



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3211 - Mecânica dos Sólidos II

Aula #27

Prof. Dr. Roberto Ramos Jr.

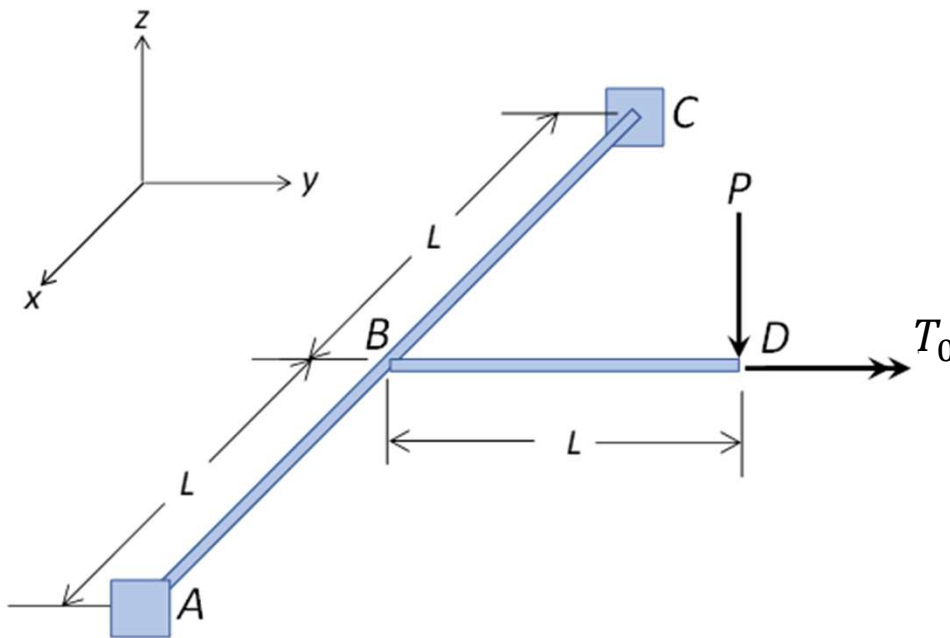
26/11/2025



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.1 (P3/2017): A estrutura $ABCD$ da figura é horizontal. A barra BD está soldada em B à barra ABC e forma com ela um ângulo reto. A estrutura está engastada nos pontos A e C . Em D estão aplicados uma força vertical P e um torque T . As barras têm mesma rigidez flexional EI e mesma rigidez à torção $GI_p = \frac{4}{5}EI$. Sabendo que a energia de deformação devida à força cortante é desprezível, pedem-se:

- o deslocamento vertical do ponto D ;
- a rotação do ponto D em torno da direção y .



Respostas:

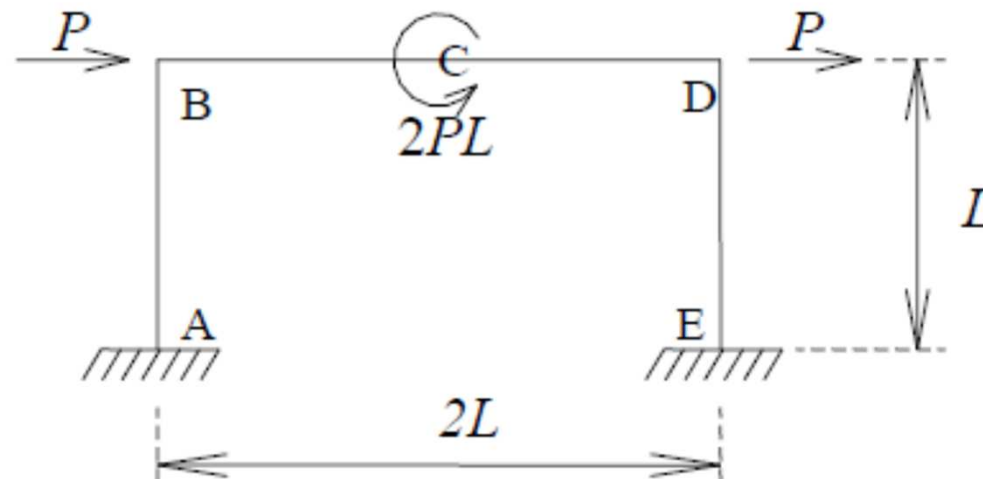
a) $\delta = PL^3/EI$

b) $\theta = 11T_0L/8EI$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.2. (Lista 7. Parte II. Ex.8) Determine o deslocamento horizontal da seção B e a rotação da seção C para o pórtico indicado abaixo (todas as barras tem a mesma rigidez flexional EI). Despreze a influência das forças normais e das forças cortantes na energia de deformação da estrutura e expresse os resultados em função de P , L e EI .



