\vec{a}$.

★★★★★★★★★★★★★

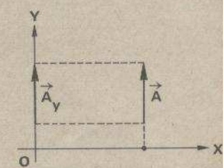
perpendiculares; componentes retangulares



14 ■ $\vec{a}$ é a componente do vetor $\vec{c}$ segundo o eixo ___________ e ________ é a componente do mesmo vetor segundo o eixo __________.

★★★★★★★★★★★★★

OX; $\vec{b}$; OY

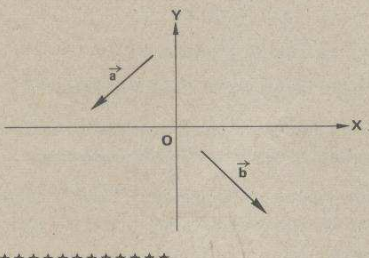


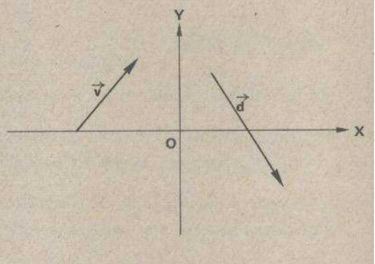
15 ■ A componente retangular do vetor $\vec{A}$ sobre o eixo OX é ___________. A componente de $\vec{A}$ sobre OY é _________. Podemos afirmar que $\vec{A}_y$ = ___________.

★★★★★★★★★★★★★

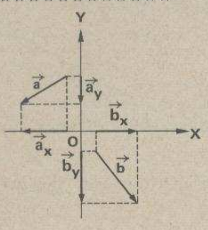
nula; $\vec{A}_y$; $\vec{A}$

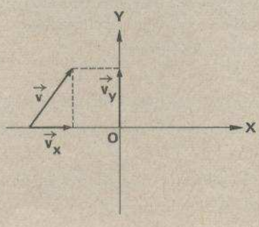
16 ■ Determinar as componentes retangulares dos vetores:

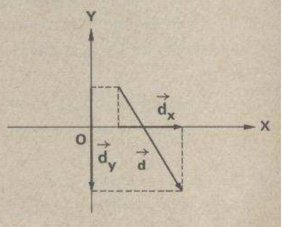




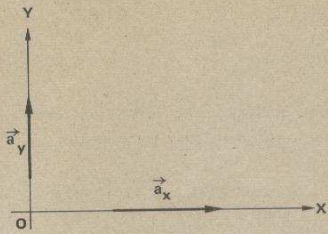
★★★★★★★★★★★★★



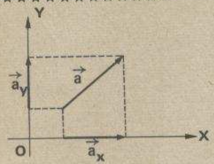




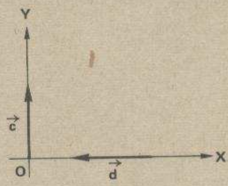
17 ■ $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$ são componentes retangulares do vetor $\vec{a}$; construa o vetor $\vec{a}$.



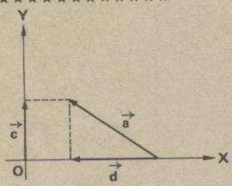
★★★★★★★★★★★★★



18 ■ $\vec{c}$ e $\vec{d}$ são as componentes retangulares do vetor $\vec{a}$; construa-o.



★★★★★★★★★★★★★



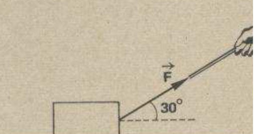
EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1 ■ Determine as componentes de um vetor $\vec{A}$, de módulo 20 m, que faz um ângulo de 60° com o eixo dos x.

2 ■ Um trem movimenta-se com uma velocidade de 50 km/h, numa direção que faz um ângulo de 30° com o no e dirige-se para noroeste. Determine graficamente as componentes retangulares da velocidade do trem.

