



Universidade de São Paulo (USP), Escola
de Engenharia de Lorena (EEL),
Curso de Engenharia Física



Circuitos Elétricos - teoria e prática (LOM3262)

Prof. Andy Blanco Rodriguez

**Lorena-SP
2025/2**

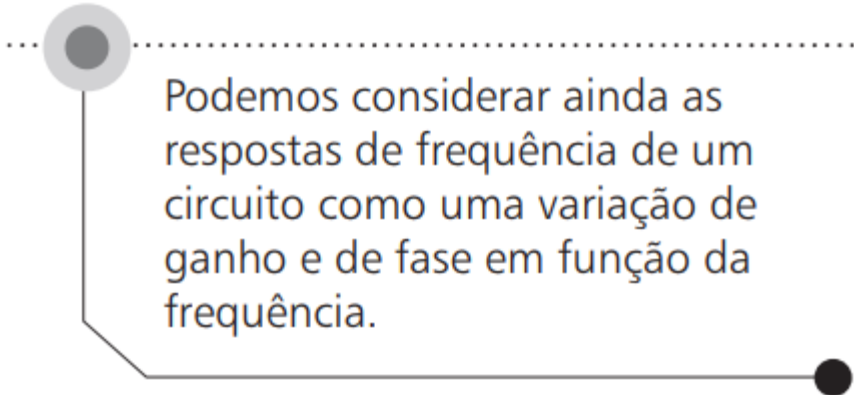
- Resposta de Frequência;
- Função de Transferência;
- Decibel;
- Ressonância;
- Filtros;
- Filtros Passivos.

Resposta de Frequência



Resposta de frequência

Resposta de frequência de um circuito é a variação em seu comportamento em virtude da mudança na frequência dos sinais.

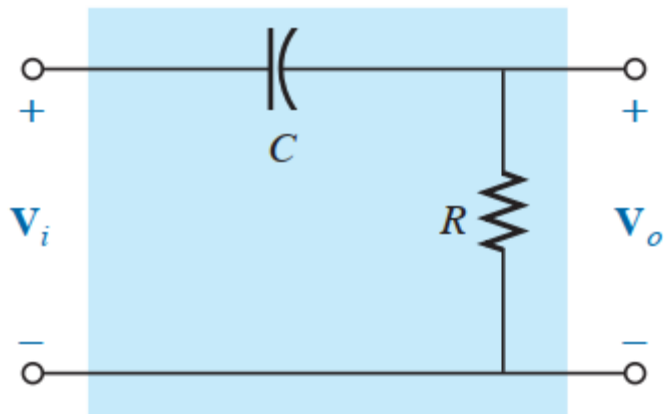


Podemos considerar ainda as respostas de frequência de um circuito como uma variação de ganho e de fase em função da frequência.



Resposta de frequência

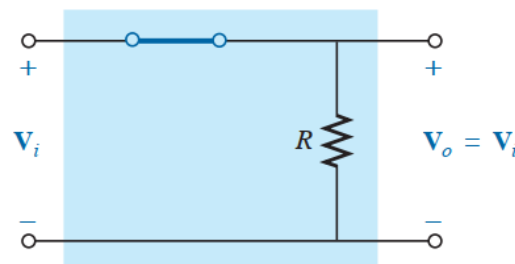
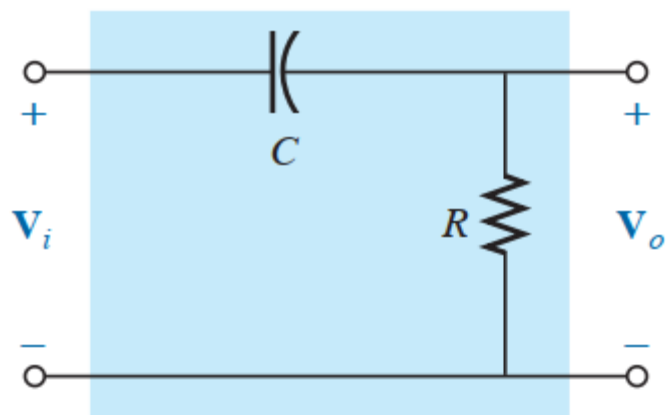
Resposta de Frequência



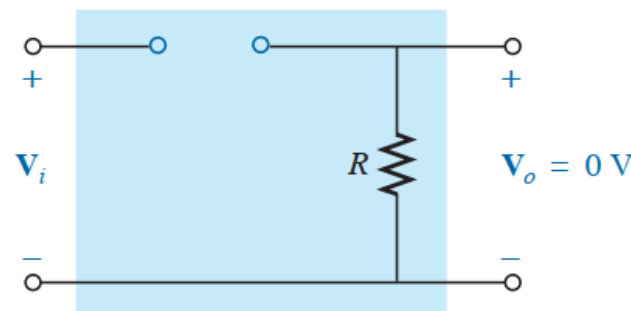
Resposta de frequência

Resposta de Frequência

Para ω elevadas, $\frac{1}{\omega C} \rightarrow 0$, C em curto;



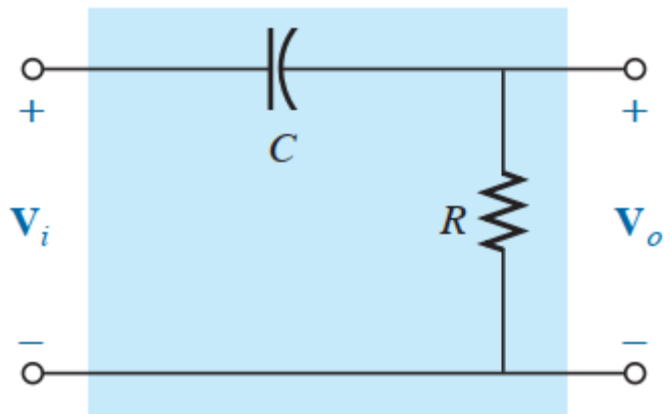
Para ω baixas, $\frac{1}{\omega C} \rightarrow \infty$, C aberto;



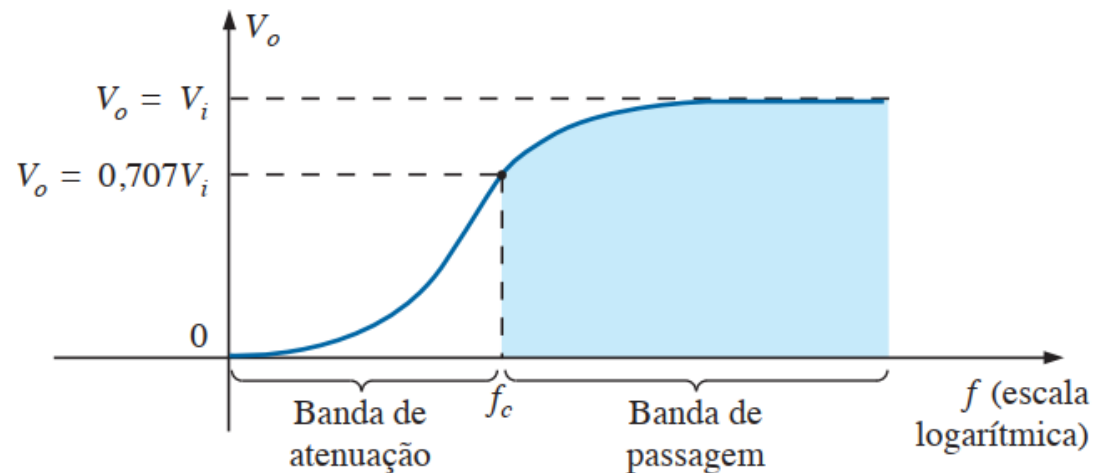


Resposta de frequência

Resposta de Frequência



Amplitude (ganho)

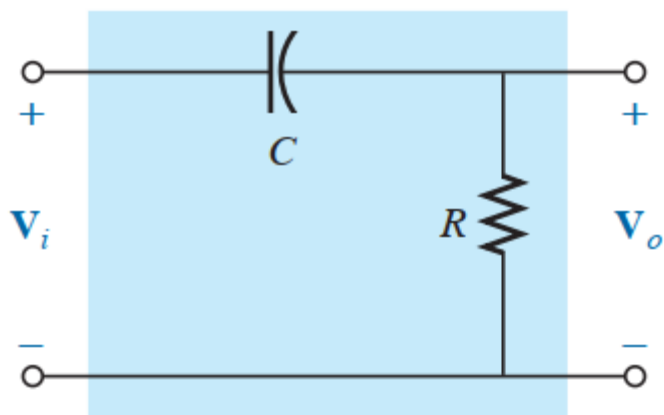




Resposta de frequência

Resposta de Frequência

Divisor de tensão: $V_o = \frac{R \angle 0^\circ V_i}{R - jX_C}$



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R \angle 0^\circ}{R - jX_C} = \frac{R \angle 0^\circ}{\sqrt{R^2 + X_C^2} \angle -\text{tg}^{-1}(X_C/R)}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \angle \text{tg}^{-1}(X_C/R)$$

Módulo:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_C}{R}\right)^2}}$$

Fase:

