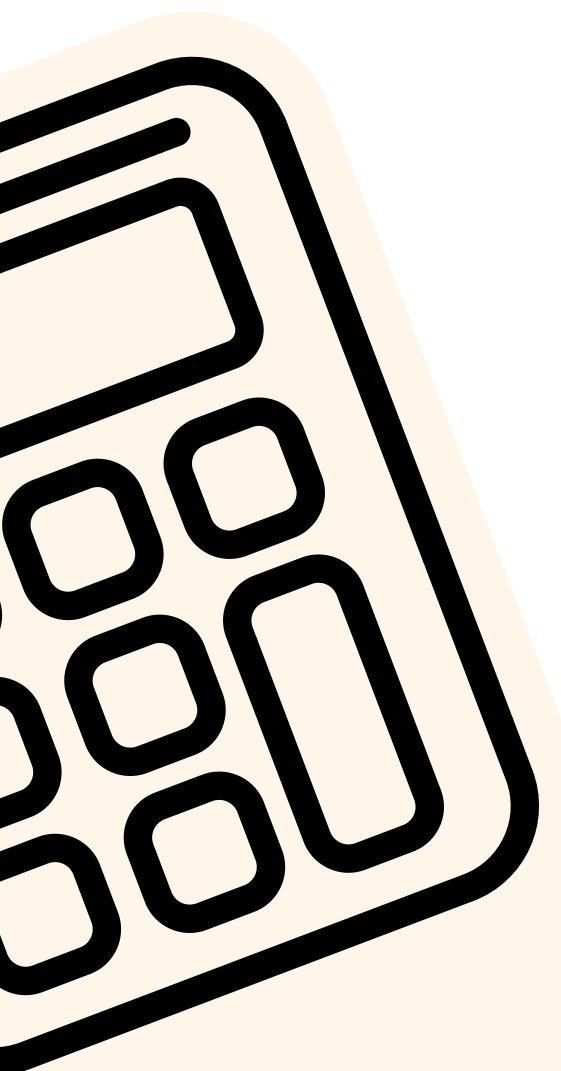




MONITORIA

Exercícios para **PROVA 1**

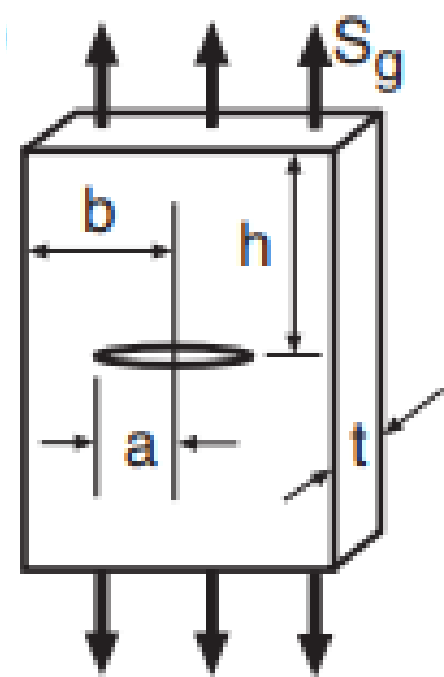
COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS MATERIAIS





FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 1 - EXEMPLO 8.1 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)



$$K = S_g \sqrt{\pi a} \quad S_g = \frac{P}{2bt}$$

$$(a/b \leq 0.4)$$

$$F = \frac{1 - 0.5\alpha + 0.326\alpha^2}{\sqrt{1 - \alpha}} \quad (h/b \geq 1.5)$$

Uma placa com uma trinca central, de dimensões $b = 50 \text{ mm}$, $t = 5 \text{ mm}$ e h grande. Aplicando uma força de $P = 50 \text{ kN}$ é aplicada.

- Qual é o fator de intensidade de tensão K para um comprimento de fissura de $a = 10 \text{ mm}$?
- E para $a = 30 \text{ mm}$?
- Qual é o tamanho crítico de trinca (a_c) para fratura se o material for alumínio 2014-T651?



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

RESOLUÇÃO - EXEMPLO 8.1 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

a) Passo I: Cálculo da relação dimensional (α)

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{10 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 0,2 \text{ (adm)}$$

Como $\alpha \leq 0,4$, $F = 1$.

a) Passo II: Cálculo da tensão (S_g)

$$S_g = \frac{P}{2 \cdot b \cdot t} = \frac{50.000 \text{ N}}{2 \cdot 50 \text{ mm} \cdot 5 \text{ mm}} = 100 \text{ (MPa)}$$

a) Passo III: Cálculo do fator de intensidade de tensão (K)

$$K = F \cdot S_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$K = 1 \cdot 100 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,01 \text{ m}}$$

$$K = 17,7 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

b) Passo I: Cálculo da relação dimensional (α)

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{30 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 0,6 \text{ (adm)}$$

Como $\alpha > 0,4$, o fator de correção dimensional (F) é:

$$(a) \quad F = \frac{1 - 0,5\alpha + 0,326\alpha^2}{\sqrt{1 - \alpha}} \quad (h/b \geq 1,5)$$

$$\frac{h}{b} \geq 1,5 \text{ (Para } h \text{ grande, } h \geq 150 \text{ mm)}$$

$$F = \frac{1 - 0,5 \cdot \alpha + 0,36 \cdot \alpha^2}{\sqrt{1 - \alpha}} = \frac{1 - 0,5 \cdot 0,6 + 0,326 \cdot (0,6)^2}{\sqrt{1 - 0,6}} = \frac{0,817}{0,632} = 1,292$$

b) Passo 2: Cálculo do fator de intensidade de tensão (K)

$$S_g = \frac{P}{2 \cdot b \cdot t} = \frac{50.000 \text{ N}}{2 \cdot 50 \text{ mm} \cdot 5 \text{ mm}} = 100 \text{ (MPa)} \quad (\text{já calculado})$$

$$K = F \cdot S_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$K = 1,292 \cdot 100 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,03 \text{ m}}$$

$$K = 39,7 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

RESOLUÇÃO - EXEMPLO 8.1 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

c) Passo I: Busca na tabela pela liga Al 2014-T651.

Material	Toughness K_{IC}	Yield σ_o	Ultimate σ_u	Elong. $100\epsilon_f$	Red. Area $\%RA$
	MPa $\sqrt{m}$ (ksi $\sqrt{in}$)	MPa (ksi)	MPa (ksi)	%	%
2014-T651	24 (22)	415 (60)	485 (70)	13	—

$$K_{IC} = 24 \text{ MPa} \sqrt{m}$$

c) Passo II: Cálculo do tamanho da trinca crítica

Como não é possível calcular a relação dimensional (α), vamos supor $F = 1$.

$$K = F \cdot S_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

Isolando o tamanho da trinca (a):

$$a = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K}{F \cdot S_g} \right)^2$$

Ou para o tamanho crítico da trinca (a_c):

$$a_c = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K_{IC}}{F \cdot S_g} \right)^2$$

Aplicando os valores já calculados:

$$a_c = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{24 \text{ MPa} \sqrt{m}}{1 \cdot 100 \text{ MPa}} \right)^2 = 0,0183 \text{ m}$$

$$a_c = 18,3 \text{ mm}$$

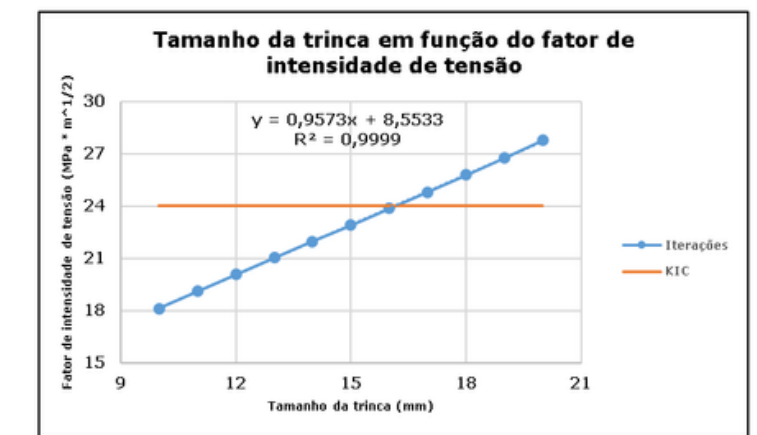
Agora, vamos verificar se a suposição ($F=1$) é válida para o tamanho da trinca calculada:

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{18,33 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 0,37 \text{ (adm)}$$

Como a relação dimensional (α) é maior que 0,4, a suposição feita está correto e o tamanho da trinca crítica foi validado.