3 ■ Um foguete é lançado com uma velocidade de 1 200 m/s, fazendo um ângulo de 60° com a horizo Determine as componentes retangulares, vertical e horizontal, da velocidade do foguete.

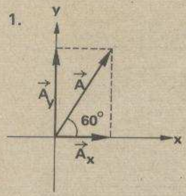
4 ■ Um garoto puxa um caixote, conforme mostra a figura ao lado, com uma força $\vec{F}$ cujo módulo é 100 unidades de força. Determine a componente da força na direção horizontal e na vertical.



5 ■ Um projétil é atirado com velocidade de 600 m/s, fazendo um ângulo de 45° com a horizontal. Determi componentes vertical e horizontal da velocidade do projétil.

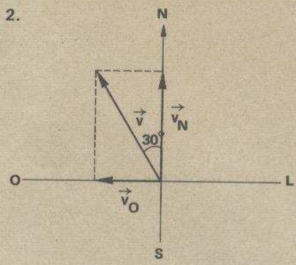
RESPOSTAS:

1.



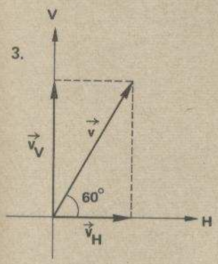
$A_x = 10$ m
$A_y = 17$ m

2.



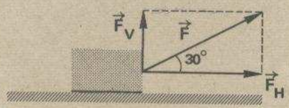
$|\vec{v}_N| \cong 42$ km/h
$|\vec{v}_o| \cong 24$ km/h

3.



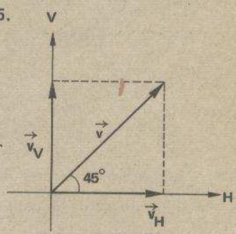
$v_H = 600$ m/s
$v_V = 1040$ m/s

4.



$F_H = 87$
$F_V = 50$

5.



$v_H = v_V = 420$ m/s

D – SUBTRAÇÃO DE VETORES

1 ■ O negativo de um vetor $\vec{a}$ é definido por:

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$$

Em outras palavras, o negativo de um vetor $\vec{a}$ é um vetor (oposto; não-oposto) a $\vec{a}$.

★★★★★★★★★★★

oposto

2 ■ O oposto de um vetor $\vec{a}$ é um outro vetor de (mesmo; diferente) módulo, mesma direção e sentido _________.

★★★★★★★★★★★★

mesmo; contrário

3 ■ Logo, se somarmos, vetorialmente, um vetor $\vec{a}$ com seu oposto, resultará uma soma _________.

★★★★★★★★★★★★

nula

4 ■ A única maneira de se conseguir um deslocamento zero, realizando dois trajetos, é retornar ao ponto de partida na mesma direção, porém em sentido oposto, percorrendo uma mesma ___________.

★★★★★★★★★★★★

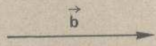
distância

5 ■ Então, o negativo de um vetor é o vetor de mesmo __________, mesma __________, porém de ____

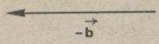
★★★★★★★★★★★★★

módulo ou comprimento; direção; sentido contrário

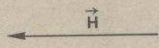
6 ■ Dado o vetor $\vec{b}$ (figura ao lado), construa o negativo ou o oposto de $\vec{b}$.



★★★★★★★★★★★★★



7 ■ Dado o vetor $\vec{H}$ (figura ao lado), construa o vetor $-\vec{H}$.



★★★★★★★★★★★★★

8 ■ Dado o vetor $-\vec{G}$ (figura ao lado), construa o vetor $\vec{G}$.

★★★★★★★★★★★★★

9 ■ A subtração de vetores é agora uma operação fácil. Se quisermos o resultado de $\vec{A} - \vec{B}$, podemos d a soma do vetor $\vec{A}$ com o ________________ ou ________________ do vetor $\vec{B}$.