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{X_C}{R}$$

Resposta de frequência

Resposta de Frequência

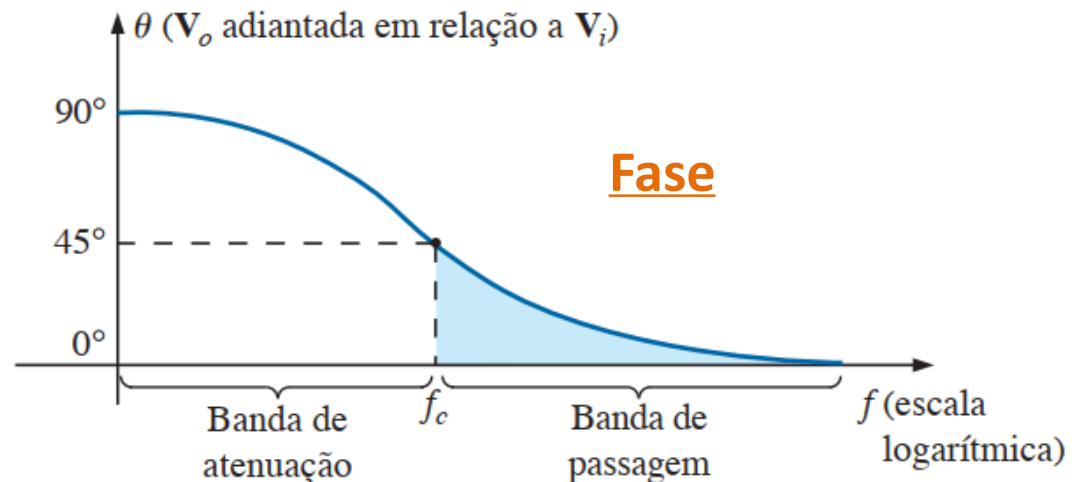
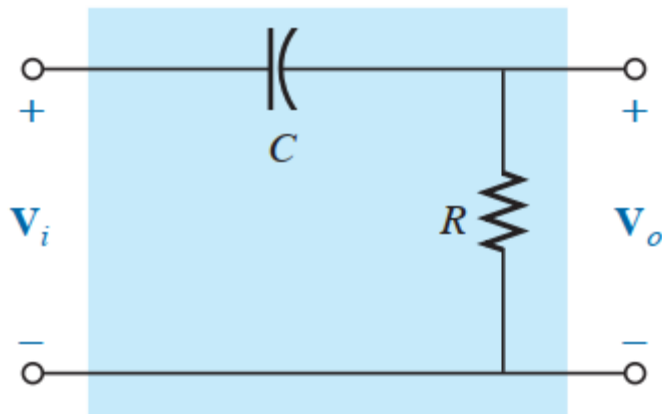
Fase:

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{X_C}{R}$$

Para ω elevadas, $\frac{1}{\omega C} \rightarrow 0$, $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\frac{\omega C}{R}} \right) = 0^\circ$

Para ω baixas, $\frac{1}{\omega C} \rightarrow \infty$, $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\frac{\omega C}{R}} \right) = 90^\circ$

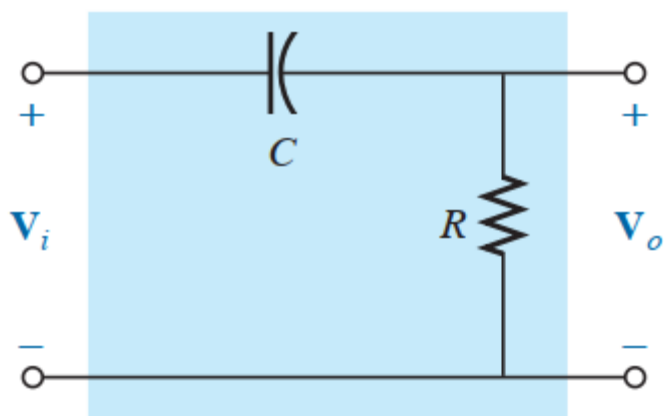
Para $\frac{1}{\omega C} = R$, $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\frac{\omega C}{R}} \right) = 45^\circ$



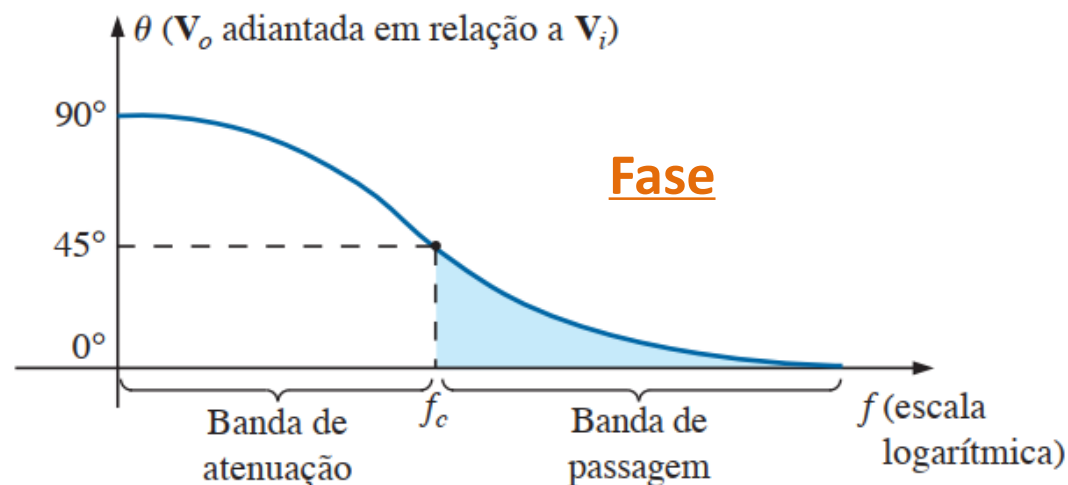
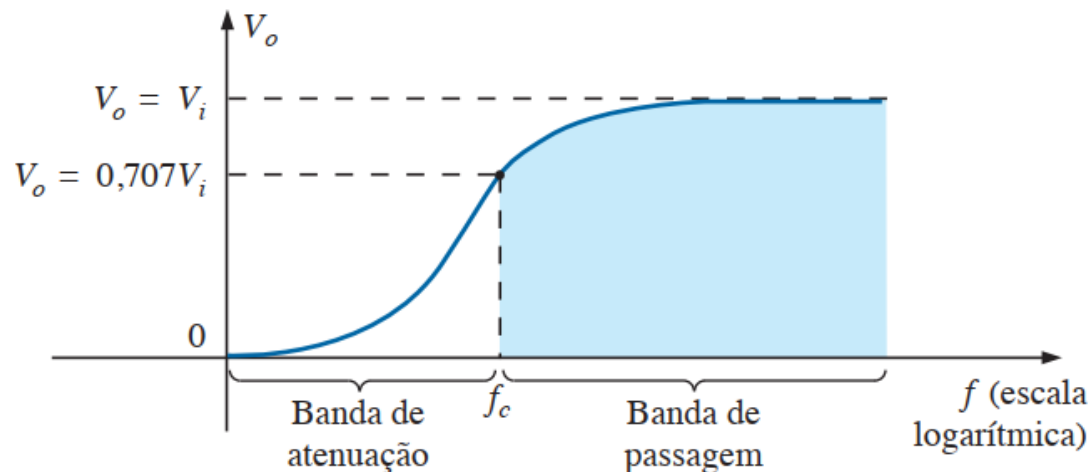


Resposta de frequência

Resposta de Frequência



Amplitude (ganho)



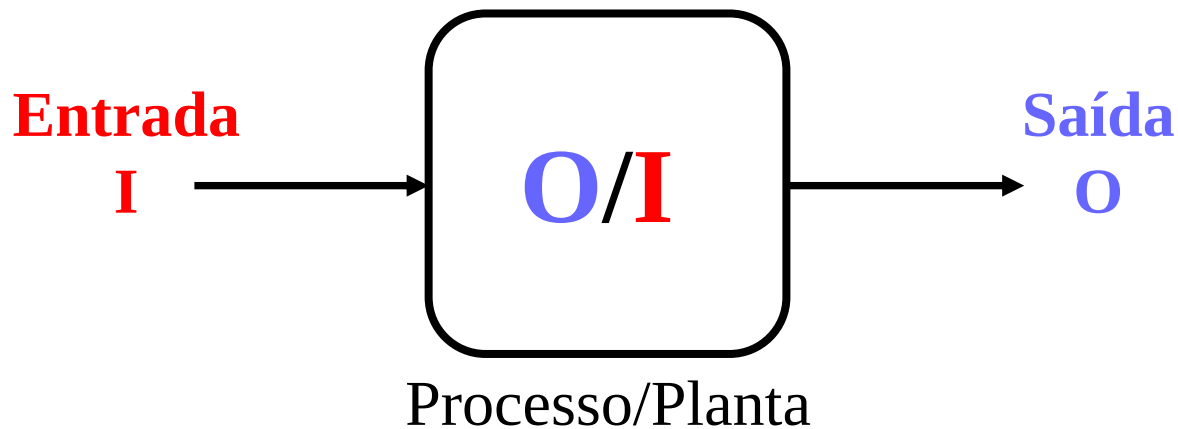
Fase

Função de Transferência



Função de transferência

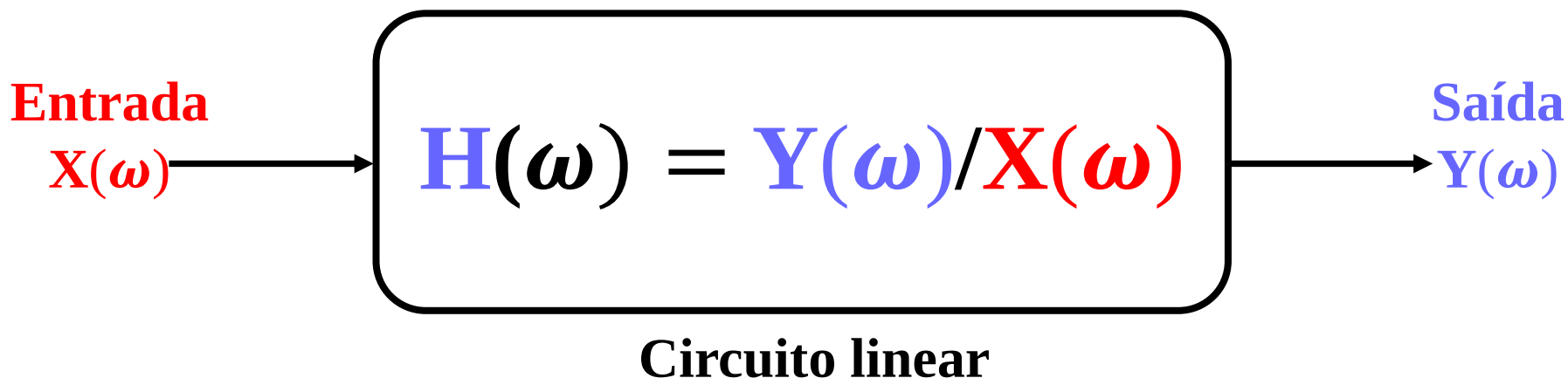
Função de Transferência (FT):





Função de transferência

Função de Transferência (FT):