Caso não fosse validado, teríamos que partir para uma análise iterativa:

a (mm)	α (adm)	F (adm)	K (MPa $m^{1/2}$)
10	0,20	1,022	18,12
11	0,22	1,027	19,10
12	0,24	1,033	20,06
13	0,26	1,040	21,01
14	0,28	1,047	21,95
15	0,30	1,055	22,89
16	0,32	1,063	23,84
17	0,34	1,073	24,79
18	0,36	1,083	25,76
19	0,38	1,095	26,75
20	0,40	1,107	27,75

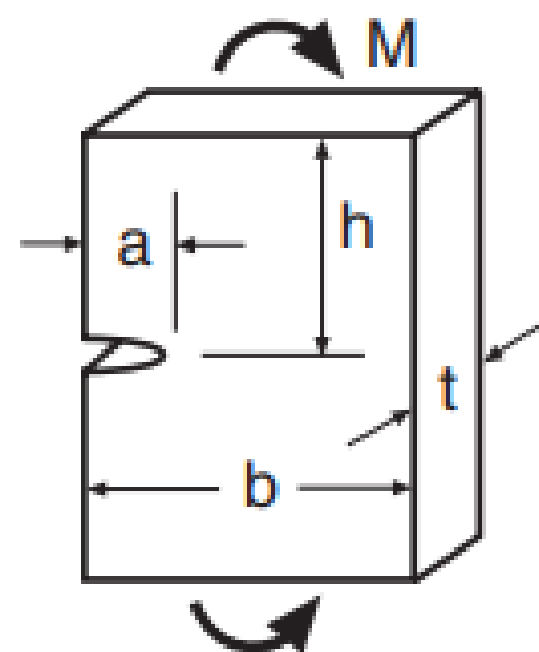


$$a_c = 16,2 \text{ mm}$$



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 2 - EXERCÍCIO 8.9 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)



$$K = 1.12S_g\sqrt{\pi a} \quad (a/b \leq 0.4)$$

$$S_g = \frac{6M}{b^2t}$$

$$X_K = \frac{K_{Ic}}{K} \quad X_o = \sigma_o/S_g$$

$$X'_o = M_o/M$$

$$F = \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2}} \left[\frac{0.923 + 0.199 \left(1 - \sin \frac{\pi\alpha}{2}\right)^4}{\cos \frac{\pi\alpha}{2}} \right] \quad (\text{large } h/b)$$

$$M_o = \frac{b^2t\sigma_o}{4} (1 - \alpha)^2$$

Uma viga com seção transversal retangular tem dimensões de $b = 40$ e $t = 10$ mm. A viga é feita de alumínio 7475-T7351 e está sujeita a um momento fletor de $M = 900$ N·m.

a) Se houver uma trinca de espessura total na borda com comprimento $a = 5$ mm, qual é o fator de segurança contra fratura frágil?

b) Repita para um comprimento de trinca de 10 mm.

c) Qual é o comprimento crítico da trinca para fratura?

D) Qual comprimento de trinca pode ser permitido se for necessário um fator de segurança de 3,0 contra fratura frágil?



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 2 - EXERCÍCIO 8.9 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

a) Passo I: Cálculo da relação dimensional (α)

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{5 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 0,125 \text{ (adm)}$$

Como $\alpha \leq 0,4$, $F = 1,12$.

a) Passo II: Cálculo da tensão (S_g)

$$S_g = \frac{6M}{b^2 \cdot t} = \frac{6 \cdot 900 \text{ N m}}{(40 \text{ mm})^2 \cdot 0,010 \text{ m}} = 337,5 \text{ (MPa)}$$

a) Passo III: Cálculo do fator de intensidade de tensão (K)

$$K = F \cdot S_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$K = 1,12 \cdot 337,5 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,005 \text{ m}}$$

$$K = 47,4 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

a) Passo IV: Cálculo do fator de segurança em relação a fratura frágil

$$X_K = \frac{K_{IC}}{K}$$

Busca na tabela pela liga Al 7475-T7351

Material	Toughness K_{IC}	Yield σ_o	Ultimate σ_u	Elong. $100\epsilon_f$	Red. Area $\%RA$
	MPa $\sqrt{\text{m}}$ (ksi $\sqrt{\text{in}}$)	MPa (ksi)	MPa (ksi)	%	%
7475-T7351	52 (47)	435 (63)	505 (73)	14	—

$$K_{IC} = 52 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

Portanto,

$$X_K = \frac{K_{IC}}{K} = \frac{52 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}}{47,4 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}} = 1,1$$



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 2 - EXERCÍCIO 8.9 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

b) Passo I: Cálculo da relação dimensional (α)

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{10 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 0,25 \text{ (adm)}$$

Como $\alpha \leq 0,4$, $F = 1,12$.

b) Passo II: Cálculo da tensão (S_g)

$$S_g = \frac{6M}{b^2 \cdot t} = \frac{6 \cdot 900 \text{ N m}}{(40 \text{ mm})^2 \cdot 0,010 \text{ m}} = 337,5 \text{ (MPa)}$$

b) Passo III: Cálculo do fator de intensidade de tensão (K)

$$K = F \cdot S_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$K = 1,12 \cdot 337,5 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,01 \text{ m}}$$

$$K = 67 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

b) Passo IV: Cálculo do fator de segurança em relação a fratura frágil

$$X_K = \frac{K_{IC}}{K}$$

Busca na tabela pela liga Al 7475-T7351

Material	Toughness K_{IC}	Yield σ_o	Ultimate σ_u	Elong. $100\epsilon_f$	Red. Area $\%RA$
	MPa $\sqrt{\text{m}}$ (ksi $\sqrt{\text{in}}$)	MPa (ksi)	MPa (ksi)	%	%
7475-T7351	52 (47)	435 (63)	505 (73)	14	—

$$K_{IC} = 52 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

Portanto,

$$X_K = \frac{K_{IC}}{K} = \frac{52 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}}{67 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}} = 0,8$$



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 2 - EXERCÍCIO 8.9 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

c) Passo I: Busca na tabela pela liga Al 2014-T651.

Material	Toughness K_{IC}	Yield σ_o	Ultimate σ_u	Elong. $100\epsilon_f$	Red. Area $\%RA$
	MPa $\sqrt{m}$ (ksi $\sqrt{in}$)	MPa (ksi)	MPa (ksi)	%	%
7475-T7351	52 (47)	435 (63)	505 (73)	14	—

$$K_{IC} = 52 \text{ MPa} \sqrt{m}$$

c) Passo II: Cálculo do tamanho da trinca crítica

Como não é possível calcular a relação dimensional (α), vamos supor $F = 1,12$.

$$K = F \cdot S_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

Isolando o tamanho da trinca (a):

$$a = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K}{F \cdot S_g} \right)^2$$

Ou para o tamanho crítico da trinca (a_c):

$$a_c = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K_{IC}}{F \cdot S_g} \right)^2$$

Aplicando os valores já calculados:

$$a_c = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{52 \text{ MPa} \sqrt{m}}{1,12 \cdot 337,5 \text{ MPa}} \right)^2 = 0,006 \text{ m}$$

$$a_c = 6 \text{ mm}$$

Agora, vamos verificar se a suposição ($F=1,12$) é válida para o tamanho da trinca calculada:

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{6 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 0,15 \text{ (adm)}$$

Como a relação dimensional (α) é maior que 0,4, a suposição feita está correto e o tamanho da trinca crítica foi validado.



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 2 - EXERCÍCIO 8.9(DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

d) Passo I: Calcular o fator de intensidade de tensão (K)

$$X_K = \frac{K_{IC}}{K}$$

$$3 = \frac{52 \text{ MPa} \sqrt{m}}{K}$$

$$K = 17,3 \text{ MPa} \sqrt{m}$$

d) Passo II: Cálculo do tamanho da trinca admitido

Como não é possível calcular a relação dimensional (α), vamos supor $F = 1,12$.

$$K = F \cdot S_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

Isolando o tamanho da trinca (a):

$$a = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K}{F \cdot S_g} \right)^2$$

$$a = \frac{1}{\pi} * \left(\frac{17,3}{1,12 * 337,5} \right)^2 = 0,00067$$

$$a = 0,67 \text{ mm}$$

Agora, vamos verificar se a suposição ($F=1,12$) é válida para o tamanho da trinca calculada:

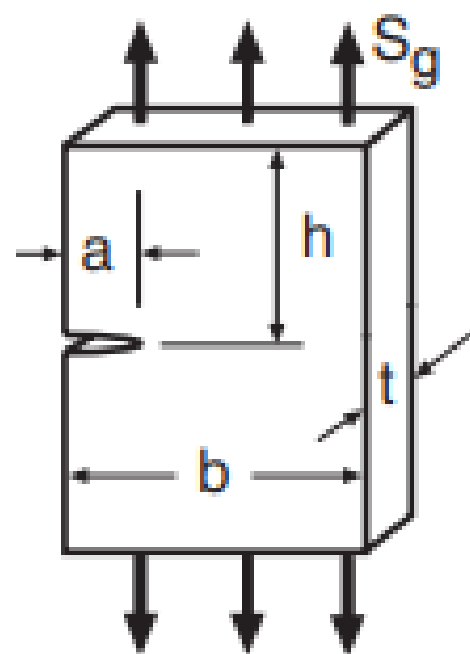
$$\frac{a}{d} = \frac{0,67 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 0,016 \text{ (adm)}$$

Como a relação dimensional (α) é maior que 0,4, a suposição feita está correto e o tamanho da trinca crítica foi validado.