★★★★★★★★★★★★★

negativo; oposto

10 ■ Em outras palavras, $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (\_\_\_\_\_\_)$

★★★★★★★★★★★★★

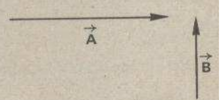
$-\vec{B}$

11 ■ Logo, para subtrair do vetor $\vec{A}$ um outro $\vec{B}$, somamos ao vetor $\vec{A}$ o ________ ou o ________ do ve

★★★★★★★★★★★★★

negativo; oposto; $\vec{B}$

12 ■ Dados os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ ao lado, faça a subtração $\vec{A} - \vec{B}$.



$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

Devemos, então, determinar o vetor oposto de _______.

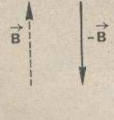
★★★★★★★★★★★★★

Escala 1 cm : 10 m

$\vec{B}$

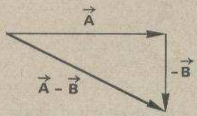
13 ■ Construa, ao lado do vetor $\vec{B}$, no item 12, o vetor oposto de $\vec{B}$.

★★★★★★★★★★★★★



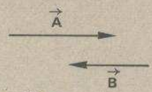
14 ■ Construa agora, no espaço ao lado, a subtração $\vec{A} - \vec{B}$. Para tal, devemos somar a $\vec{A}$ o negativo de $\vec{B}$.

****



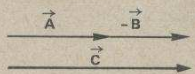
$|\vec{A} - \vec{B}| \cong 33$ m
Escala 1 cm : 10 m

15 ■ Sejam os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, mostrados na figura ao lado. Determine o vetor $\vec{C}$, que é a diferença entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$, isto é, $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$.



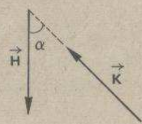
Escala: 1 cm : 10 m

****



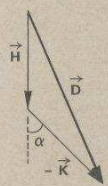
C = 35 m

16 ■ Dados os vetores da figura ao lado, determine o vetor diferença $\vec{D}$, tal que $\vec{D} = \vec{H} - \vec{K}$.



Escala: 1 cm : 20 m

****



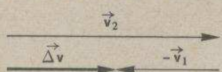
$D \cong 70$ m

17 ■ Os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ dados ao lado representam a velocidade de um objeto em dois instantes. Determine a variação de velocidade

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

Escala: 1 cm : 5,0 m/s

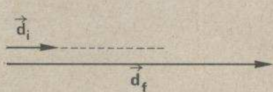
****



$\Delta v = 10$ m/s

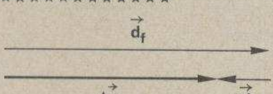
18 ■ Os vetores ao lado representam a posição de um objeto em dois instantes. Determine o vetor deslocamento

$$\Delta \vec{d} = \vec{d}_f - \vec{d}_i .$$



Escala: 1 cm : 10 m

****



$\Delta d = 40$ m

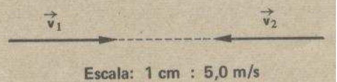
EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1 ■ Uma força de 10 unidades atua horizontalmente para a direita. Qual é o oposto dessa força? (Dê o mó direção e sentido.)

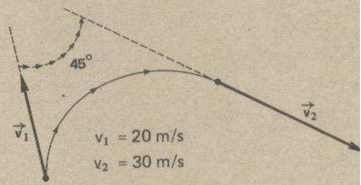
2 ■ Dois vetores de mesmo módulo e mesma direção possuem sentidos contrários. Se o módulo valer 20 m, q valerá o vetor diferença entre os dois?

3 ■ Uma bola bate em uma parede com velocidade $|\vec{v}_1| = 20$ m/s e retorna na mesma direção, mas em sentid trário, com velocidade $|\vec{v}_2| = 15$ m/s. Determine graficamente o vetor diferença $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

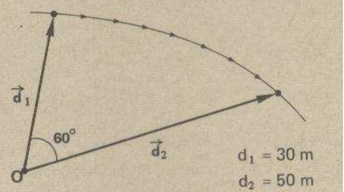
4 ■ Na figura ao lado está representado o movimento de um objeto, focalizando dois instantes. Se $v_1 = 10$ m/s e $v_2 = 10$ m/s, determine graficamente o módulo de $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.