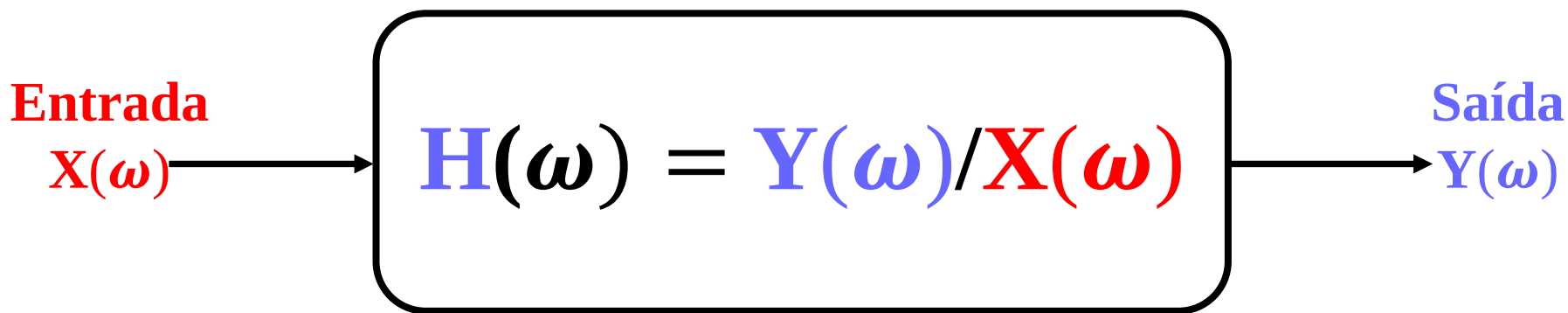


Função de transferência $H(\omega)$ de um circuito é a razão, dependente da frequência, entre uma saída fasorial $Y(\omega)$ (a tensão ou corrente de um elemento) e uma entrada fasorial $X(\omega)$ (fonte de tensão ou corrente).



Função de transferência

Função de Transferência (FT):



Circuito linear

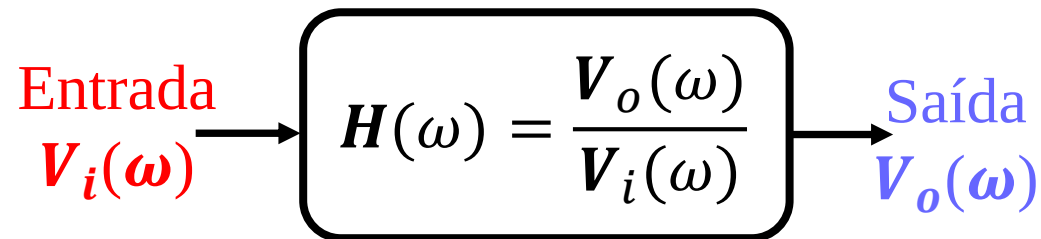
Conhecendo a função de transferência é possível determinar a saída em função do estímulo de entrada.

A resposta de frequência de um circuito é o gráfico da função de transferência do circuito $H(\omega)$ vs ω , com ω variando de $\omega = 0$ a $\omega = \infty$.

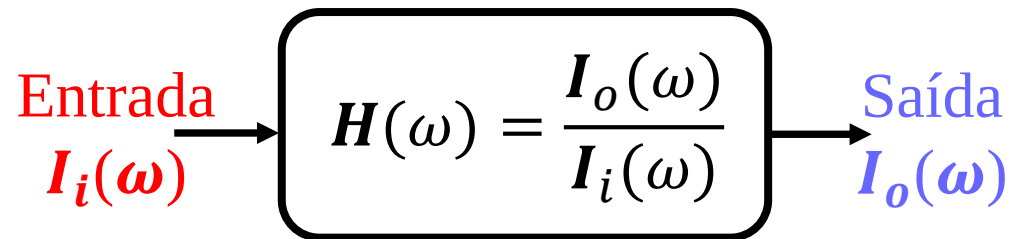


Função de transferência

FT Ganho de Tensão:



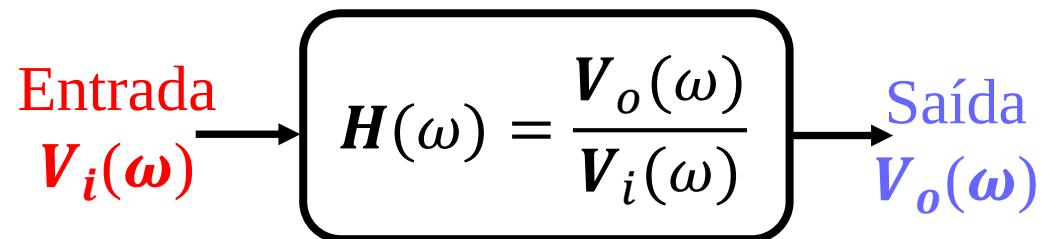
FT Ganho de Corrente:



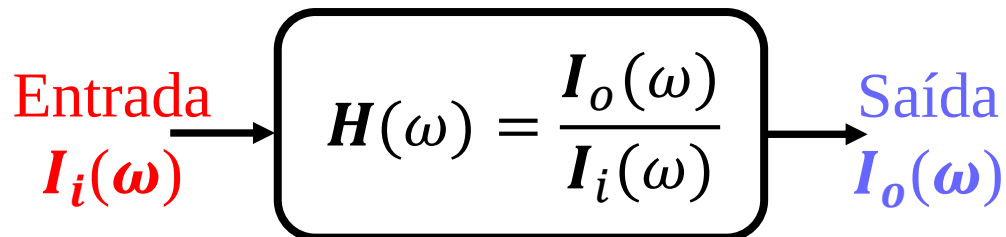


Função de transferência

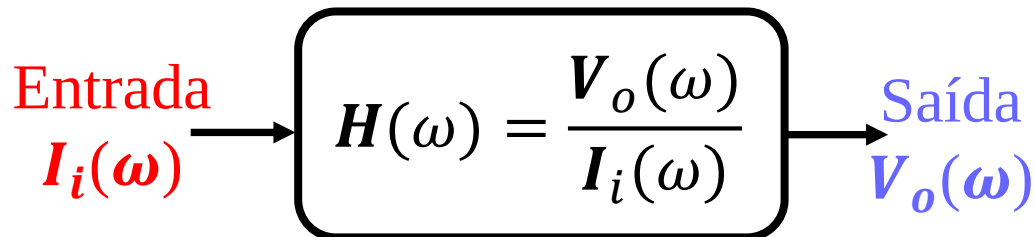
FT Ganho de Tensão:



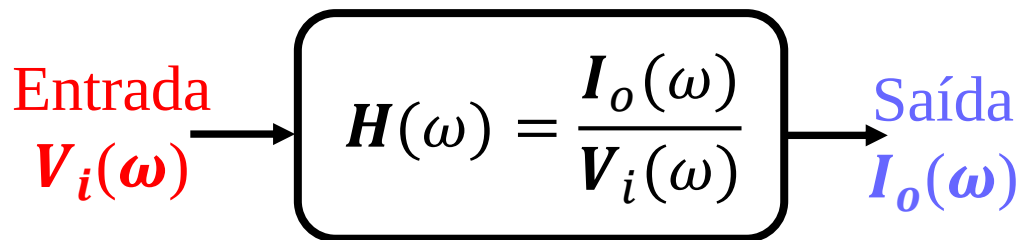
FT Ganho de Corrente:



FT Impedância de transferência:



FT Admitância de transferência:



Decibel



Decibel

Bel [B]

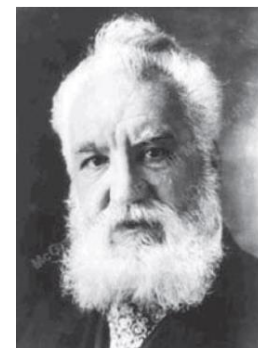
$$\text{Ganho} = \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right) [B]$$

Nota histórica: O bel recebeu esse nome em homenagem a Alexander Graham Bell, inventor do telefone.

Decibel dB

$$\text{Ganho} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right) [dB]$$

$$B = 10 \text{ dB}$$



Caso $P_2 = 2P_1$:

$$dB = 10 \log_{10} \left(\frac{2P_1}{P_1} \right)$$

$$dB = 10 \log_{10}(2)$$

$$dB = 10 \times 0,3010$$

$$\boxed{3 \text{ dB}}$$

Caso $2P_2 = P_1$:

$$dB = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{2P_2} \right)$$

$$dB = 10 \log_{10}(0,5)$$

$$dB = 10 \times (-0,3010)$$

$$\boxed{-3 \text{ dB}}$$

Caso $P_2 = P_1$:

$$dB = 10 \log_{10} \left(\frac{P_1}{P_1} \right)$$

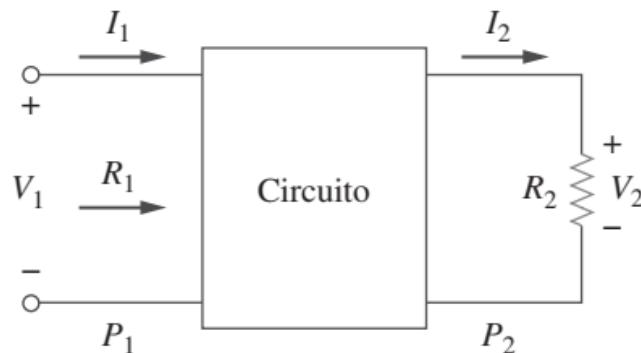
$$dB = 10 \log_{10}(1)$$

$$dB = 10 \times 0$$

$$\boxed{0 \text{ dB}}$$



Decibel



$$G_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{\frac{V_2^2}{R_2}}{\frac{V_1^2}{R_1}}\right)$$

$$G_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 + 10\log_{10}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

$$G_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

Considerando $R_1 = R_2$:

$$G_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Ganho de Potência

$$G_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Ganho de Tensão:

$$G_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Ganho de Corrente:

$$G_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

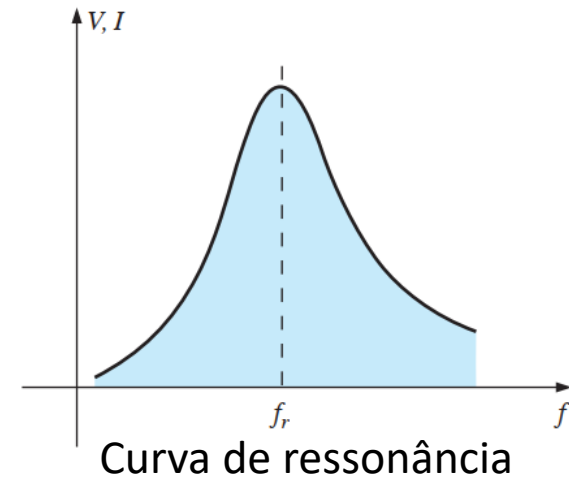


Ressonância

Ressonância

A ressonância é um fenômeno característico de qualquer sistema onde ocorra transferência de energia entre dois ou mais elementos.