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 3 - EXERCÍCIO 8.13 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)



$$K = 1.12S_g\sqrt{\pi a} \quad S_g = \frac{P}{bt}$$

$(a/b \leq 0.13)$

$$X_K = \frac{K_{Ic}}{K} \quad X_o = \sigma_o/S_g$$

$$X'_o = P_o/P$$

$$F = 0.265(1 - \alpha)^4 + \frac{0.857 + 0.265\alpha}{(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h/b \geq 1)$$

$$P_o = bt\sigma_o \left[-\alpha + \sqrt{2\alpha^2 - 2\alpha + 1} \right]$$

Um elemento de engenharia deve ser feito de uma liga de alumínio. Ele tem o formato de uma placa carregada em tração que pode apresentar uma fissura em uma das bordas. As dimensões são largura $b = 40$ mm e espessura $t = 4,0$ mm, e a fissura pode ter até $a = 8,0$ mm de comprimento. O elemento deve resistir a uma força de tração de $P = 7,5$ kN.

- Para um fator de segurança de 2,8 contra fratura frágil, qual tenacidade mínima à fratura K_{Ic} é necessária?
- Para um fator de segurança de 2,0 contra escoamento totalmente plástico, qual limite mínimo de escoamento σ_o é necessário?
- Dados os resultados de (a) e (b), selecione uma liga de alumínio que atenda a ambos os requisitos.



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 3 - EXERCÍCIO 8.13 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

a) Passo I: Cálculo da relação dimensional (α)

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{8 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 0,2 \text{ (adm)}$$

Como $\alpha > 0,13$:

$$F = 0,265 (1 - \alpha)^4 + \frac{0,857 + 0,265\alpha}{(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h/b \geq 1)$$

considerando $h \geq 40 \text{ mm}$:

$$F = 0,265 \cdot (1 - 0,2)^4 + \frac{0,857 + 0,265 \cdot 0,2}{(1 - 0,2)^{3/2}} = 1,38$$

a) Passo II: Cálculo da tensão (S_g)

$$S_g = \frac{P}{b \cdot t} = \frac{7.500 \text{ N}}{40 \text{ mm} \cdot 4 \text{ mm}} = 46,9 \text{ (MPa)}$$

a) Passo III: Cálculo do fator de intensidade de tensão (K)

$$K = F \cdot S_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$K = 1,38 \cdot 46,9 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,008 \text{ m}}$$

$$K = 10,26 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

a) Passo IV: Cálculo da tenacidade a fratura para o projeto:

$$2,8 = \frac{K_{IC}}{10,26 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}}$$

$$K_{IC} \geq 28,72 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 3 - EXERCÍCIO 8.13(DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

b) Passo I: Cálculo do escoamento totalmente plástico (P_0)

$$P_0 = bt\sigma_o \left[-\alpha + \sqrt{2\alpha^2 - 2\alpha + 1} \right]$$

$$P_0 = 40 \text{ mm} \cdot 4 \text{ mm} \cdot \sigma_o \left[-0,2 + \sqrt{2 \cdot 0,2^2 - 2 \cdot 0,2 + 1} \right]$$

$$P_0 = \sigma_o \cdot 99,93 \text{ mm}^2$$

b) Passo II: Cálculo do limite escoamento para o projeto:

$$X'_o = P_o / P$$

$$2,0 = \frac{\sigma_o \cdot 99,93 \cdot \text{mm}^2}{7.500 \text{ N}}$$

$$\sigma_o = \frac{7.500 \cdot 2 \text{ N}}{99,93 \text{ mm}^2} = 150,1 \text{ MPa}$$

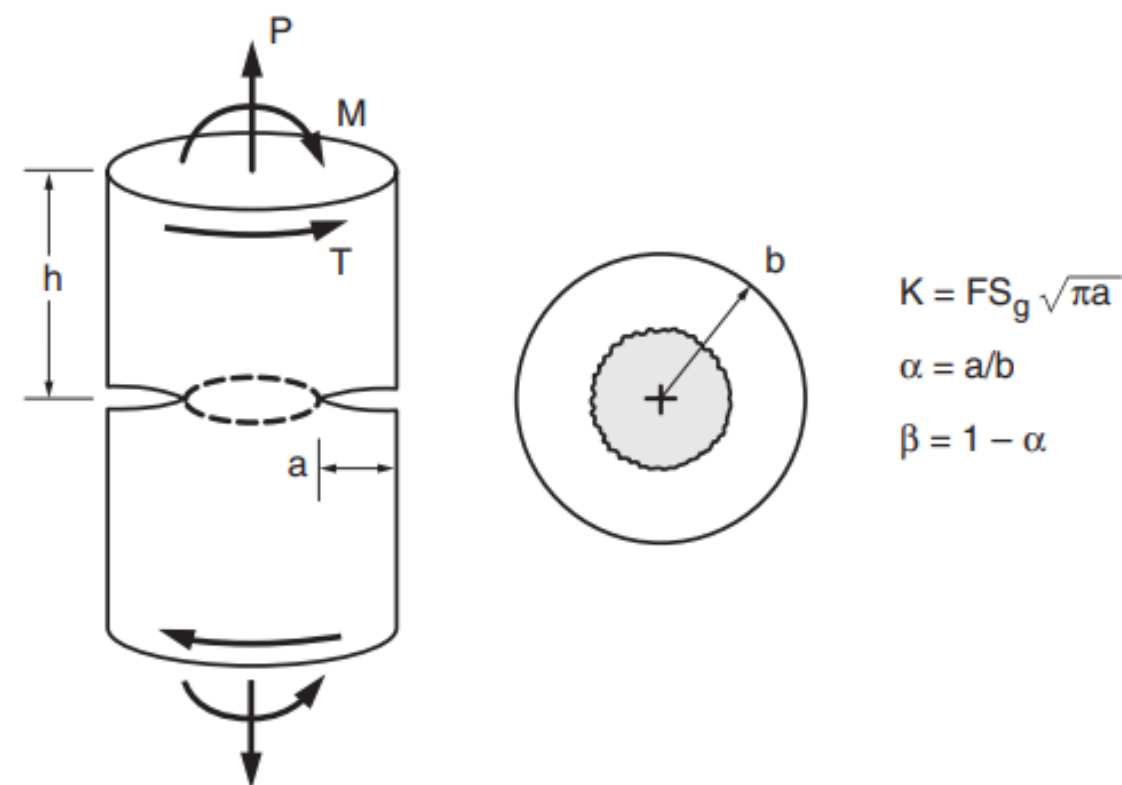
c) Passo I: Seleção do material para o projeto

Material	Toughness K_{Ic} MPa $\sqrt{\text{m}}$ (ksi $\sqrt{\text{in}}$)	Yield σ_o MPa (ksi)	Ultimate σ_u MPa (ksi)	Elong. 100 ϵ_f %	Red. Area %RA %
2014-T651	24 (22)	415 (60)	485 (70)	13	—
2024-T351	34 (31)	325 (47)	470 (68)	20	—
2219-T851	36 (33)	350 (51)	455 (66)	10	—
7075-T651	29 (26)	505 (73)	570 (83)	11	—
7475-T7351	52 (47)	435 (63)	505 (73)	14	—
Ti-6Al-4V annealed	66 (60)	925 (134)	1000 (145)	16	34



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 4 - EXERCÍCIO 8.18 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)



Um eixo circular de 50 mm de diâmetro é submetido à flexão e apresenta uma trinca superficial circunferencial de profundidade $a = 10$ mm. O eixo é feito de aço ASTM A517-F, estime o momento fletor M , supondo um fator de segurança em relação a fratura frágil igual a 3,0.