Respostas:

a) $\delta_{H,B} = 5PL^3/24EI$ (\rightarrow)

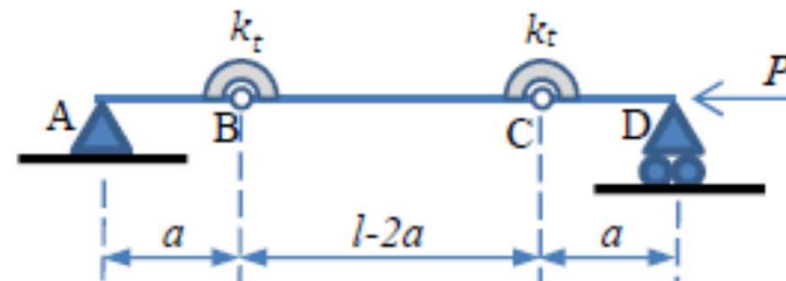
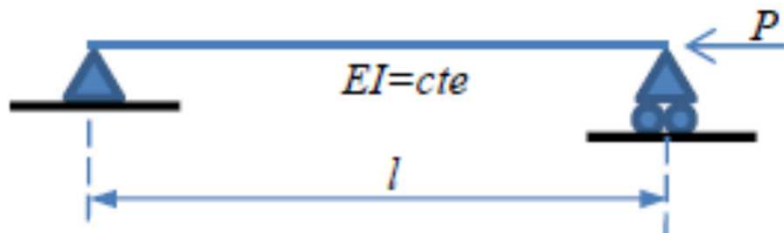
b) $\theta_C = 3PL^2/8EI$ (*sent. anti – horário*)



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.3. (P3/2018)

- a) A partir da E.D.O. de 4ª ordem que descreve os deslocamentos transversais do eixo central de uma viga bi-apoiada submetida a um esforço de compressão P (conforme ilustrado na figura abaixo à esquerda), determine, passo-a-passo, a equação característica associada ao problema de auto-valores e auto-vetores, as respectivas cargas críticas de flambagem e os modos de flambagem associados. Desenhe os dois primeiros modos de flambagem e indique as cargas associadas a estes dois modos;
- b) Considere o mesmo problema anterior porém com a inclusão do peso próprio da viga, o qual pode ser caracterizado por um carregamento uniformemente distribuído de intensidade q_0 (em N/m) dirigido verticalmente para baixo. Pede-se a equação da linha elástica resultante em função dos parâmetros P, q_0, EI e L . Mostre o que ocorre com o deslocamento a meio vão quando $P \rightarrow P_{cr,1}$;
- c) Para a viga idealizada (indicada na figura abaixo à direita) composta por três segmentos indeformáveis AB, BC e CD e duas molas de torção de mesma constante k_t , distantes a das extremidades A e D, determine as relações $a = a(EI, L)$ e $k_t = k_t(EI, L)$ para que as duas primeiras cargas críticas do sistema idealizado coincidam numericamente com as duas primeiras cargas críticas do sistema apresentado no item (a).

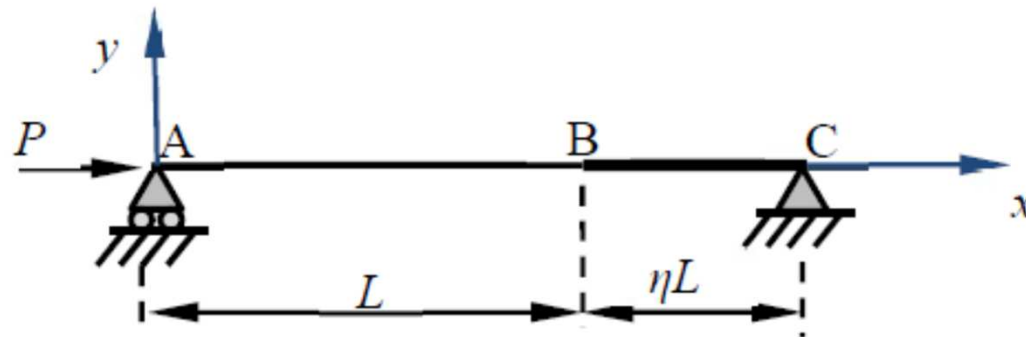




Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.4. (PSub/2016) A barra indicada na figura é composta de duas partes: o trecho AB é deformável, possui comprimento L e rigidez flexional EI , enquanto o trecho BC é indeformável (rígido) e possui comprimento ηL , sendo η um adimensional. Sobre a extremidade A da barra atua uma força de compressão de magnitude P . Pede-se:

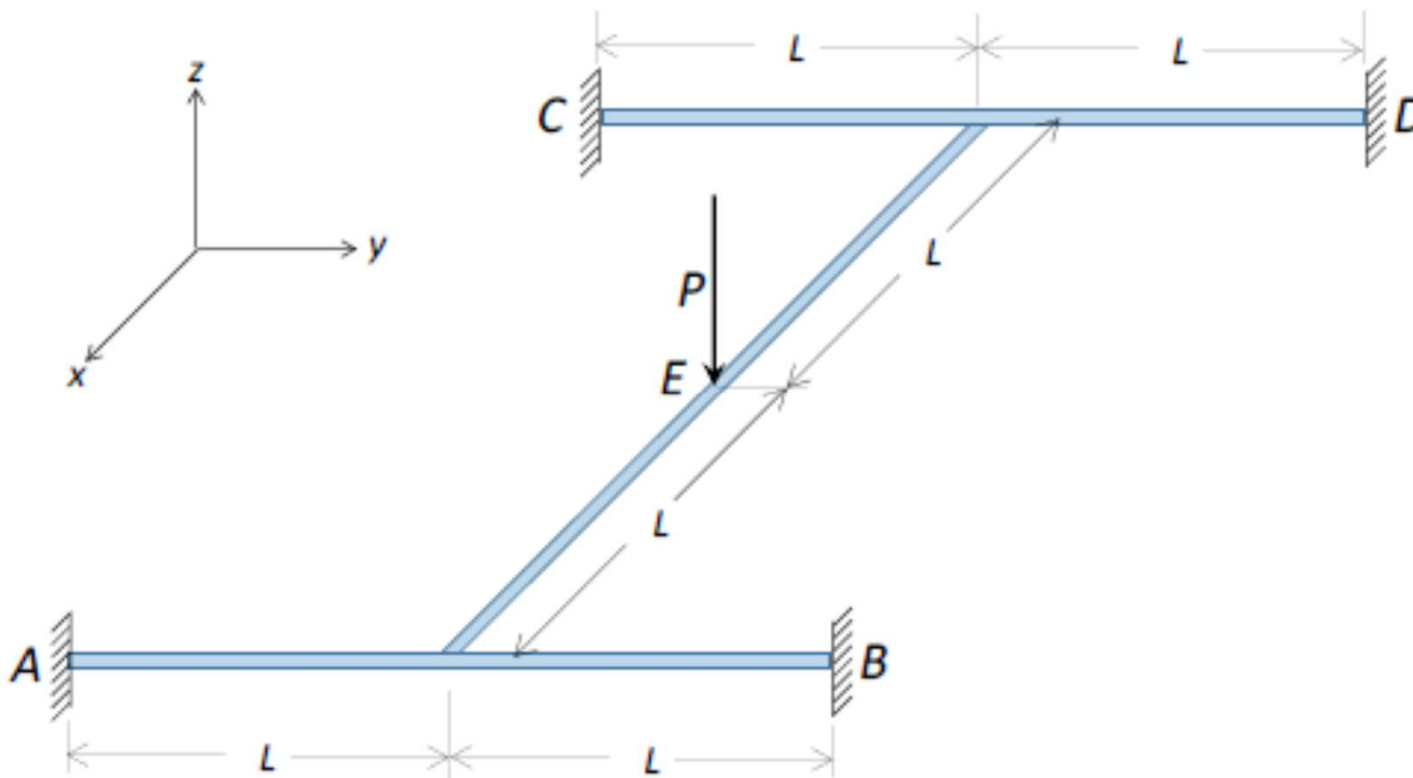
- Determinar a equação característica que permite determinar as cargas críticas de flambagem, considerando que a flambagem do trecho AB ocorra no regime elástico-linear (deixe claro todo o procedimento de cálculo na obtenção da equação característica);
- Para o caso particular em que $\eta = 0$, determine as cargas críticas de flambagem a partir da equação característica obtida anteriormente e comente os resultados obtidos;
- Para o caso particular em que $\eta = 2$, encontre uma estimativa para a menor carga crítica de flambagem, e justifique sua estimativa de forma apropriada.





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.5. (P3/2015) A estrutura horizontal em forma de H indicada na figura abaixo está engastada nas extremidades A, B, C e D e está submetida a uma força vertical P em seu ponto central E. Ela é formada por barras prismáticas soldadas, com rigidez à flexão EI e à torção GI_p . Pede-se determinar os esforços nos engastamentos, fazendo $GI_p = 0,5EI$.





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.6. (PSub/2015).

A estrutura indicada na figura abaixo é formada por barras de seção transversal circular cheia (diâmetro d , tal que $d/L \ll 1$), de tal forma que as quatro barras horizontais estejam regularmente espaçadas na circunferência de raio L e engastadas em seus pontos extremos. Pede-se determinar, para os carregamentos F e T_0 indicados: a) o deslocamento vertical da extremidade A da barra vertical; b) a rotação da extremidade A da barra vertical.

Dados: EI, GJ, L (iguais para todas as barras), F e T_0 .

