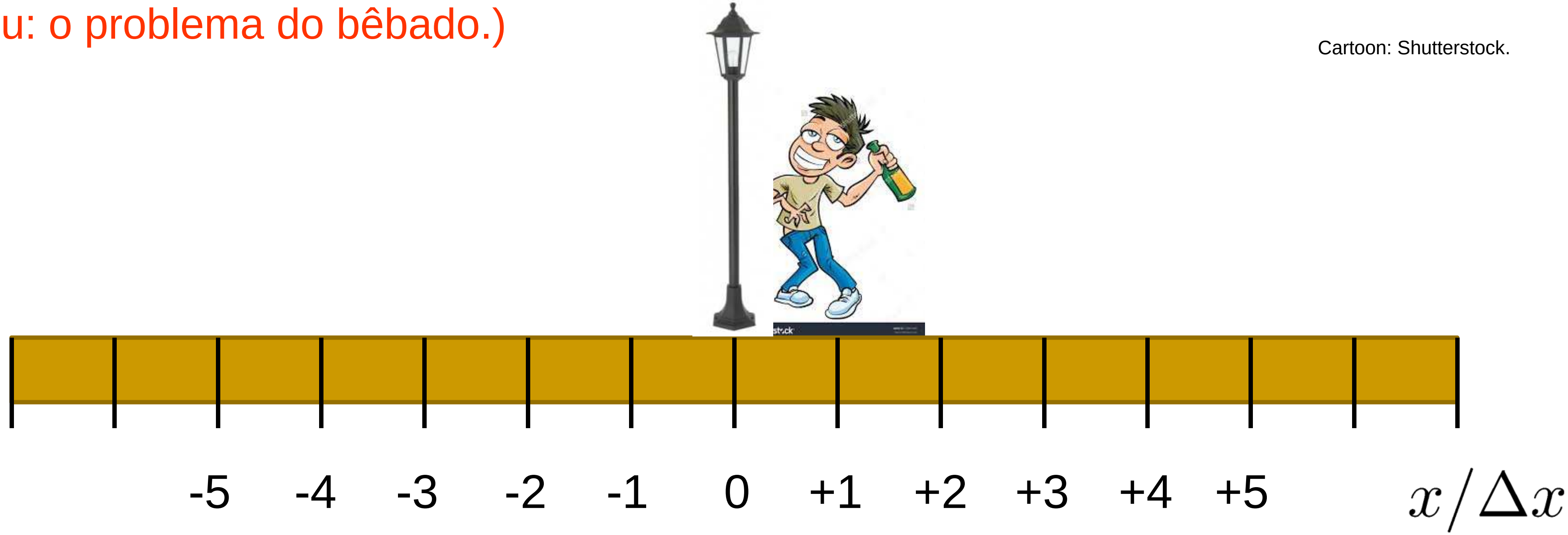
Mecânica Estatística

- Sistemas aleatórios: random walk e processos difusivos.
- Modelo de Ising em 1D: transições de fase.
- Método de Monte Carlo

Random Walk (passeio aleatório)

(ou: o problema do bêbado.)

Cartoon: Shutterstock.



- O bêbado (ou “walker”) parte da posição x(1)=0 (poste).
- Deslocamento após n passos: x(n+1).
- A cada passo (de tamanho fixo Δx): probabilidade de 50% de ser para a direita [x(n+1)=x(n)+Δx] ou 50% esquerda [x(n+1)=x(n)-Δx].
- A probabilidade é *independente de x(n)*!

Aula 17 – Tarefa – Parte 1

Calcule o deslocamento x(n) de um random walk em 1D

- *A cada passo, decida se o walker vai para a direita ou para a esquerda usando o comando* rand *(que retorna um número "aleatório" entre 0 e 1). Use* $\Delta x=1$.
  - *Exemplo: p=*rand;
  - *Se* $p \geq ½$*: passo para a direita. Se* $p < ½$*, esquerda.*
- *Faça um plot de x(n) para n de 0 a100 passos.*
- *Repita o processo (outra realização ou outro "bêbado") mais duas vezes e plote os 3 deslocamentos no mesmo gráfico.*