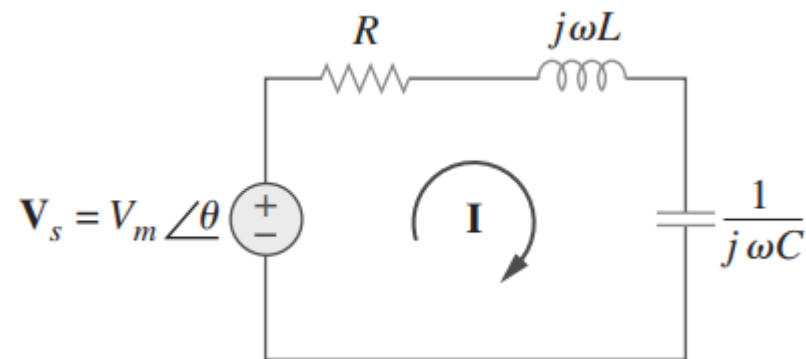
Por exemplo em um **circuito RLC**, a condição de ressonância é caracterizada pela **igualdade em módulo entre as reatâncias capacitivas e indutivas**.



Ressonância é uma condição em um circuito *RLC* no qual as reatâncias capacitiva e indutiva são iguais em módulo, resultando, portanto, em uma impedância puramente resistiva.

Ressonância

Circuito RLC série



$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}(\omega) = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{I}} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\mathbf{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

A ressonância ocorre quando as reatâncias capacitivas e indutivas são iguais, ou seja:

$$\text{Im}(\mathbf{Z}) = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad \boxed{Z = R}$$

O valor de ω que satisfaz essa condição é denominado **frequência de ressonância** ω_0 .
Portanto, a condição de ressonância é:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ rad/s}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ Hz}$$



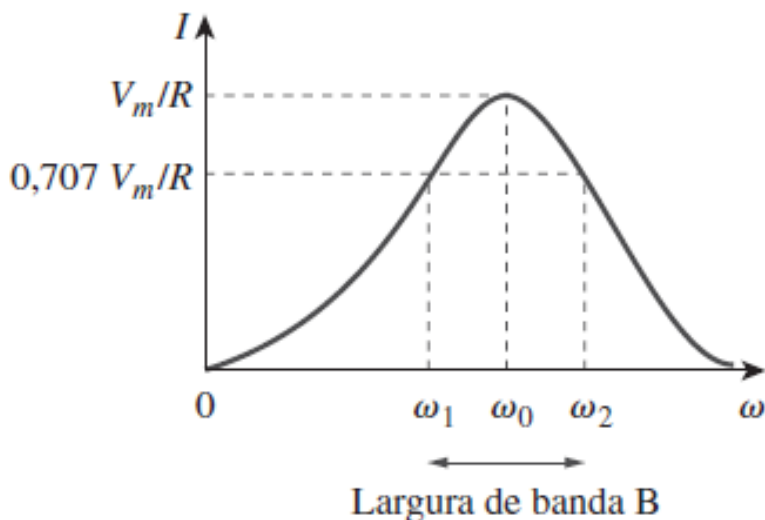
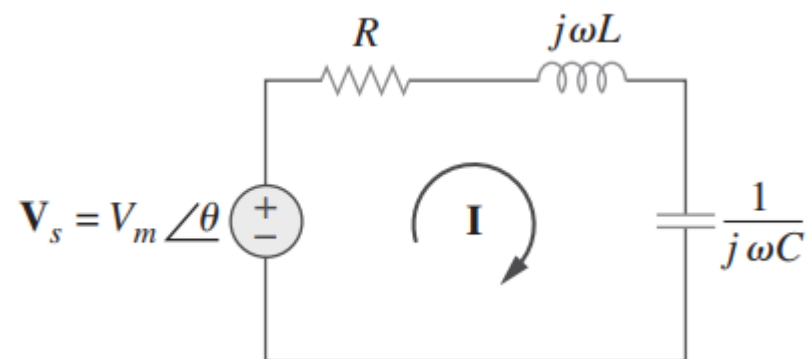
Ressonância

Circuito RLC série

1. A **impedância é puramente resistiva**, portanto, $Z = R$. Em outras palavras, a associação em série RLC atua como um curto-circuito e **toda a tensão está em R**.
2. A **impedância é mínima** (porque ocorre o cancelamento de X_C e X_L e a impedância é dada apenas por R).
3. É atingida a **máxima corrente** (porque Z é mínima).
4. A tensão V_s e a corrente I **estão em fase**, porque a **parte complexa é nula**, já que X_C e X_L se anulam. Em um resistor V e I sempre estão em fase.

Ressonância

Circuito RLC série



A resposta de frequência, em termos de amplitude de corrente é :

$$I = |I| = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

A **potência média** dissipada pelo circuito RLC serie:

$$P(\omega) = \frac{1}{2} I^2 R$$

A **maior potência** dissipada ocorre na ressonância:

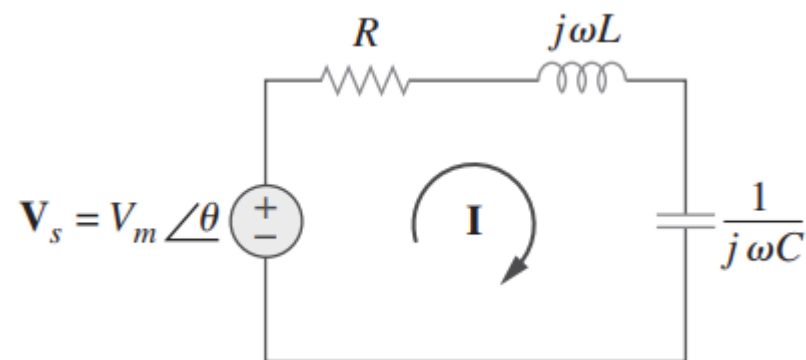
$$P(\omega_0) = \frac{1}{2} \frac{V_m^2}{R}$$

Tensão de meia potência, 0707 V_m:

$$\frac{1}{2} P(\omega) = \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{V_m^2}{R} = \frac{\frac{V_m^2}{\sqrt{2}^2}}{2R} = \frac{\left(\frac{V_m}{\sqrt{2}}\right)^2}{2R} = \frac{(0,707 V_m)^2}{2R}$$

Ressonância

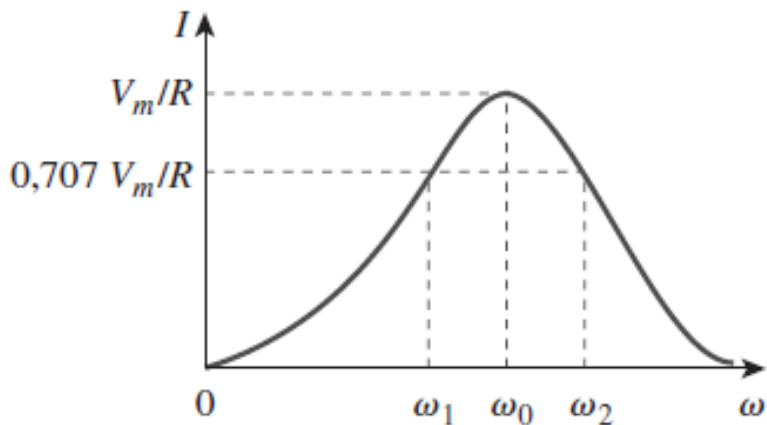
Circuito RLC série



**Frequências de
meia potência:**

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$



Largura de banda B

Frequência de ressonância
(Frequências da maior
potência dissipada):

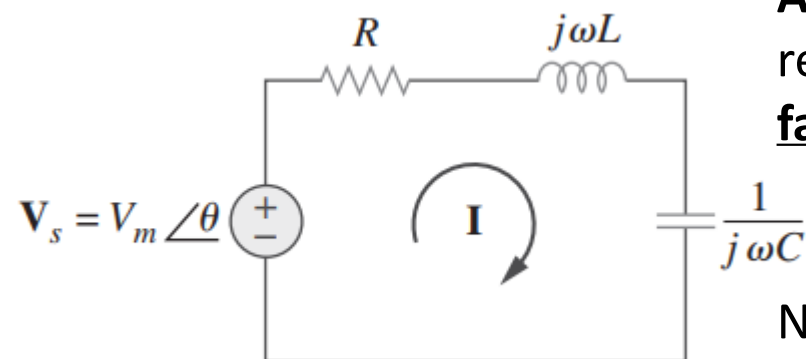
$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

Largura de banda:

$$LB = \omega_2 - \omega_1$$

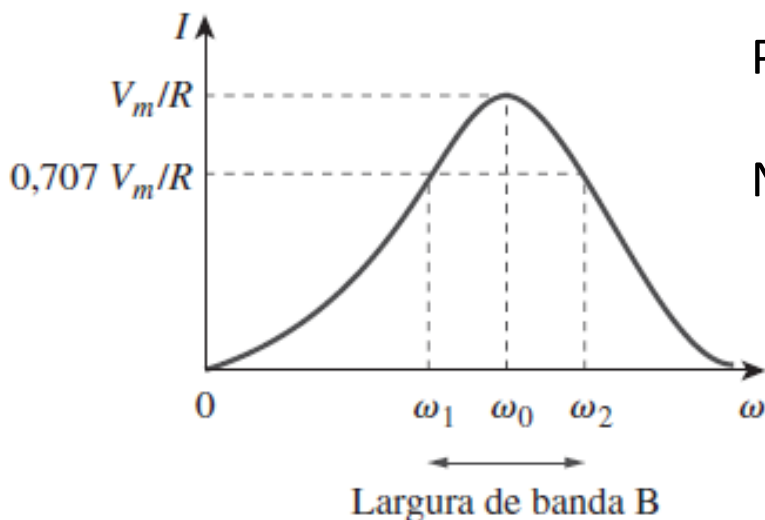
Ressonância

Circuito RLC série



A “agudeza” da curva ressonante em um circuito ressonante é medida quantitativamente pelo fator de qualidade, Q [adimensional].