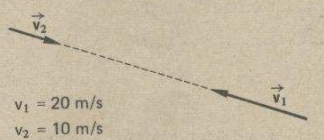
5 ■ Os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ representam as velocidades de um objeto em dois instantes. Determine o módulo do vetor variação de velocidade $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.



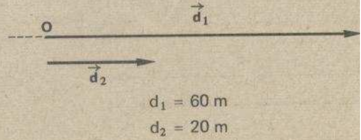
6 ■ Os vetores $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ representam a posição, com relação à origem O, de um objeto que se movimenta em trajetória curvilínea. Determine o módulo do vetor deslocamento $\Delta\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1$.



7 ■ Os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ representam as velocidades de um objeto em dois instantes. Determine o módulo do vetor variação de velocidade $\Delta\vec{v}$.

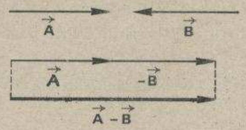


8 ■ $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ são os vetores posição de um objeto em dois instantes. Determine o módulo do vetor deslocamento $\Delta\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1$.



1. Uma força de 10 unidades, horizontal e para a esquerda.

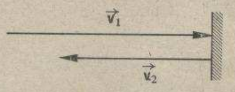
2.

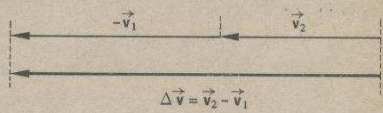


$|\vec{A} - \vec{B}| = 40$ m

Escala: 1 cm : 10 m

3.

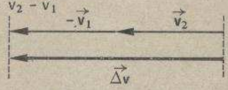




Escala: 1 cm : 5,0 m/s

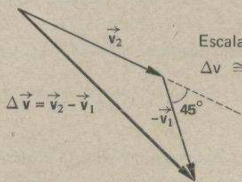
$|\Delta\vec{v}| = 35$ m/s

4. $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$



$\Delta v = 20$ m/s

5.

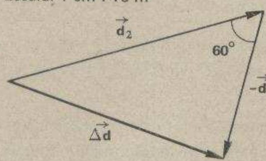


Escala: 1 cm : 10 m/s

$\Delta v \cong 45$ m/s

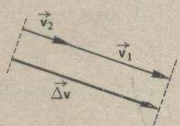
6.

Escala: 1 cm : 10 m



$\Delta d \cong 43$ m

7.

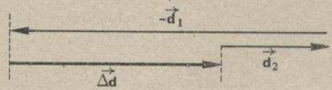


Escala: 1 cm :10 m/s

$\Delta v = 30$ m/s

8.

Escala: 1 cm :10 m

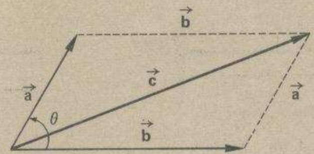


$\Delta d = 40$ m

SEÇÃO 4 – ADIÇÃO DE DOIS VETORES: RESOLUÇÃO ANALÍTICA

Nos itens precedentes, os vetores eram representados geometricamente, em escalas adequadas. Esse procedi nos possibilita determinar o módulo da resultante de dois ou mais vetores medindo seu comprimento e efetu seguir a conversão da escala usada. Tal método é cômodo e eficiente. Entretanto, devido a sua grande utilidade, mostrar um processo algébrico através do qual pode-se obter o módulo da soma de dois vetores.

Para somarmos dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ utilizando as regras já vistas, podemos construir sua resultante, que cham de $\vec{c}$:



Demonstra-se, através da lei dos cossenos, que:

$$|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$ onde θ é o ângulo formado pelos dois vetores: $\vec{a}$ e $\vec{b}$

Portanto, através da expressão acima, podemos determinar o módulo da resultante dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, que entre si um ângulo θ.