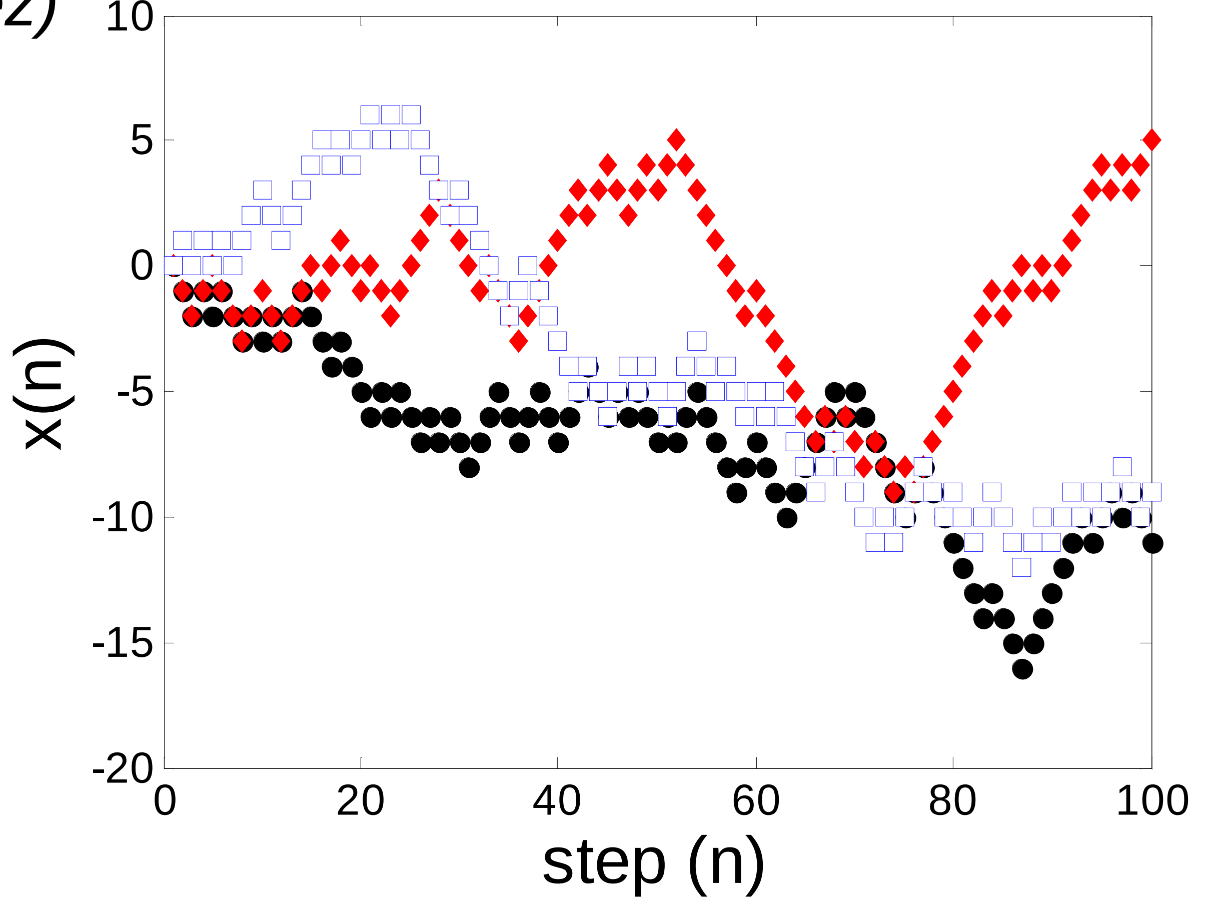
Aula 17 – Tarefa – Parte 1

Calcule o deslocamento x(n) de um random walk em 1D

- *Dica: não é necessário armazenar todos os x(n)!*

(plote um de cada vez)