Na **ressonância** a **energia reativa** no circuito oscila entre o indutor e o capacitor.



Para qualquer circuito: $Q = \frac{\text{Potência Reativa}}{\text{Potência Média}}$

No circuito RLC série:

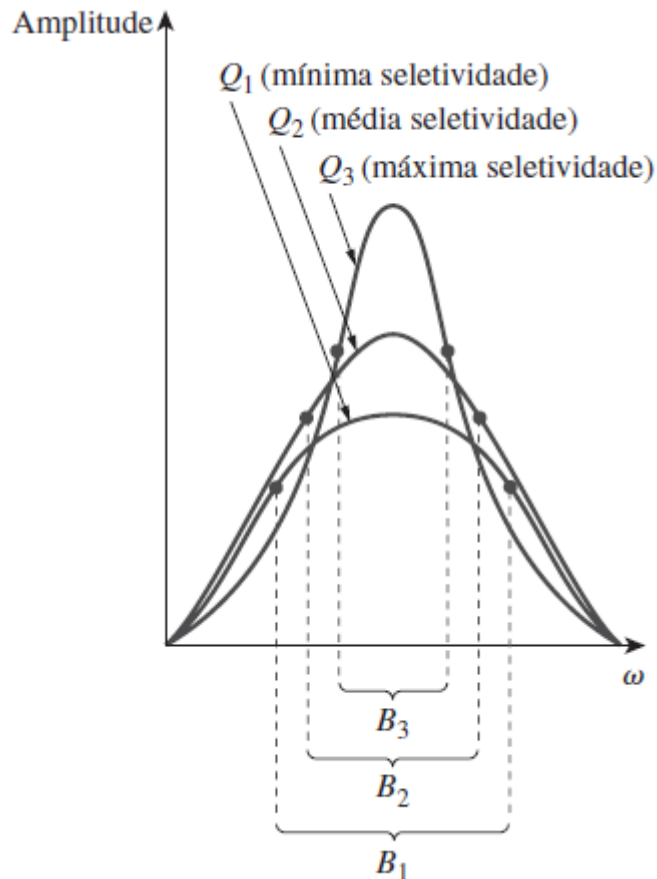
$$Q = \frac{I^2 X_L}{I^2 R} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

$$Q = \frac{I^2 X_C}{I^2 R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

Ressonância

Circuito RLC série



A “agudeza” da curva ressonante em um circuito ressonante é medida quantitativamente pelo fator de qualidade, Q [adimensional].

Na **ressonância** a **energia reativa** no circuito oscila entre o indutor e o capacitor.

Para qualquer circuito: $Q = \frac{\text{Potência Reativa}}{\text{Potência Média}}$

No circuito RLC série:

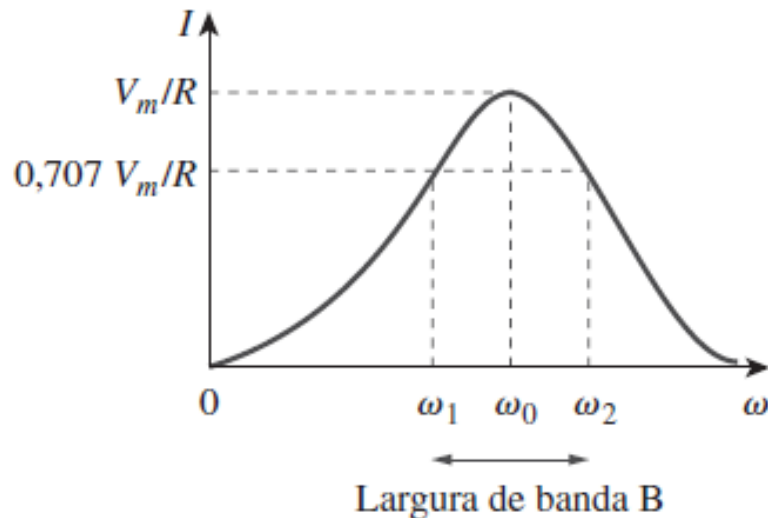
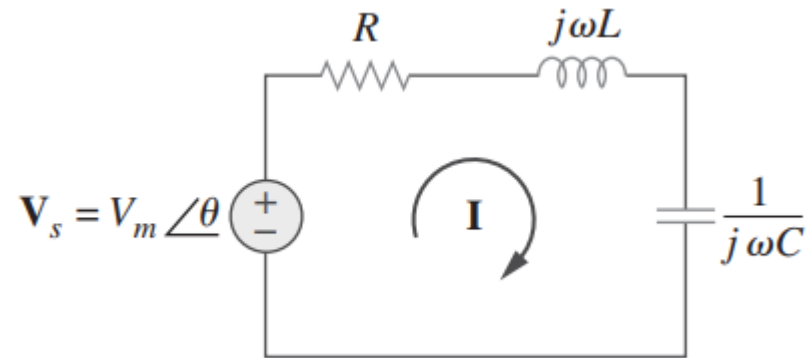
$$Q = \frac{I^2 X_L}{I^2 R} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

$$Q = \frac{I^2 X_C}{I^2 R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

Ressonância

Circuito RLC série



Sabemos que: $LB = \omega_2 - \omega_1$

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} \quad \omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

Logo:

$$LB = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} - \left(-\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}\right)$$

$$LB = 2 \frac{R}{2L} \quad \boxed{LB = \frac{R}{L}}$$

Considerando a eq. $Q = \frac{\omega_0 L}{R} \longrightarrow \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$

Logo:

$$\boxed{LB = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}} \quad \text{ou} \quad \boxed{Q = \frac{\omega_0}{LB}}$$



Filtros



Filtros

Filtro é um circuito projetado para deixar passar sinais com frequências desejadas e rejeitar ou atenuar outros.

Como **dispositivo seletivo de frequências**, um filtro pode ser usado para **limitar o espectro de frequências de um sinal para alguma faixa de frequências especificada** e em receptores de rádio e TV, para possibilitar que selecionemos um sinal desejado de uma grande gama de sinais presentes no ambiente.



Filtros

Classificação dos filtros, de acordo a:

1. Função executada

2. Tecnologia empregada

3. Função resposta (ou aproximação)

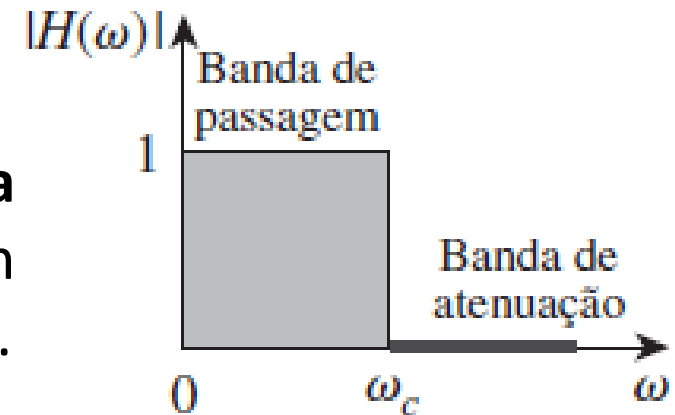


Filtros

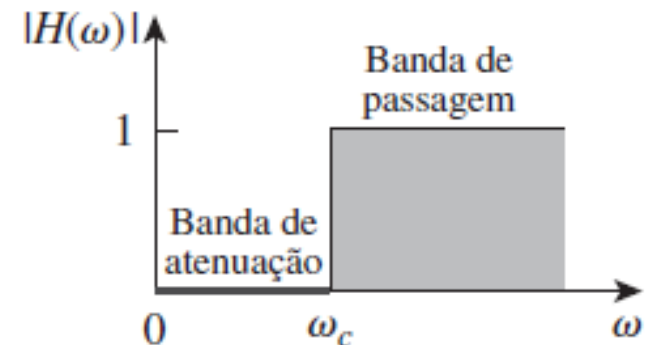
Classificação dos filtros, de acordo a:

1. Função executada

1. Um **filtro passa-baixas (PB)** deixa **passar frequências baixas** ($\omega < \omega_c$) com **alta amplitude**. E rejeita frequências altas.



2. Um **filtro passa-altas (PA)** permite a **passagem de frequências altas** ($\omega > \omega_c$) com **alta amplitude**. E elimina frequências baixas.



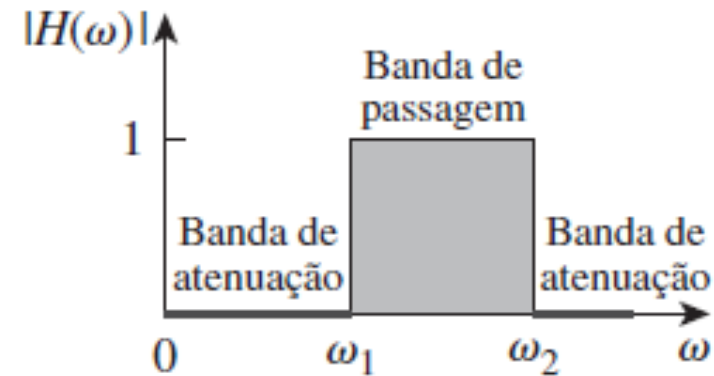


Filtros

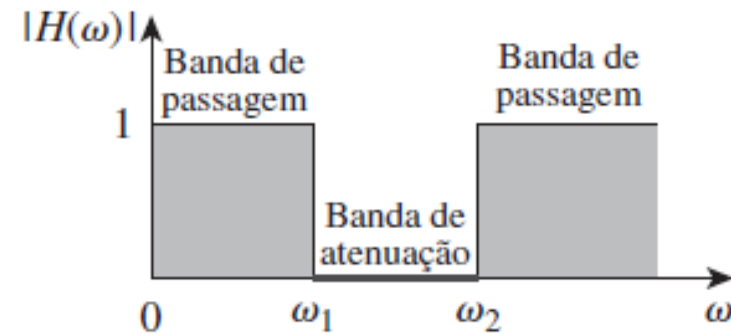
Classificação dos filtros, de acordo a:

1. Função executada

3. Um **filtro passa-faixa (PF)** permite a passagem de frequências dentro de uma determinada faixa ($\omega_1 < \omega < \omega_2$) com alta amplitude. E bloqueia as outras frequências.