Material	Toughness K_{Ic} MPa $\sqrt{m}$ (ksi $\sqrt{in}$)	Yield σ_o MPa (ksi)	Ultimate σ_u MPa (ksi)	Elong. 100 ϵ_f %	Red. Area %RA %
ASTM A517-F	187 (170)	760 (110)	830 (121)	20	66

(b) Bending moment M : $S_g = \frac{4M}{\pi b^3}$, $F = 1.12$ (10%, $a/b \leq 0.12$)

$$F = \frac{3}{8\beta^{2.5}} \left[1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0.537\beta^5 \right]$$

$$X_K = \frac{K_{Ic}}{K} \quad X_o = \sigma_o / S_g$$
$$X'_o = P_o / P$$



FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

EXERCÍCIO 4 - EXERCÍCIO 8.18 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

Passo I: Cálculo da relação dimensional (α)

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{10 \text{ mm}}{25 \text{ mm}} = 0,4 \text{ (adm)}$$

Como $\alpha > 0,12$:

$$F = \frac{3}{8\beta^{2,5}} \left[1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0,537\beta^5 \right]$$

$$\beta = 1 - \alpha = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$F = \frac{3}{8 \cdot 0,6^{2,5}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2}0,6 + \frac{3}{8}0,6^2 + \frac{5}{16}0,6^3 + \frac{35}{128}0,6^4 + 0,537 \cdot 0,6^5 \right]$$

$$F = 2,12 \text{ (adm)}$$

Passo II: Cálculo do fator de intensidade de tensão (K)

$$X_K = \frac{K_{Ic}}{K}$$

$$K = \frac{187 \text{ MPa} \sqrt{m}}{3} = 62,3 \text{ MPa} \sqrt{m}$$

Passo III: Cálculo da tensão aplicada (S_g)

$$62,3 \text{ MPa} \sqrt{m} = 2,12 \cdot S_g \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,01 \text{ m}}$$

$$S_g = 165,8 \text{ MPa}$$

Passo IV: Cálculo do momento fletor (M)

$$S_g = \frac{4 \cdot M}{\pi \cdot b^3}$$

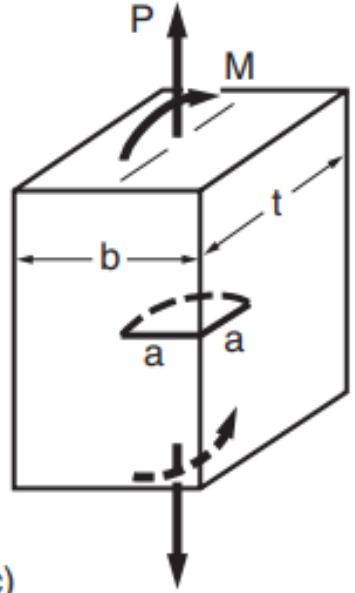
$$M = \frac{S_g \cdot \pi \cdot b^3}{4}$$

$$\frac{M = 165,8 \cdot (10)^6 \cdot \pi \cdot (0,025)^3 \text{ Pa} \cdot m^3}{4} = 2034,7 \text{ N} \cdot m$$



CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 5 - EXERCÍCIO 8.25 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)



$K = FS \sqrt{\pi a}$
 $S = S_t$ (tension, P)
 $S = S_b$ (bending, M)

$M_o = \frac{t^2 b \sigma_o}{4} (1 - a/t)^2$

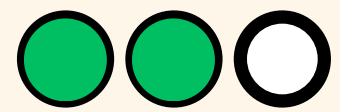
$X_K = \frac{K_{Ic}}{K}$
 $X_o = \sigma_o / S_g$
 $X'_o = P_o / P$

Material	Toughness K_{Ic} MPa√m (ksi√in)	Yield σ_o MPa (ksi)	Ultimate σ_u MPa (ksi)	Elong. 100ε _f %	Red. Area %RA %
2219-T851	36 (33)	350 (51)	455 (66)	10	—

Case	S_t	S_b	F for small a	Limits for ±10% on F
(c)	$\frac{P}{bt}$	$\frac{6M}{bt^2}$	0.722	$\frac{a}{t} < 0.35, \frac{a}{b} < 0.2$

Uma viga com seção transversal retangular, é feita de alumínio 2219-T851 e deve suportar um momento fletor de $M = 150 \text{ N}\cdot\text{m}$. A espessura é $b = 20 \text{ mm}$, e uma trinca de canto em quarto de círculo tão grande quanto $a = 1 \text{ mm}$ pode estar presente.

- (a) Qual a profundidade da viga t necessária para um fator de segurança 3,0 contra fratura frágil?
- (b) Para a profundidade da viga t calculada em (a), o projeto é adequado em relação a uma possível falha totalmente plástica?



CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 5 - EXERCÍCIO 8.25(DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

a) Passo I: Verificação das relações geométricas

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{1 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = 0,05 \text{ (adm)}$$

Como $\alpha < 0,2$, precisamos testar apenas $a/t < 0,35$ quando encontrarmos t e adotamos $F=0,722$.

a) Passo II: Cálculo do fator de intensidade de tensão

$$X_K = \frac{K_{IC}}{K}$$

$$3 = \frac{36 \text{ MPa} \sqrt{m}}{K}$$

$$K = 12 \text{ MPa} \sqrt{m}$$

a) Passo III: Cálculo da profundidade t necessária

$$S_b = \frac{6 \cdot M}{b \cdot t^2}$$

$$K = F \cdot \frac{6 \cdot M}{b \cdot t^2} \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$t^2 = F \cdot \frac{6 \cdot M}{b \cdot K} \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$t^2 = 0,722 \cdot \frac{6 \cdot 150 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,02 \text{ m} \cdot 12 \text{ MPa} \sqrt{m}} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,001 \text{ m}}$$

$$t = 12,32 \text{ mm}$$

Agora, precisamos testar apenas $a/t < 0,35$:

$$\frac{a}{t} = \frac{1 \text{ mm}}{12,32 \text{ mm}} = 0,081 \text{ (adm)}$$

Este valor é menor que $0,35$, validando o uso da aproximação $F=0.722$.

●●○ CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 5 - EXERCÍCIO 8.25 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

b) Passo I: Cálculo do Momento Fletor Plástico (M_o)

$$M_o = \frac{t^2 b \sigma_o}{4} (1 - a/t)^2$$

$$M_o = \frac{(0,01232 \text{ m})^2 \cdot 0,02 \text{ m} \cdot 350 \cdot 10^6 \text{ Pa}}{4} (1 - 0,001/0,01232)^2$$

$$M_o = 224,2 \text{ N}\cdot\text{m}$$

b) Passo II: Cálculo do fator de segurança em relação ao escoamento totalmente plástico:

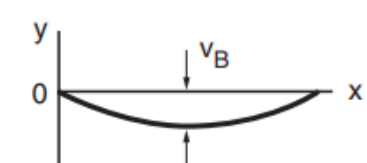
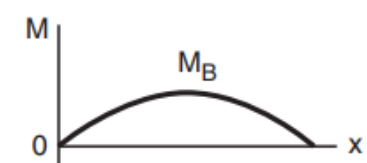
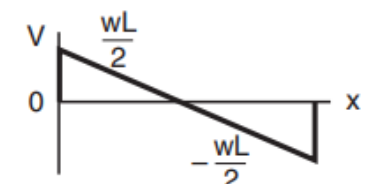
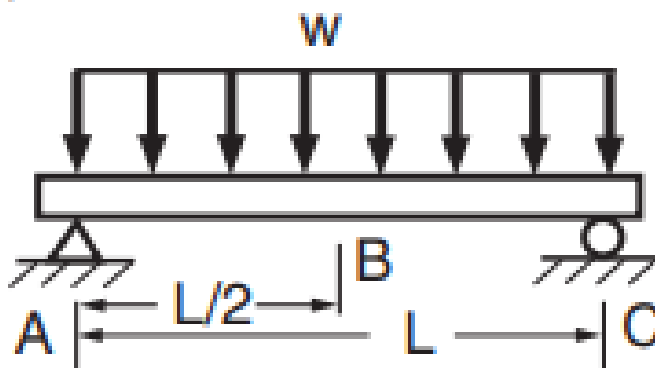
$$X_o = \frac{M_o}{M} = \frac{224,2}{150} = 1,49$$

O fator de segurança contra a falha totalmente plástica ($X_o' \approx 1.49$) é menor que o fator de segurança estipulado para a fratura frágil ($XK=3.0$). Portanto, o escoamento plástico é o modo de falha controlador e o projeto.