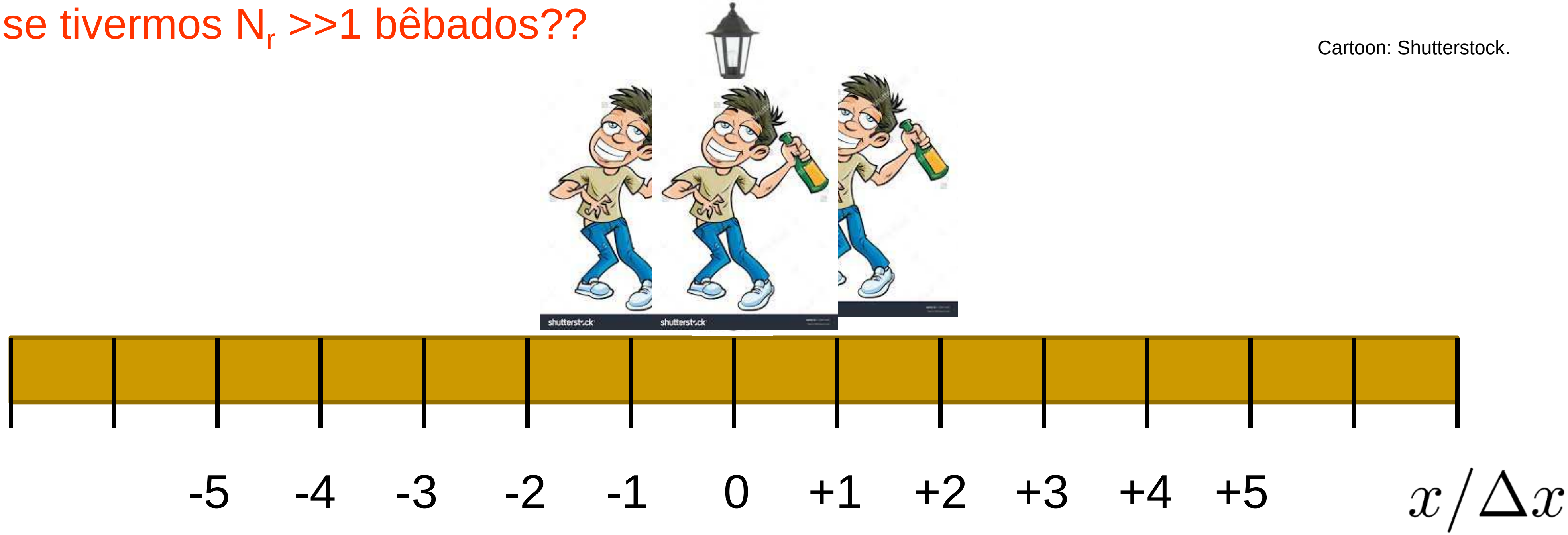
- *Exemplo:*



Random Walk: vários "walkers".

E se tivermos N_r >>1 bêbados??

Cartoon: Shutterstock.



Perguntas a serem respondidas:

- Qual o *deslocamento médio* $\langle x(n) \rangle_{N_r}$ do grupo após *n* passos?
- Qual a deslocamento quadrado médio $\langle x^2(n) \rangle_{N_r}$ do grupo após *n* passos?
- Como a *variância* $\sigma(n) = \sqrt{\langle x^2(n) \rangle_{N_r} - \langle x(n) \rangle_{N_r}}$ depende de *n*?

Random Walk: vários “walkers”.

Deslocamento do r-ésimo walker após n passos: $x_r(n)$

Agora fazemos *estatística sobre o **grupo** de walkers*.

- *Deslocamento médio* após *n* passos:

$$\boxed{\langle x(n)\rangle_{N_r} = \frac{1}{N_r}\sum_{r=1}^{N_r} x_r(n)}$$

- *Deslocamento quadrado médio*:

$$\boxed{\langle x^2(n)\rangle_{N_r} = \frac{1}{N_r}\sum_{r=1}^{N_r} x_r^2(n)}$$

- *Variância* da distribuição:

$$\boxed{\sigma^2(n) = \langle x^2(n)\rangle_{N_r} - \langle x(n)\rangle_{N_r}}$$

Aula 17 – Tarefa – Parte 2

Calcule os deslocamentos $x_r(n)$ de Nr=500 walkers em 1D.

- *Faça gráficos de:* $\langle x(n) \rangle_{N_r} \quad \langle x^2(n) \rangle_{N_r}$

$$\sigma(n) = \sqrt{\langle x^2(n) \rangle_{N_r} - \langle x(n) \rangle_{N_r}}$$

de n de 0 a 100 passos.

- *Mostre (graficamente) que, para n e Nr "grandes",*

$$\langle x(n) \rangle_{N_r} \sim 0 \quad \text{e} \quad \langle x^2(n) \rangle_{N_r} \sim n$$

- *Isto resulta na assinatura de um processo difusivo:* $\sigma(n) \sim n^{1/2}$