4. Um **filtro rejeita-faixa (RF)** deixar passar frequências fora de uma faixa de frequências: ($\omega < \omega_1$) e ($\omega > \omega_2$) com alta amplitude. E suprime a outra faixa de frequência ($\omega_1 < \omega < \omega_2$).





Filtros

Classificação dos filtros, de acordo a:

2. Tecnologia empregada

Filtros passivos: formado apenas por elementos passivos (resistores, capacitores e indutores). Outra característica é que o **ganho** destes dispositivos é **sempre menor ou igual a 1**, porque não possuem componentes para amplificar sinais. Os filtros passivos funcionam bem em altas frequências (acima de 100 kHz). No entanto, em baixas frequências estes filtros precisam de outros componentes adicionais, que dificulta a sua implementação.



Filtros

Classificação dos filtros, de acordo a:

2. Tecnologia empregada

Filtros ativos: circuitos compostos por elementos passivos associados a elementos ativos (amplificadores operacionais, *etc*).

Filtros digitais: utilizam elementos digitais na sua constituição.



Filtros

Classificação dos filtros, de acordo a:

3. Função resposta (ou aproximação)

As aproximações apresentam uma **função matemática específica**, que **através dela é possível obter uma curva de resposta aproximada para um determinado filtro**. Os tipos mais comuns de aproximação são:

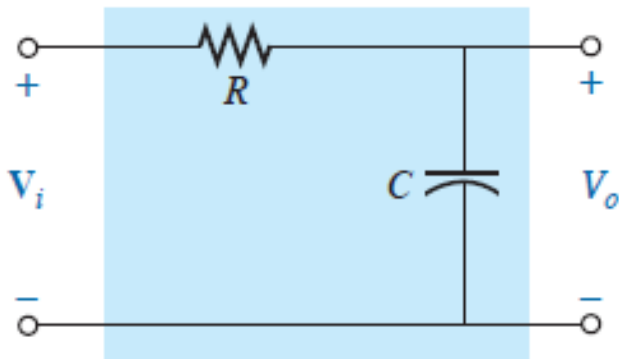
- Filtro de Butterworth;
- Filtro de Chebyshev;
- Filtro de Bessel.



Filtros Passivos

Filtros passivos

Filtro Passa-Baixas (PB)



Função de Transferência (FT)

$$H(\omega) = \frac{V_o}{V_i}$$

Divisor de tensão: $V_o = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} V_i$

$$H(0) = 1$$

$$H(\infty) = 0$$

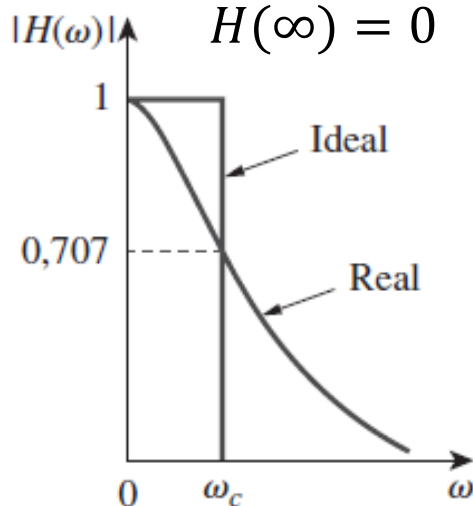
Subs V_o
em $H(\omega)$:

$$H(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C} V_i}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{1}{V_i} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \times \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Multip pelo
complexo
conjugado:

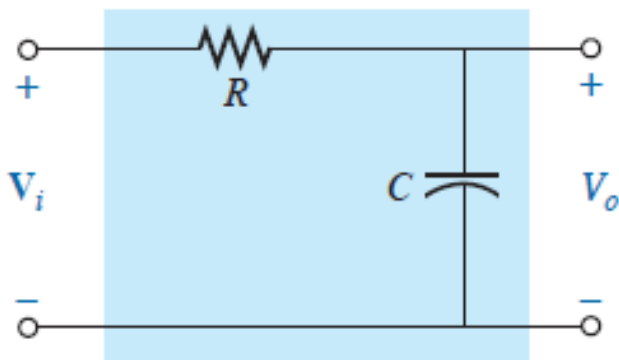
$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \times \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$$

FT do filtro PB:
$$H(\omega) = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} - j \frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$$



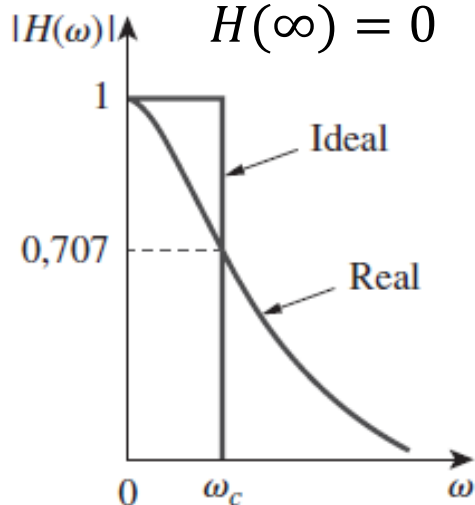
Filtros passivos

Filtro Passa-Baixas (PB)



$$H(0) = 1$$

$$H(\infty) = 0$$



Resposta em amplitude

$$|H(\omega)|$$

$$|H(\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2 + \left(-\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2}$$

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{1 + (\omega RC)^2}{(1 + (\omega RC)^2)^2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}}$$

Resposta em amplitude do filtro PB:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Fase

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

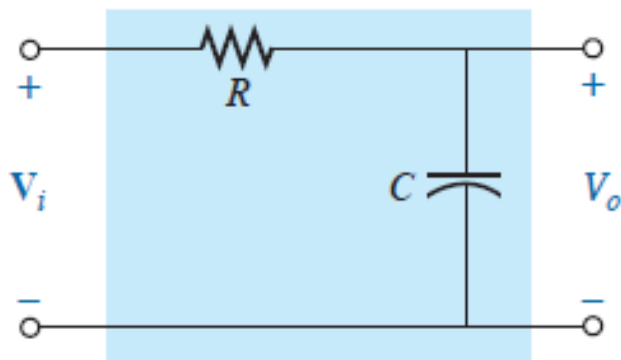
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}}{\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}}\right) = \tan^{-1}(-\omega RC)$$

Fase do filtro PB:

$$\theta = -\tan^{-1}(\omega RC)$$

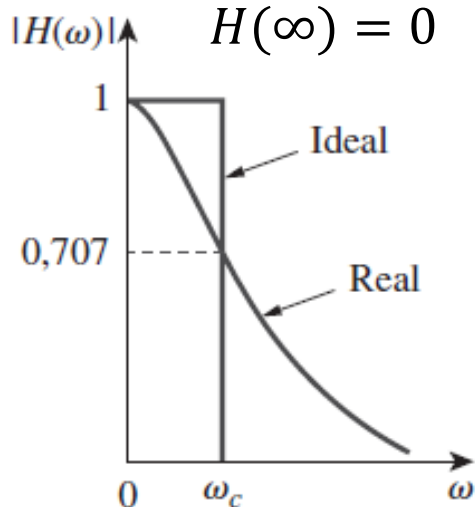
Filtros passivos

Filtro Passa-Baixas (PB)



$$H(0) = 1$$

$$H(\infty) = 0$$



Calculando a frequência de corte, que é obtida no ponto de meia potência, quando:

$$|H(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

então:
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}}$$

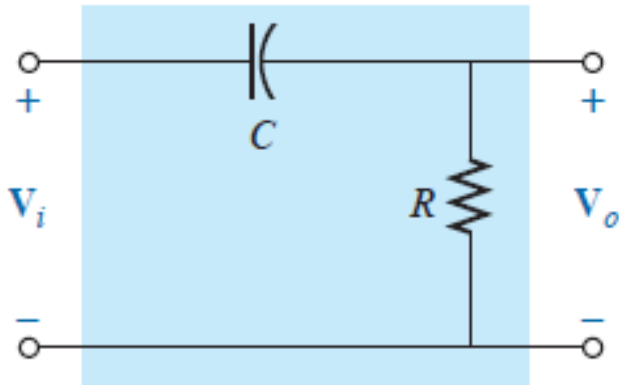
$$1 + (\omega_c RC)^2 = 2 \quad (\omega_c RC)^2 = 1 \quad \omega_c^2 = \frac{1}{(RC)^2}$$

$$\text{Frequência de corte do filtro PB: } \omega_c = \frac{1}{RC}$$



Filtros passivos

Filtro Passa-Altas (PA)



$$H(0) = 0$$

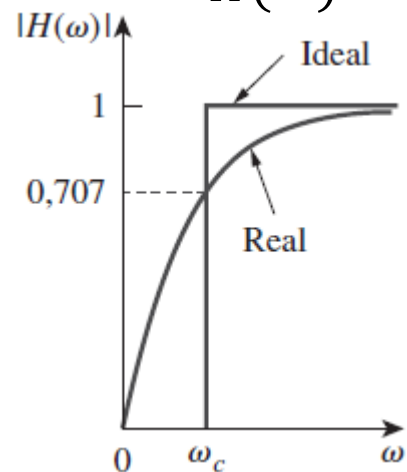
$$H(\infty) = 1$$

Função de
Transferência (FT)

$$H(\omega) = \frac{V_o}{V_i}$$

$$H(\omega) = \frac{RV_i}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{1}{V_i} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \times \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$H(\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \times \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{j\omega RC + (\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}$$