Admitindo-se que na figura acima $|\vec{a}| = 3$ m, $|\vec{b}| = 5$ m e $\theta = 60^\circ$, podemos determinar o módulo d soma:

$$|\vec{c}|^2 = 3^2 + 5^2 + 2\cdot3\cdot5\cdot\cos 60^\circ \qquad \text{sendo } \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$|\vec{c}|^2 = 9 + 25 + 2\cdot3\cdot5\cdot\frac{1}{2} = 49$$

$$|\vec{c}|^2 = 49 \qquad \therefore \qquad |\vec{c}| = \sqrt{49} = 7 \text{ m}$$

Compare o resultado obtido através do cálculo matemático com o resultado obtido através do método ou seja, construa em escala os vetores e meça o valor da resultante.

1 ■ $|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$. Quando $\theta = 90^\circ$, $\cos\theta = 0$, e podemos escrever a expressão anter seguinte forma: $|\vec{c}|^2 =$ _______________.

****

$|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$

2 ■ $|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$. Esta relação é válida quando os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ forem perpendiculares entre si, ou seja, eles formarem um ângulo de __________. Neste caso, para o cálculo do módulo da resultante, recaímos cação do teorema de _________________.

****

90°; Pitágoras

3 ■ Dados: $|\vec{a}| = 4$ m, $|\vec{b}| = 3$ m e o ângulo formado pelos vetores: $\theta = 90^\circ$. O módulo da resultante será: ____

****

5 m

4 ■ $|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\cdot|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$. Quando $\theta = 180^\circ$, $\cos\theta = -1$. Logo,
$|\vec{c}|^2 =$ ___________________________.

****

$|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|$

5 ■ $|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}| = (|\vec{a}| - |\vec{b}|)^2$. Extraindo-se a raiz quadrada dos dois membros desta igualdade, podemos escrever: $|\vec{c}| =$ _______________.

★★★★★★★★★★★★★

$|\vec{a}| - |\vec{b}|$

6 ■ Quando os dois vetores formarem entre si um ângulo de 180°, ou seja, forem de mesma direção mas de sentidos opostos, o módulo da resultante será igual à (soma; diferença) dos módulos dos vetores componentes.

★★★★★★★★★★★★★

diferença

7 ■ $|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$. Quando os dois vetores ($\vec{a}$ e $\vec{b}$) possuírem mesma direção e mesmo sentido, $\theta = 0^\circ$, ou seja, $\cos\theta = 1$, o módulo da resultante é: $|\vec{c}| =$ _______________.

★★★★★★★★★★★★★

$|\vec{a}| + |\vec{b}|$

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1 ■ Dois vetores, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, formam entre si um ângulo de 60°. Se $\cos 60 = \frac{1}{2}$ e $F_1 = 10$ e $F_2 = 5{,}0$, calcule analiticamente o módulo da soma dos dois vetores.

2 ■ Um objeto está sujeito a duas velocidades: $v_1 = 20$ m/s e $v_2 = 40$ m/s. Se o ângulo entre elas for igual a 180°, determinar analiticamente a velocidade resultante do objeto.

3 ■ Calcule a resultante de dois vetores de módulos 50 e 80, sendo o ângulo entre eles igual a 120°. Dado: $\cos 120^\circ = -0{,}5$.

4 ■ Duas forças, $F_1 = 3{,}0$ N e $F_2 = 4{,}0$ N, atuam sobre um objeto formando um ângulo de 90°. Determine a força resultante. (N é símbolo de newton, uma unidade de força que você irá conhecer, mais adiante.)

5 ■ Um objeto está sujeito simultaneamente a duas acelerações de valores iguais a 6,0 m/s² e 8,0 m/s², formando um ângulo de 90° entre si. Calcule o valor da aceleração resultante.