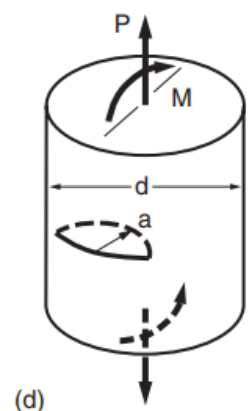
CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 6 - EXERCÍCIO 8.26 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)



$$M_B = \frac{wL^2}{8}$$

$$v_B = \frac{5wL^4}{384EI_z}$$



$$K = FS\sqrt{\pi a}$$

$$S = S_t \text{ (tension, } P\text{)}$$

$$S = S_b \text{ (bending, } M\text{)}$$

Material Ceramics ²	K_{Ic}	
	MPa√m	(ksi√in)
Silicon nitride Si ₃ N ₄	5.6	(5.1)

Case	S_t	S_b	F for small a	Limits for ±10% on F
(d)	$\frac{4P}{\pi d^2}$	$\frac{32M}{\pi d^3}$	0.728	$\frac{a}{d} < 0.2$ or 0.35^1

$$X_K = \frac{K_{Ic}}{K}$$

$$X_o = \sigma_o / S_g$$

$$X'_o = P_o / P$$

Uma barra redonda de cerâmica de nitreto de silício é carregada como uma viga simplesmente apoiada sob uma força uniformemente distribuída. O diâmetro da barra é de 10 mm, o comprimento entre os apoios é de 120 mm e a força distribuída é $w = 3,0 \text{ N/mm}$.

- (a) Se uma trinca superficial semicircular de até 0,5 mm de profundidade pode estar presente, qual é o fator de segurança contra fratura frágil?
- (b) Se um fator de segurança de 4,0 for necessário, qual é a maior profundidade permitida para uma trinca superficial semicircular?



CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 6 - EXERCÍCIO 8.26 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

a) Passo I: Cálculo do momento fletor

$$M_B = \frac{wL^2}{8}$$

$$M_b = \frac{W \cdot L^2}{8} = \frac{(3 \frac{N}{mm} \cdot (120 \text{ mm})^2)}{8} = 5400 \text{ N} \cdot \text{m} = 5,4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

a) Passo II: Cálculo da tensão de flexão nominal (S_b) para uma seção circular

$$S_b = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot (5,4 \text{ N} \cdot \text{m})}{\pi \cdot (0,010 \text{ m})^3} \approx 55,0 \times 10^6 \text{ Pa} = 55,0 \text{ MPa}$$

a) Passo III: Cálculo da relação geométrica

$$\frac{a}{d} = \frac{0,5 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 0,05 \text{ (adm)}$$

Como $\alpha < 0,2$, $F=0,728$ pois a é pequeno.

a) Passo IV: Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão Aplicado (K):

$$K = F S_b \sqrt{\pi a}$$

$$K = 0,728 \cdot (55,0 \text{ MPa}) \cdot \sqrt{\pi \cdot (0,0005 \text{ m})} \approx 1,585 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

a) Passo V: Cálculo do Fator de Segurança (X_k):

$$X_K = \frac{K_{Ic}}{K} = \frac{5,6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{1,585 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}} \approx 3,53$$

●●○ CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 6 - EXERCÍCIO 8.26 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

b) Passo I: Cálculo do fator de intensidade para o projeto:

$$K = \frac{K_{Ic}}{X_K} = \frac{5.6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{4.0} = 1.4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

b) Passo II: Cálculo do tamanho da trinca máxima:

Rearranjando a equação de K para isolar a, e assumindo novamente $F \approx 0,728$:

$$a = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K}{F \cdot S_b} \right)^2$$

$$a = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1.4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{0.728 \cdot 55.0 \text{ MPa}} \right)^2$$

$$a = \frac{1}{\pi} (0.03496)^2 \approx 0.000389 \text{ m}$$

$$a = 0,39 \text{ mm}$$

Agora, precisamos testar apenas $a/d < 0,2$:

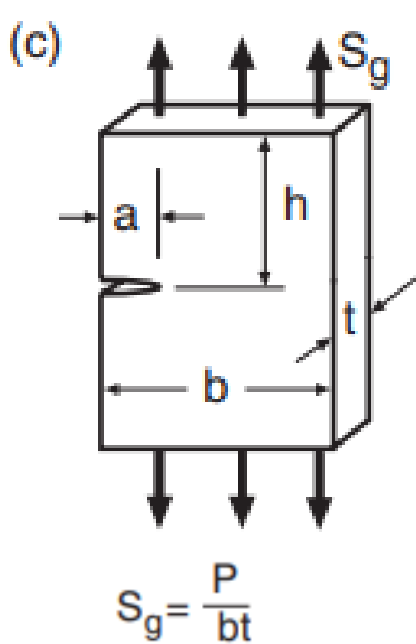
$$\frac{a}{d} = \frac{0,39 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 0,039 \text{ (adm)}$$

Como $a/d < 0,2$ é válido assumir $F=0,728$.



CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 7 - EXERCÍCIO 8.30 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)



$$K = 1.12S_g\sqrt{\pi a}$$
$$(a/b \leq 0.13)$$

$$X_K = \frac{K_{Ic}}{K} \quad X_o = \sigma_o/S_g$$
$$X'_o = P_o/P$$

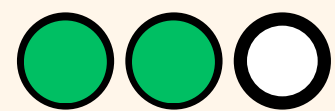
Material	Toughness K_{Ic} MPa $\sqrt{m}$ (ksi $\sqrt{in}$)	Yield σ_o MPa (ksi)	Ultimate σ_u MPa (ksi)	Elong. 100 ϵ_f %	Red. Area %RA %
AISI 4130	110 (100)	1090 (158)	1150 (167)	14	49

(c) $F = 0.265 (1 - \alpha)^4 + \frac{0.857 + 0.265\alpha}{(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h/b \geq 1)$

Um elemento de tração feito de aço AISI 4130 tem dimensões de b = 50 e t = 10 mm. É necessário um fator de segurança de 3,5 contra fratura frágil.

(a) Se houver uma trinca transversal em uma das bordas de comprimento a = 5 mm, qual é a maior força de tração P que pode ser permitida em serviço?

(b) Se a força P está fora do centro da dimensão de largura b do elemento (excêntrica) em até 5 mm. Nesse caso, e para o mesmo a = 5 mm, qual é a maior força P que pode ser permitida em serviço?



CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 7 - EXERCÍCIO 8.30 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

a) Passo I: Cálculo da razão geométrica (α)

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{5 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 0,1 \text{ (adm)}$$

Como $a/b < 0,13$, assumimos $F = 1,12$.

a) Passo II: Cálculo do fator de intensidade de tensão (K)

$$K = \frac{K_{IC}}{X_K}$$

$$K = \frac{K_{IC}}{X_K} = \frac{110 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}}{3,5} = 31,4 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

a) Passo III: Cálculo da força máxima aplicada:

Como S_g é dado por:

$$S_g = \frac{P}{bt}$$

E k é dado por:

$$K = 1.12 S_g \sqrt{\pi a}$$

Substituímos S_g na expressão K e isolamos a variável desconhecida (P):

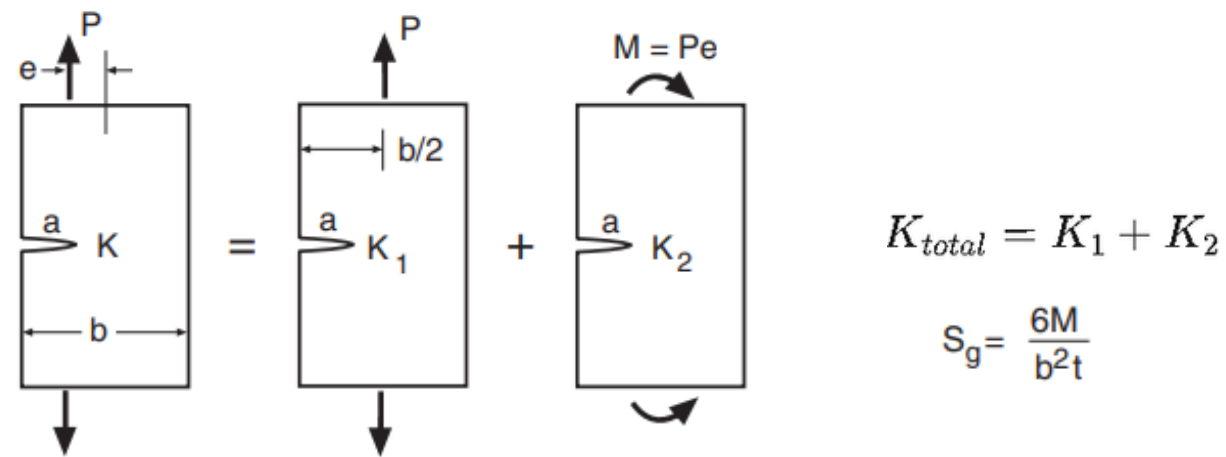
$$P = \frac{K \cdot b \cdot t}{F \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}$$

$$P = \frac{K \cdot b \cdot t}{F \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} = \frac{31,4 \cdot (10)^6 \text{ Pa} \sqrt{\text{m}} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot 0,01 \text{ m}}{1,12 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,005 \text{ m}}} = 111,8 \text{ KN}$$