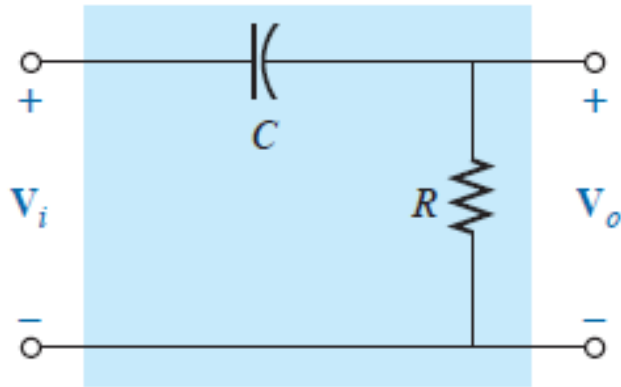


FT do filtro PA:
$$H(\omega) = \frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2} + j \frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$$



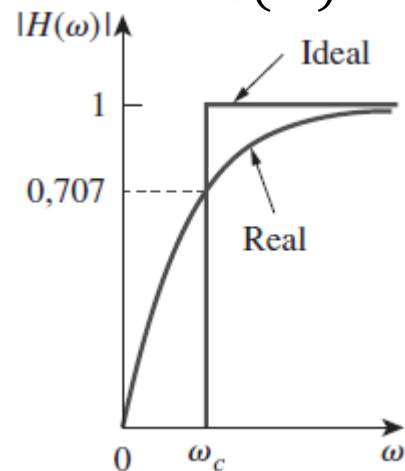
Filtros passivos

Filtro Passa-Altas (PA)



$$H(0) = 0$$

$$H(\infty) = 1$$



Resposta em amplitude $|H(\omega)|$

$$|H(\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2}$$

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{(\omega RC)^4 + (\omega RC)^2}{(1 + (\omega RC)^2)^2}} = \sqrt{\frac{(\omega RC)^2(1 + (\omega RC)^2)}{(1 + (\omega RC)^2)^2}}$$

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}}$$

Resposta em amplitude do filtro PA:

$$|H(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Fase

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}}{\frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\omega RC} \right)$$

Fase do filtro PA:

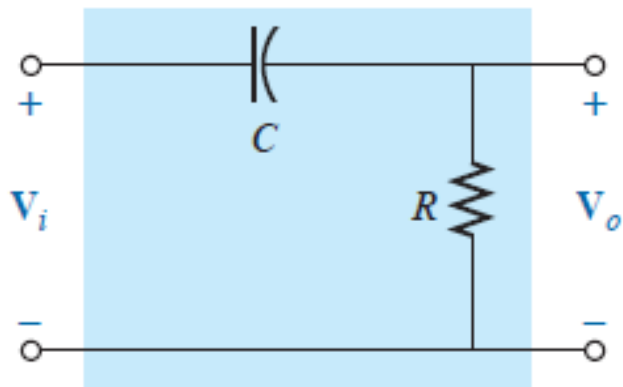
$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\omega RC} \right)$$

Filtros passivos

Filtro Passa-Altas (PA)

Frequência de corte:

$$|H(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$H(0) = 0$$

$$H(\infty) = 1$$

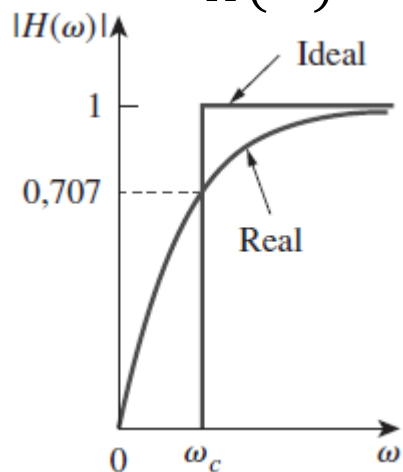
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_c RC}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}}$$

$$(\omega_c RC)^2 = \frac{1 + (\omega_c RC)^2}{2}$$

$$2(\omega_c RC)^2 = 1 + (\omega_c RC)^2$$

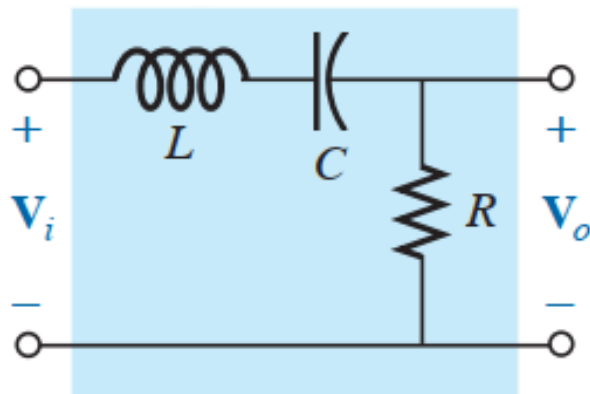
$$(\omega_c RC)^2 = 1$$

Frequência de corte do filtro PA: $\omega_c = \frac{1}{RC}$



Filtros passivos

Filtro Passa-Faixa (PF)

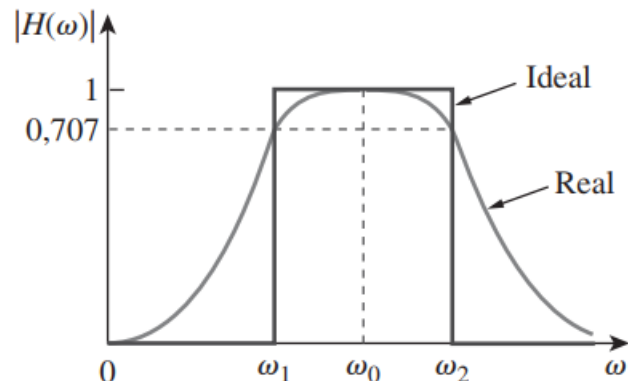


Função de Transferência (FT)

$$H(\omega) = \frac{V_o}{V_i}$$

$$H(\omega) = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \times \frac{R - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$H(\omega) = \frac{R^2 - jR\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

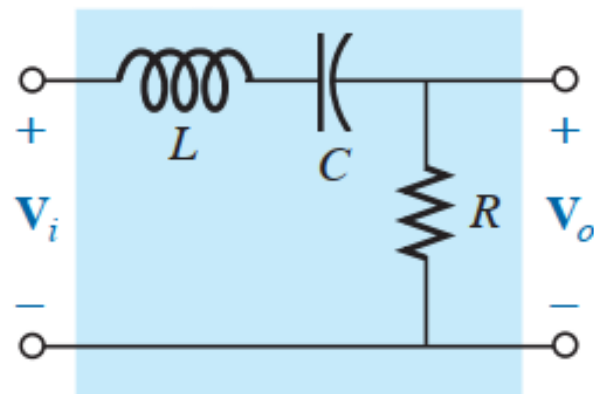


FT do filtro PF:

$$H(\omega) = \frac{R^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} - j \frac{R\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

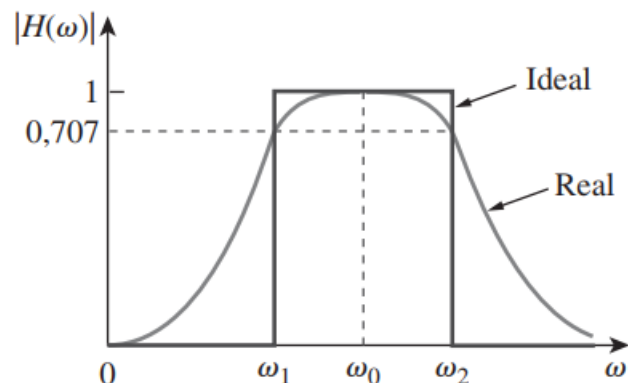
Filtros passivos

Filtro Passa-Faixa (PF)



$$|H(\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{R^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right)^2 + \left(\frac{R\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right)^2}$$

$$|H(\omega)| = \frac{\sqrt{R^4 + R^2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}{\left(R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right)} = \frac{\cancel{R^2} \left(\cancel{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right)}{\left(R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right)^{\cancel{2}}}$$

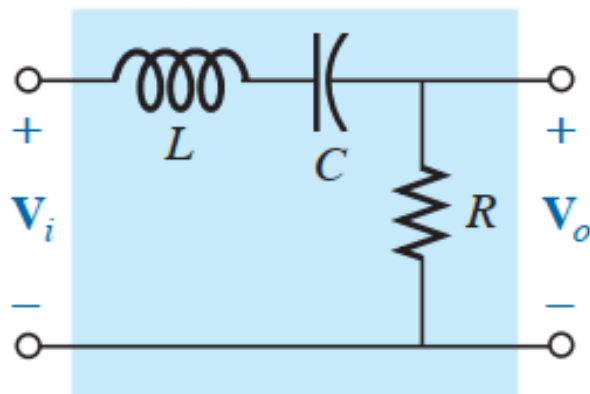


Resposta em amplitude do filtro PF:

$$|H(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Filtros passivos

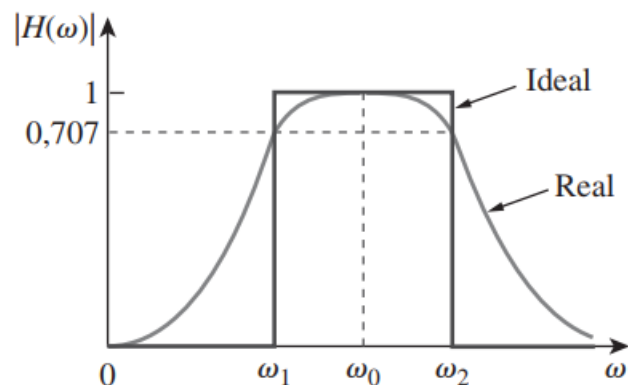
Filtro Passa-Faixa (PF)



Fase

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-\frac{R \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}{\frac{R^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \right)$$