6 ■ Calcule o valor da velocidade resultante sobre um objeto que está sujeito a duas velocidades de módulos iguais a 60 m/s e 40 m/s, formando um ângulo de 180° entre si.

RESPOSTAS

1. $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{175}$
2. $|\vec{v}_1 + \vec{v}_2| = 20$ m/s
3. vetor resultante terá módulo 70
4. $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 5{,}0$ N
5. $|\vec{a}_1 + \vec{a}_2| = 10$ m/s²
6. $|\vec{v}_1 + \vec{v}_2| = 20$ m/s

SEÇÃO 5 – PROBLEMAS

1 ■ Trace um diagrama para representar o deslocamento de 6 km para leste, seguido de 4 km para norte. Determine o vetor soma.

2 ■ Trace o diagrama correspondente aos seguintes deslocamentos sucessivos:

$\vec{M}$: 5 m para leste
$\vec{N}$: 6 m para o sul
$\vec{O}$: 3 m para oeste

Determine o deslocamento total.

3 ■ Um veículo percorre 20 km para leste numa estrada retilínea. Desvia-se em seguida para o norte e per mais 30 km até parar. Qual o deslocamento resultante do veículo?

4 ■ Considere dois deslocamentos: um cujo módulo seja de 30 metros e outro de 40 metros. Como os ve deslocamentos podem ser combinados para darem deslocamentos resultantes de módulo:

a) 70 metros b) 10 metros c) 50 metros

Faça os diagramas correspondentes.

5 ■ Um vetor de módulo igual a 6 metros é somado a outro, de módulo 8 metros, cuja direção faz um ângulo d com o primeiro. Determine o módulo da resultante e o ângulo que ela forma com o primeiro vetor.

6 ■ A velocidade de um avião com relação ao ar é de 400 km/h. Qual é sua velocidade com relação ao (a) com ventos favoráveis de 50 km/h; (b) com ventos contrários de 50 km/h? Faça os correspondentes c mas vetoriais.

7 ■ Um avião desenvolve a velocidade de 300 km/h com relação ao ar. O piloto mantém o avião no sentido ao mesmo tempo que sopram ventos para leste a 80 km/h. Qual a velocidade do avião com relação ao so

8 ■ Uma bola de futebol é chutada três vezes até atingir o gol: o primeiro chute desloca a bola 6 metros norte; o segundo 12 metros para leste e o terceiro 8 metros para suleste. Que deslocamento seria necessári colocar a bola em gol com um só chute?

9 ■ Um barco desenvolve em águas tranqüilas a velocidade de 5 m/s. A velocidade da correnteza de um ri 2 m/s. Determine a velocidade do barco com relação ao solo, quando percorre o rio nos seguintes casos:

a) descendo o rio; b) subindo o rio;

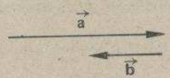
c) cruzando o rio numa direção perpendicular à direção da correnteza;

d) fazendo um ângulo de 60° com a direção da correnteza do rio.

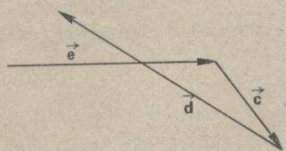
Construa os correspondentes diagramas vetoriais.

10 ■ Determine a resultante dos vetores nos seguintes casos:

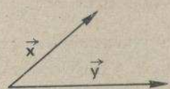
a)



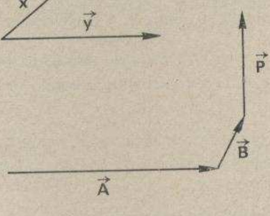
b)



c)

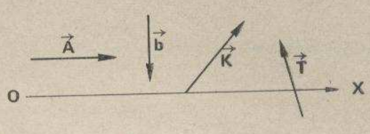


d)



11 ■ Construa as componentes dos vetores abaixo:

a)



b)