●●○ CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 7 - EXERCÍCIO 8.30 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

b) Passo I: Cálculo da decomposição da carga



Sendo K1 referente a tração e K2 referente a flexão. Assim, para a tração, temos:

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{5 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 0,1 \text{ (adm)}$$

Como $a/b < 0,13$, assumimos $F = 1,12$.

$$K_1 = F \cdot S_1 \cdot \sqrt{\pi \cdot a} = 1,12 \cdot \frac{P}{b \cdot t} \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

Para a flexão, temos:

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{5 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 0,1 \text{ (adm)}$$

Como $a/b < 0,13$, assumimos $F = 1,12$.

$$K_2 = F \cdot S_2 \cdot \sqrt{\pi \cdot a} = 1,12 \cdot \frac{6 \cdot M}{b^2 \cdot t} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} = 1,12 \cdot \frac{6 \cdot P \cdot e}{b^2 \cdot t} \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

Logo o K total é:

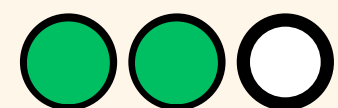
$$K_{total} = K_1 + K_2 = \left(1,12 \cdot \frac{P}{b \cdot t} \cdot \sqrt{\pi \cdot a}\right) + \left(1,12 \cdot \frac{6 \cdot P \cdot e}{b^2 \cdot t} \cdot \sqrt{\pi \cdot a}\right)$$

$$K_{total} = 1,12 \cdot \frac{P}{b \cdot t} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \left[1 + \frac{6 \cdot e}{B}\right]$$

Conhecendo o fator de segurança:

$$K_{total} = \frac{K_{IC}}{X_K}$$

$$\frac{K_{IC}}{X_K} = 1,12 \cdot \frac{P}{b \cdot t} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \left[1 + \frac{6 \cdot e}{B}\right]$$



CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 7 - EXERCÍCIO 8.30 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

Isolando a força aplicada (P):

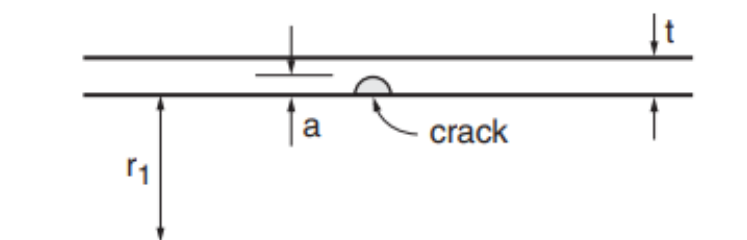
$$\frac{K_{IC}}{X_K} = 1,12 \cdot \frac{P}{b \cdot t} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \left[1 + \frac{6 \cdot e}{B} \right]$$

$$P = \frac{K_{IC} \cdot b \cdot t}{X_K \cdot 1,12 \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \left[1 + \frac{6 \cdot e}{B} \right]}$$

$$P = \frac{110 (10)^6 \text{ Pa} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot 0,01 \text{ m}}{3,5 \cdot 1,12 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,005 \text{ m}} \cdot \left[1 + \frac{6 \cdot 0,005 \text{ m}}{0,05 \text{ m}} \right]} = 69.967,5 \text{ N} = 69,97 \text{ kN}$$

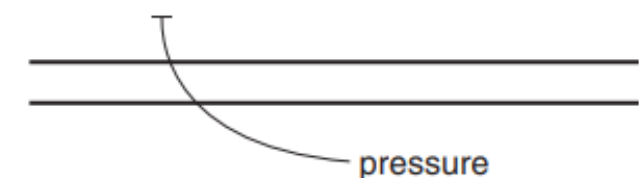
●●○ CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 8 - EXERCÍCIO 8.32 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)



$$\sigma_h = p \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$\sigma_h = \frac{pr_1}{t}$$

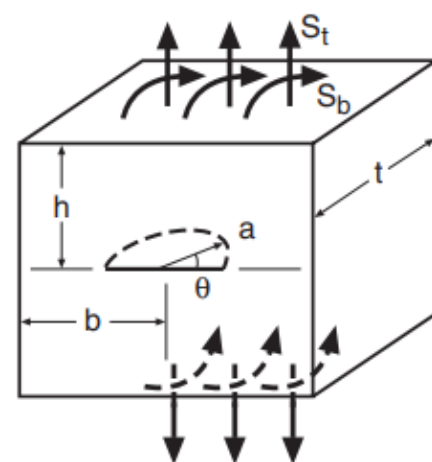


Material	K_{Ic}	
	MPa√m	(ksi√in)
Ceramics ²		
Soda-lime glass	0.76	(0.69)

Um tubo feito de vidro Cal sodada raio interno $r_1 = 38$ mm e espessura de parede $t = 4$ mm.

Uma trinca superficial semicircular de profundidade $a = 2$ mm está presente.

Qual pressão interna causará a fratura do tubo?



$$K = f_a f_w \frac{2}{\pi} (S_t + f_b S_b) \sqrt{\pi a},$$

$$f_w = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi a}{2b} \sqrt{\frac{a}{t}}\right)}$$

$$f_a = 1.04 + 0.2017\alpha^2 - 0.1061\alpha^4$$

$$f_b = 1 - 1.34\alpha - 0.03\alpha^2$$

●●○ CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 8 - EXERCÍCIO 8.32 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

Passo I: Cálculo da Tensão de Tração (Tensão Circunferencial):

Definição da espessura da parede:

$$\frac{r_1}{t} = \frac{38 \text{ mm}}{4 \text{ mm}} = 9,5$$

Assim, será considerado a equação de Lamé para cilindros de parede espessa:

$$\sigma_h = p \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

Onde:

$$\text{Parede interna} = r_1 = 38 \text{ mm}$$

$$\text{Parede externa} = r_2 = 38 \text{ mm} + 4 \text{ mm} = 42 \text{ mm}$$

$$\sigma_h = p \frac{(42 \text{ mm})^2 + (38 \text{ mm})^2}{(42 \text{ mm})^2 - (38 \text{ mm})^2} = p \frac{1764 + 1444}{1764 - 1444} = p \frac{3208}{320} = 10.025p$$

Portanto, a tensão de tração S:

$$S = 10,025 p$$

Passo II: Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão (K):

Assumindo que a largura da placa é infinita (tubo contínuo), $f_w=1$. Assim, podemos partir para o cálculo de f_a :

$$\frac{\alpha}{t} = \frac{2 \text{ mm}}{4 \text{ mm}} = 0,5$$

$$f_a = 1.04 + 0.2017\alpha^2 - 0.1061\alpha^4$$

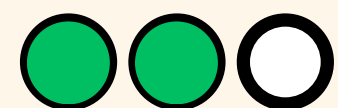
$$f_a = (1.04 + 0.2017(0.5)^2 - 0.1061(0.5)^4) = 1.084$$

Considerando que o tubo não sofre torção, podemos simplificar a equação do fator de intensidade de tensão:

$$K = f_a f_w \frac{2}{\pi} (S_t + f_b S_b) \sqrt{\pi a},$$

$$K = f_a f_w \frac{2}{\pi} S \sqrt{\pi a}$$

$$K = 1.084 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot (10.025p) \cdot \sqrt{\pi \cdot (0.002 \text{ m})}$$



CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 8 - EXERCÍCIO 8.32 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4^a ED., PEARSON, 2014.)