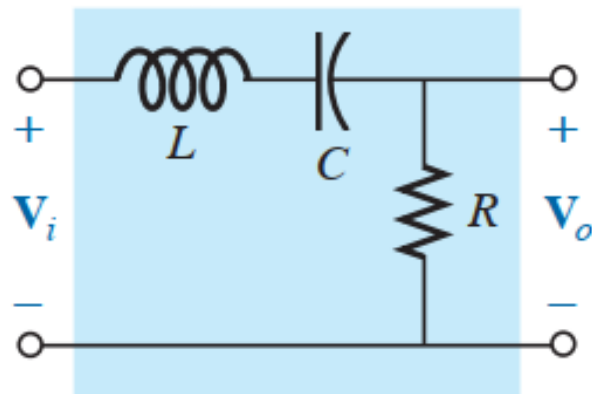


Fase do filtro PF:

$$\theta = -\tan^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$

Filtros passivos

Filtro Passa-Faixa (PF)

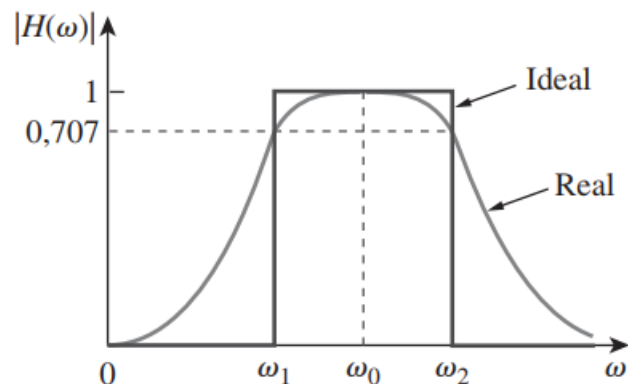


Frequências de ressonância:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ [rad/s]} \quad \text{ou} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ [Hz]}$$

Frequências de meia potência:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$



$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

Fator de qualidade:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

Largura de banda:

$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$$

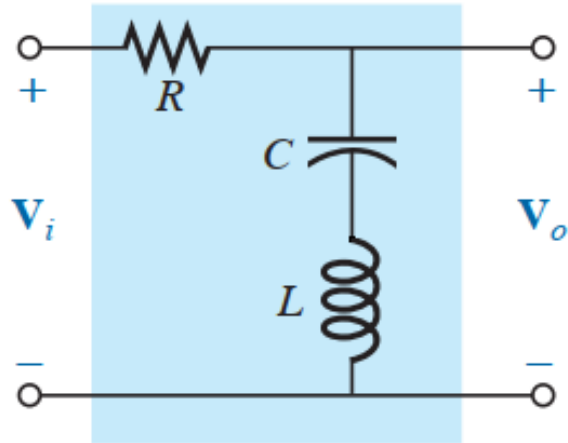


Filtros passivos

Filtro Rejeita-Faixa (RF)

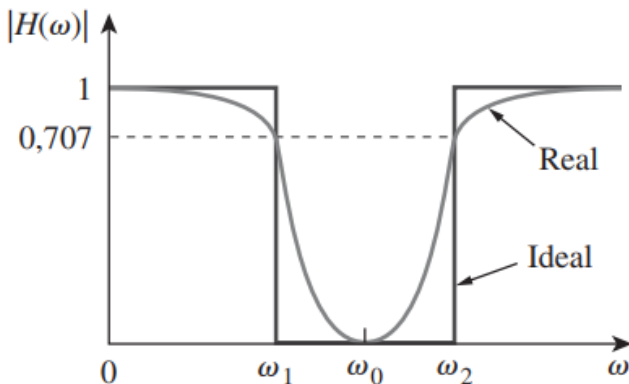
Função de Transferência (FT)

$$H(\omega) = \frac{V_o}{V_i}$$



$$H(\omega) = \frac{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \times \frac{1}{\frac{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{1}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}}$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \frac{jR}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}} \times \frac{1 + \frac{jR}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}}{1 + \frac{jR}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}} = \frac{1 + \frac{jR}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}}{1 + \left[\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}\right]^2}$$



FT do filtro RF:

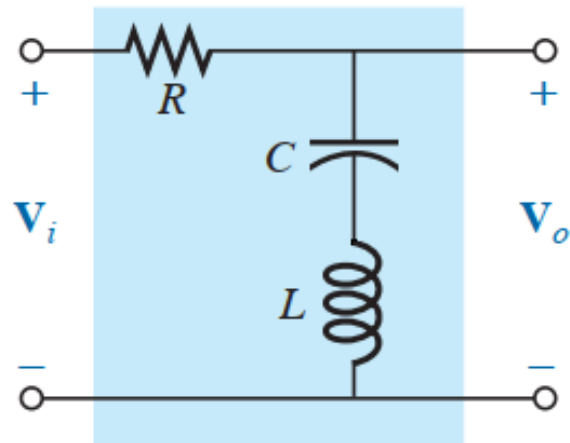
$$H(\omega) = \frac{1}{1 + \left[\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}\right]^2} + j \frac{\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}}{1 + \left[\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}\right]^2}$$

Filtros passivos

Filtro Rejeita-Faixa (RF)

Resposta em amplitude

$$|H(\omega)|$$

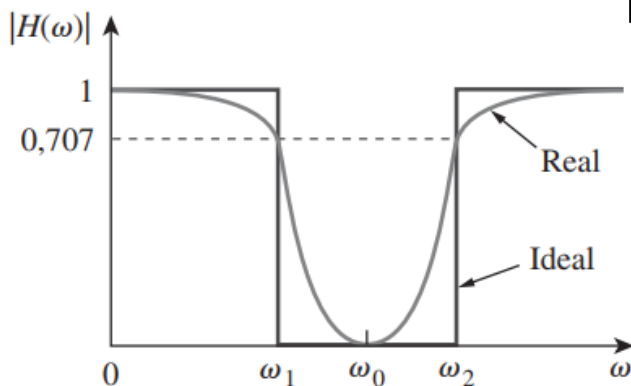


$$|H(\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} \right)^2} \right)^2 + \left(\frac{\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}}{1 + \left(\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} \right)^2} \right)^2}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1 + \left[\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} \right]^2}{\sqrt{\left\{ 1 + \left[\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} \right]^2 \right\}^2}}$$

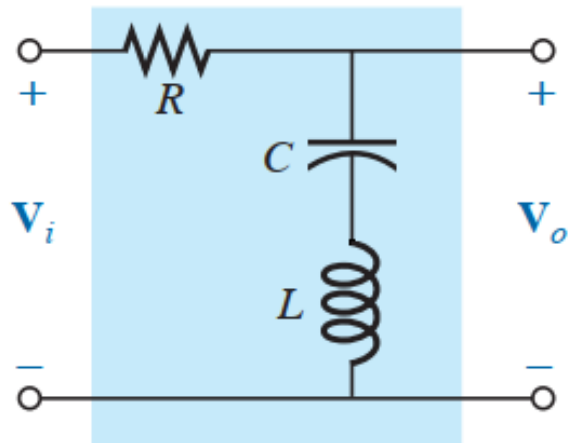
Resposta em amplitude do filtro RF:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} \right]^2}}$$



Filtros passivos

Filtro Rejeita-Faixa (RF)



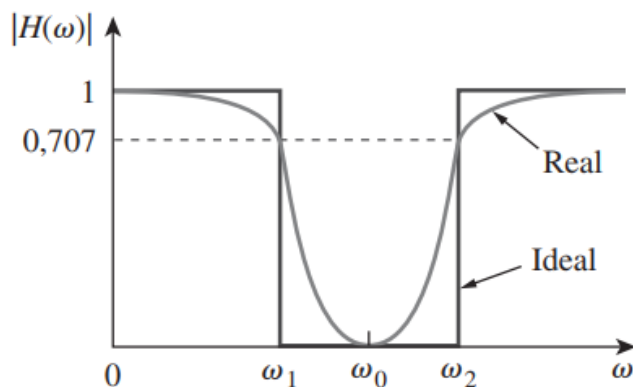
Fase

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}}{1 + \left[\frac{R}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} \right]^2} \right)$$

Fase do filtro RF:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \right)$$

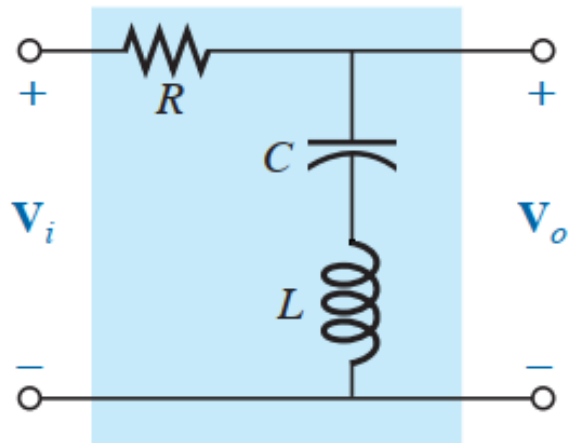




Filtros passivos

Filtro Rejeita-Faixa (RF)

Igual ao filtro PF porque ambos são RLC série



Frequências de ressonância:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ [rad/s]} \quad \text{ou} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ [Hz]}$$

Frequências de meia potência:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

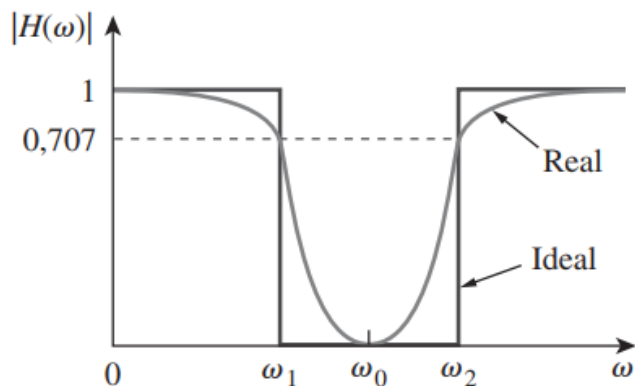
$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

Fator de qualidade:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

Largura de banda:

$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$$



Referências

Boylestad, R., L. Introdução à análise de circuitos, 12nd ed. Pearson, 2012.

Alexader, C. K., Sadiku, M., N., O. Fundamentos Circuitos Elétricos , 5ta ed. Mc Graw Hill, 2013.



Universidade de São Paulo (USP), Escola
de Engenharia de Lorena (EEL),
Curso de Engenharia Física



Obrigado

Prof. Andy Blanco Rodriguez

andy.blanco@usp.br