Passo III: Cálculo da Pressão de Fratura (p):

No momento da fratura, $K = K_{IC}$, substituindo K_{IC} e isolando a pressão na equação do fator de intensidade de tensão, temos:

$$p = \frac{K_{Ic}}{1.084 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot 10.025 \cdot \sqrt{\pi a}}$$

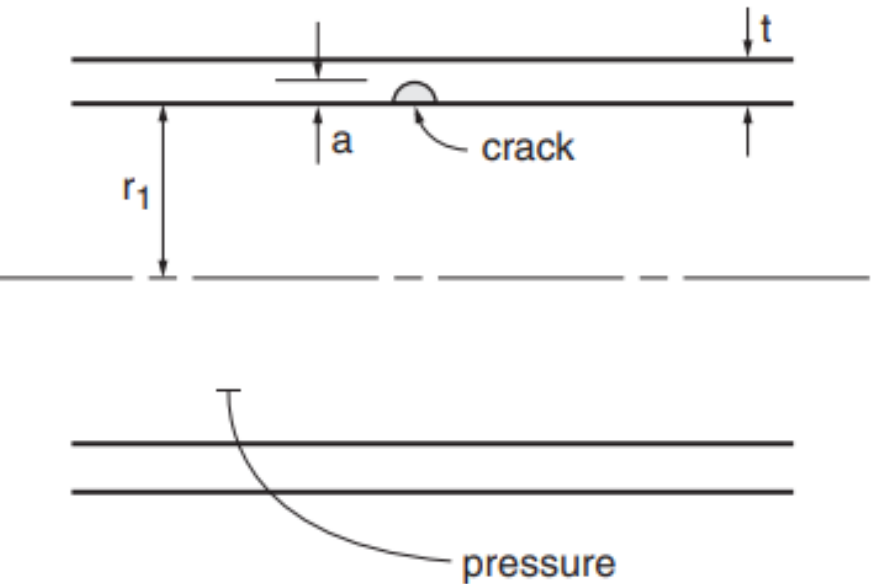
$$p = \frac{0.76 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{1.084 \cdot 0.6366 \cdot 10.025 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0.002 \text{ m}}}$$

$$p = \frac{0.76}{6.914 \cdot 0.07927} \approx \frac{0.76}{0.5481} \approx 1.386 \text{ MPa}$$



CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 9 - EXERCÍCIO 8.34 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)



$$\sigma_h = p \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$\sigma_h = \frac{pr_1}{t}$$

$$X_o = \sigma_o / S_g$$

Material	Toughness K_{Ic}	Yield σ_o	Ultimate σ_u	Elong. $100\epsilon_f$	Red. Area $\%RA$
	MPa $\sqrt{m}$ (ksi $\sqrt{in}$)	MPa (ksi)	MPa (ksi)	%	%
300-M 300°C temper	65 (59)	1740 (252)	2010 (291)	12	48
ASTM A517-F	187 (170)	760 (110)	830 (121)	20	66

Um vaso de pressão cilíndrico tem um diâmetro interno de 150 mm e uma espessura de parede de 5 mm, e contém uma pressão de 20 MPa. O fator de segurança contra escoamento deve ser pelo menos $X_o = 2$. Além disso, um critério de vazamento antes da ruptura deve ser atendido, com um fator de segurança de pelo menos $X_a = 9$ no comprimento da trinca, exigindo $cc \geq X_a * t$.

- a) O vaso é seguro se for feito de aço 300-M (têmpera de 300 °C)?
- b) De aço ASTM A517-F?
- c) Qual tenacidade à fratura mínima é necessária para o material nesta aplicação?
- d) Qual é o fator de segurança em K em relação a KI c devido ao requisito $X_a = 9$?

●●○ CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 9 - EXERCÍCIO 8.34(DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

a) Passo I: Cálculo da Tensão de Tração (Tensão Circunferencial):

Definição da espessura da parede:

$$\frac{r_1}{t} = \frac{75 \text{ mm}}{5 \text{ mm}} = 15$$

Como r/t é menor que 10, a aproximação de parede fina é adequada:

$$\sigma_h = \frac{pr_1}{t} = \frac{(20 \text{ MPa}) \cdot (75 \text{ mm})}{5 \text{ mm}} = 300 \text{ MPa}$$

Portanto, a tensão de tração S :

$$S = 300 \text{ MPa}$$

a) Passo II: Análise de segurança para o Aço 300-M

$$X_o = \sigma_o / S_g$$

$$X_o = \frac{\sigma_o}{\sigma_h} = \frac{1740 \text{ MPa}}{300 \text{ MPa}} = 5.8$$

Como $X_o \geq 2$, o critério de escoamento é satisfeito.

a) Passo III: Verificação do Critério de Vazamento Antes da Ruptura (Leak-Before-Break):

$$c_c \geq X_a \cdot t$$

$$c_c \geq X_a \cdot t = 9 \cdot (5 \text{ mm}) = 45 \text{ mm}$$

$$c_c \geq 45 \text{ mm}$$

a) Passo IV: Cálculo da tamanha da trinca real C_c :

$$K_{Ic} = S \sqrt{\pi c_c}$$

Considerando $F=1$ e isolando o C_c , temos:

$$c_c = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{S} \right)^2$$

$$\frac{1}{\pi} \left(\frac{65 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{300 \text{ MPa}} \right)^2 \approx 0.0149 \text{ m} = 14.9 \text{ mm}$$

Como, $C_c < 45 \text{ mm}$. O critério de vazamento antes da ruptura não é satisfeito.

●●○ CASOS ESPECIAIS

EXERCÍCIO 9 - EXERCÍCIO 8.34 (DOWLING, N. E. MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS. 4ª ED., PEARSON, 2014.)

b) Passo I: Análise de segurança para o ASTM A517-F

$$X_o = \sigma_o / S_g$$

$$X_o = \frac{\sigma_o}{\sigma_h} = \frac{760 \text{ MPa}}{300 \text{ MPa}} \approx 2.53$$

Como $X_o \geq 2$, o critério de escoamento é satisfeito.

b) Passo II: Cálculo da tamanho da trinca real C_c :

$$K_{Ic} = S \sqrt{\pi C_c}$$

Considerando $F=1$ e isolando o C_c , temos:

$$C_c = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{S} \right)^2$$

$$\frac{1}{\pi} \left(\frac{187 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{300 \text{ MPa}} \right)^2 \approx 0.124 \text{ m} = 124 \text{ mm}$$

Como, $C_c > 45 \text{ mm}$. O critério de vazamento antes da ruptura é satisfeito. Assim, o aço ASTM A517-F é seguro para esta aplicação.

c) Passo I: Análise de segurança para o ASTM A517-F

Considerando $F=1$, temos:

$$K_{Ic} = S \sqrt{\pi C_c}$$

$$(300 \text{ MPa}) \sqrt{\pi \cdot (0.045 \text{ m})} \approx 112.8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

$$K_{Ic, \text{mín}} = 112,8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

d) Passo I: Fator de Segurança (X_k) que correspondente a $X_a=9$.

$$X_a = \frac{a_c}{a} = \left(\frac{F}{F_c} X_K \right)^2$$

Considerando $F=1$, tanto para a trinca existente (a), quanto para trinca na fratura (ac), temos:

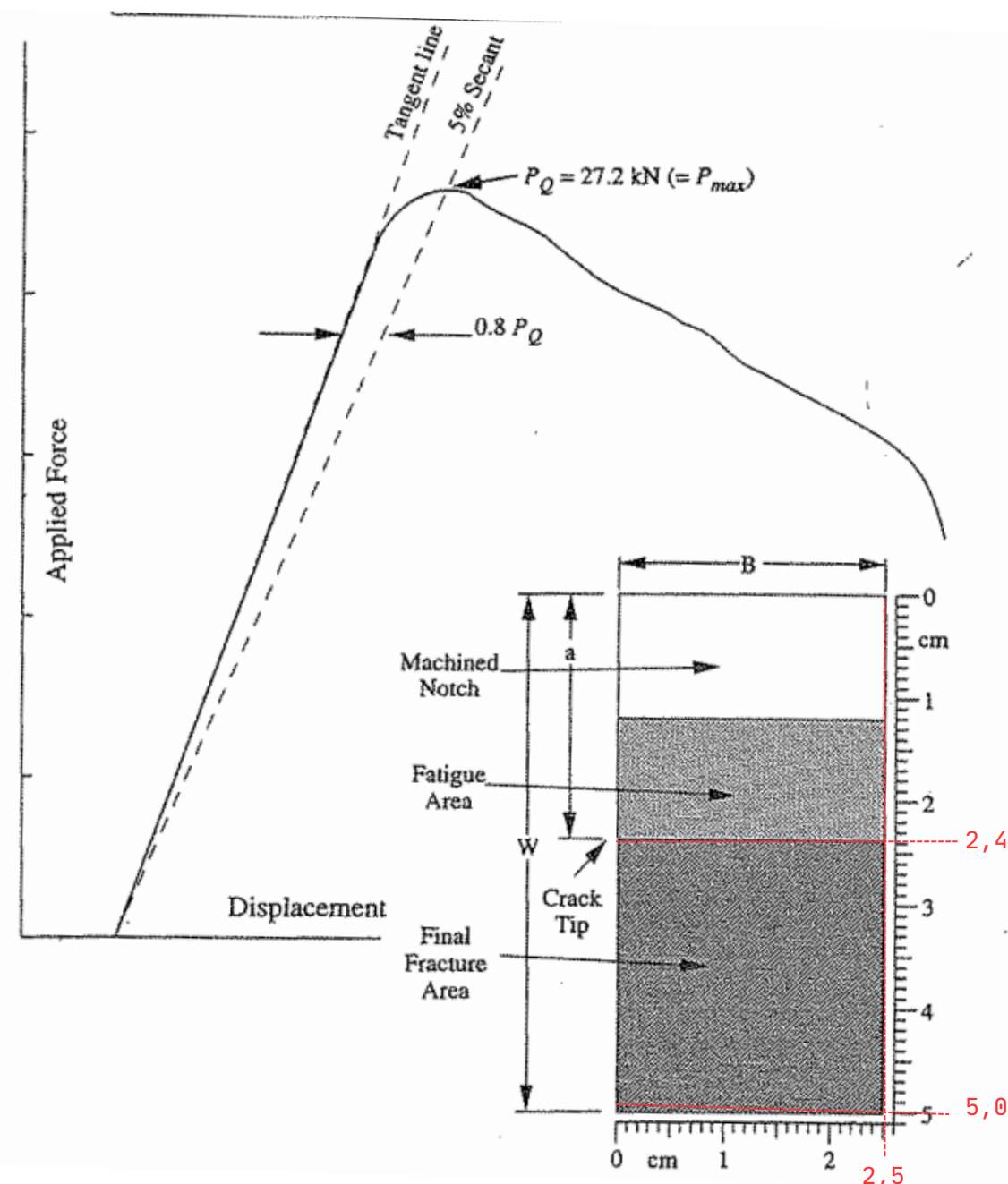
$$X_a = \left(\frac{1}{1} \cdot X_K \right)^2$$

$$X_k = \sqrt{X_a} = \sqrt{9} = 3$$

$$X_k = 3,0$$

●●● ENSAIO DE KIC

EXERCÍCIO 10 - EXEMPLO 3A (KNOTT, J. F.; WITHEY, P. A. FRACTURE MECHANICS: WORKED EXAMPLES. 2ª ED., THE INSTITUTE OF MATERIALS, 1993.)



A Figura mostra o registro de força vs. deslocamento obtido durante o ensaio de um aço de alta resistência e baixa liga, com 25 mm de espessura, em flexão de três pontos com uma razão de vão de carregamento de 4:1.

O esboço mostra a superfície de fratura do corpo de prova. Determine se o ensaio representa um resultado de K_{Ic} válido.

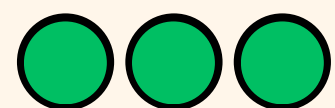
Pode-se assumir que a pré-trinca por fadiga, o ensaio e as medições estão de acordo com a norma BS 7448. O limite de escoamento de 0,2% do material é de 1640 MPa.

$$\frac{P_{max}}{P_Q} > 1,1 \quad 0,45 < \frac{a}{W} < 0,55$$

$$a, B, (W - a) \geq 2.5 \left(\frac{K_Q}{\sigma_y} \right)^2$$

$$Y = \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[0,886 + 4,64 \left(\frac{a}{W} \right) - 13,32 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 14,72 \left(\frac{a}{W} \right)^3 - 5,6 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right]$$

$$K_Q = \frac{P_Q Y_1}{B W^{1/2}}$$



ENSAIO DE KIC

EXERCÍCIO 10 - EXEMPLO 3A (KNOTT, J. F.; WITHEY, P. A. FRACTURE MECHANICS: WORKED EXAMPLES. 2ª ED., THE INSTITUTE OF MATERIALS, 1993.)

Passo I: Coleta de Dados e Verificação Geométrica

Espessura (B): 25,00 mm

Largura (W): 50,00 mm

Comprimento da Trinca (a): 24 mm

Limite de Escoamento (σ_y): 1640 MPa

Verificando a/w:

$$\frac{a}{w} = \frac{24 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 0,48$$

Como,

$$0,45 < \frac{a}{w} < 0,55$$

O critério geométrico inicial foi atendido.

Passo II: Análise do Gráfico e Determinação da Carga Candidata (PQ)

Traça-se a reta tangente à porção linear inicial da curva (linha OA).

Traça-se uma segunda reta (a secante) a partir da origem com uma inclinação 5% menor que a da tangente.

O ponto onde essa secante intercepta a curva de ensaio define a carga PQ.

$$P_{max} = 27,2 \text{ kN} \quad P_Q = 27,2 \text{ kN}$$

Verificando Pmax/PQ:

$$\frac{P_{max}}{P_Q} = \frac{27,2 \text{ kN}}{27,2 \text{ kN}} = 1$$

Como,

$$\frac{P_{max}}{P_Q} \leq 1,1$$

O critério de carga foi atendido.

●●● ENSAIO DE KIC

EXERCÍCIO 10 - EXEMPLO 3A (KNOTT, J. F.; WITHEY, P. A. FRACTURE MECHANICS: WORKED EXAMPLES. 2ª ED., THE INSTITUTE OF MATERIALS, 1993.)

Passo III: Cálculo do Candidato a Tenacidade à Fratura (KQ)

$$K_Q = \frac{P_Q Y_1}{B W^{1/2}}$$

Para calcular Y1 que é o fator de conformidade geométrico, pode-se aplicar a formula:

$$Y = \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}} \left[0,886 + 4,64 \left(\frac{a}{W}\right) - 13,32 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14,72 \left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5,6 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$$

Ou aplica-se a seguinte tabela:

Values of Y_1 as a function of a/W for bend testpiece, three point loaded, with half-loading span to testpiece width ratio 2:1.

a/W	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
	Stress intensity factor coefficient, Y_1									
0.450	9.14	9.17	9.20	9.22	9.25	9.28	9.31	9.33	9.36	9.39
0.460	9.42	9.45	9.47	9.50	9.53	9.56	9.59	9.62	9.65	9.68
0.470	9.70	9.73	9.76	9.79	9.82	9.85	9.88	9.91	9.94	9.97
0.480	10.01	10.04	10.07	10.10	10.13	10.16	10.19	10.22	10.26	10.28
0.490	10.32	10.35	10.38	10.42	10.45	10.48	10.52	10.55	10.58	10.62
0.500	10.65	10.68	10.72	10.75	10.78	10.82	10.86	10.89	10.93	10.96
0.510	11.00	11.03	11.07	11.10	11.14	11.18	11.21	11.25	11.29	11.32
0.520	11.36	11.40	11.43	11.47	11.51	11.55	11.59	11.63	11.66	11.70
0.530	11.74	11.78	11.82	11.86	11.90	11.94	11.98	12.02	12.06	12.10
0.540	12.15	12.19	12.23	12.27	12.31	12.35	12.40	12.44	12.48	12.53
0.550	12.57	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Assim, com a/w é igual a 0,48,

$$Y_1 = 10,1$$

Logo, calculamos o candidato a tenacidade à fratura (KQ)

$$K_Q = \frac{P_Q \cdot Y_1}{b \cdot w^{1/2}} = \frac{27200 \text{ N} \cdot 10,1}{0,025 \text{ m} \cdot \sqrt{0,05 \text{ m}}} = 49,14 \text{ MPa}$$

Passo IV: Verificação dos critérios de deformação plana

$$a, B, (W - a) \geq 2,5 \left(\frac{K_Q}{\sigma_y} \right)^2$$

$$a, b, (w - a) \geq 2,5 \left(\frac{49,14 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}}{1640 \text{ MPa}} \right)^2$$

$$a, b, (w - a) \geq 0,00225 \text{ m}$$

$$a, b, (w - a) \geq 2,25 \text{ mm}$$

$$\text{logo, } \begin{cases} a = 24 \text{ mm} \geq 2,25 \text{ mm} \\ b = 25 \text{ mm} \geq 2,25 \text{ mm} \\ (W - a) = (50 \text{ mm} - 25 \text{ mm}) = 25 \text{ mm} \geq 2,25 \text{ mm} \end{cases}$$

Logo, todos os critérios são atendidos e o ensaio é válido