



Universidade de São Paulo (USP), Escola
de Engenharia de Lorena (EEL),
Curso de Engenharia Física



Circuitos Elétricos - teoria e prática (LOM3262)

Prof. Dr. Andy Blanco Rodriguez

**Lorena-SP
2025/2**



- **Análise de malhas;**
- **Análise de malhas por inspeção;**
- **Método da supermalha;**
- **Análise nodal;**
- **Análise nodal por inspeção;**
- **Método do supernó.**



Análise de malhas



Nós, Ramos, Laços e Malhas

Topologia do circuito ou da rede:

Na topologia de rede, estudamos as propriedades relacionadas à colocação de elementos no circuito e a configuração geométrica dele. Tais elementos incluem ramos, nós, laços e malhas.

Lembrando

Ramo:

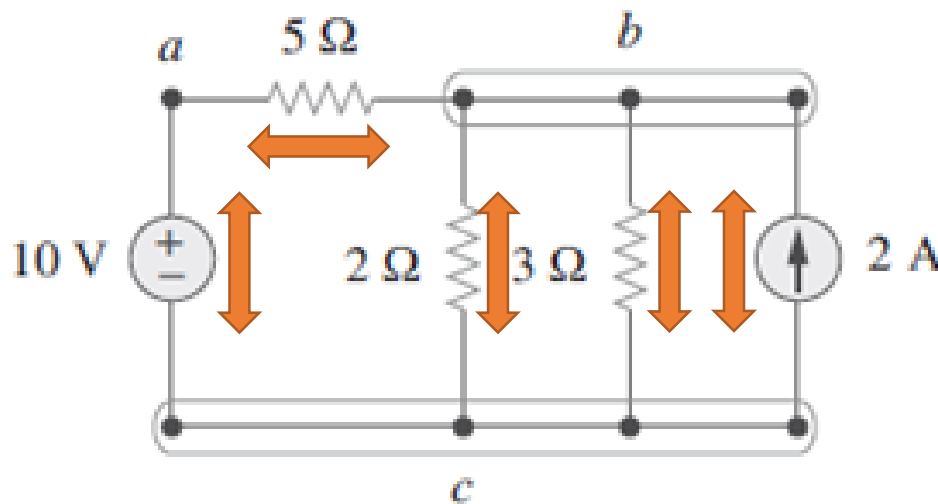
Ramo representa um elemento único de dois terminais, como uma fonte de tensão ou um resistor.

Nós, Ramos, Laços e Malhas

Ramo:

Ramo representa um elemento único de dois terminais, como uma fonte de tensão ou um resistor.

Um ramo representa qualquer elemento de dois terminais. O circuito abaixo tem **5 ramos**: a fonte de tensão de 10 V, a fonte de corrente de 2 A, e os três resistores.

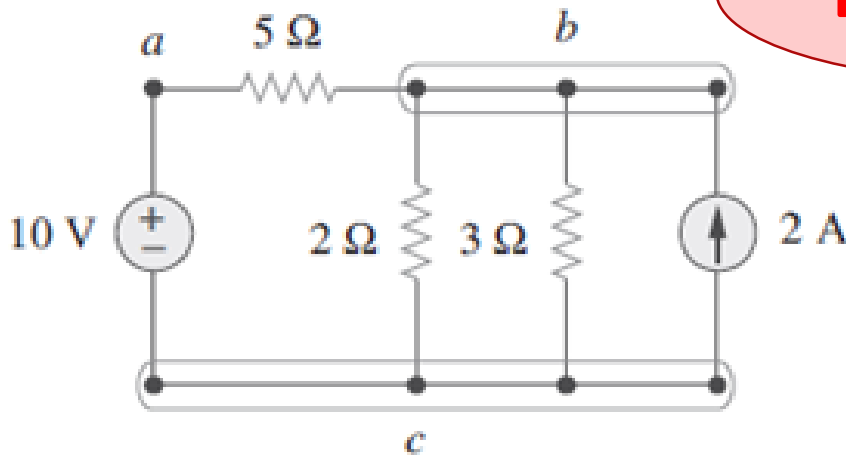


Nós, Ramos, Laços e Malhas

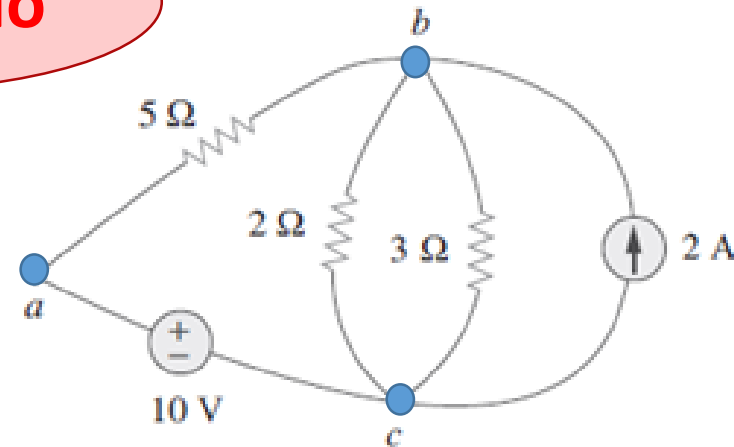
Nó:

Nó é o ponto de conexão entre dois ou mais ramos.

Um nó é normalmente **indicado por um ponto**. Se um curto-circuito (um fio de conexão) conecta dois nós, estes constituem um único nó. O circuito abaixo possui **3 nós: a, b e c**.



Lembrando

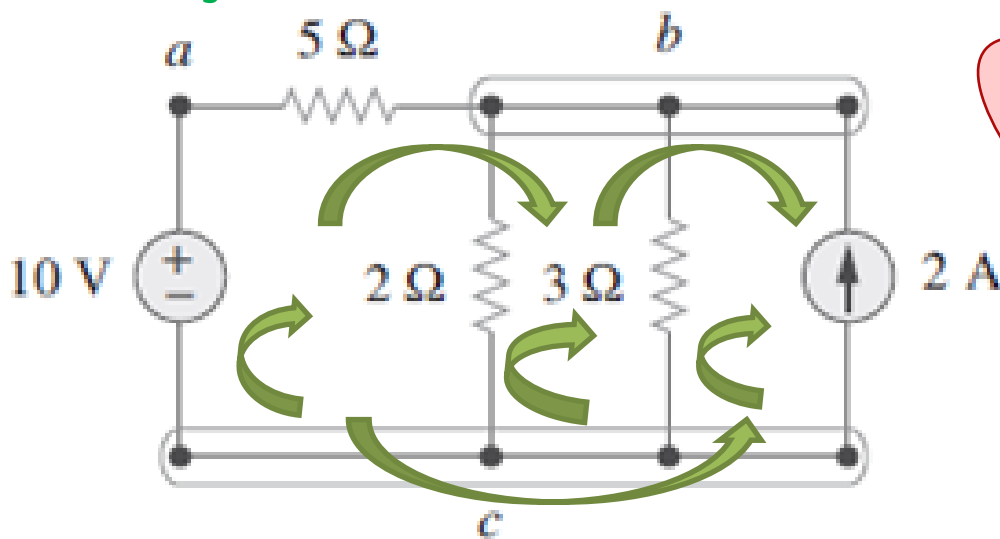


Nós, Ramos, Laços e Malhas

Laço:

Laço é qualquer caminho fechado em um circuito.

Laço é um **caminho fechado** formado iniciando-se em um nó, passando por uma série de nós e retornando ao nó de partida sem passar por qualquer outro mais de uma vez. No circuito há **6 laços**.



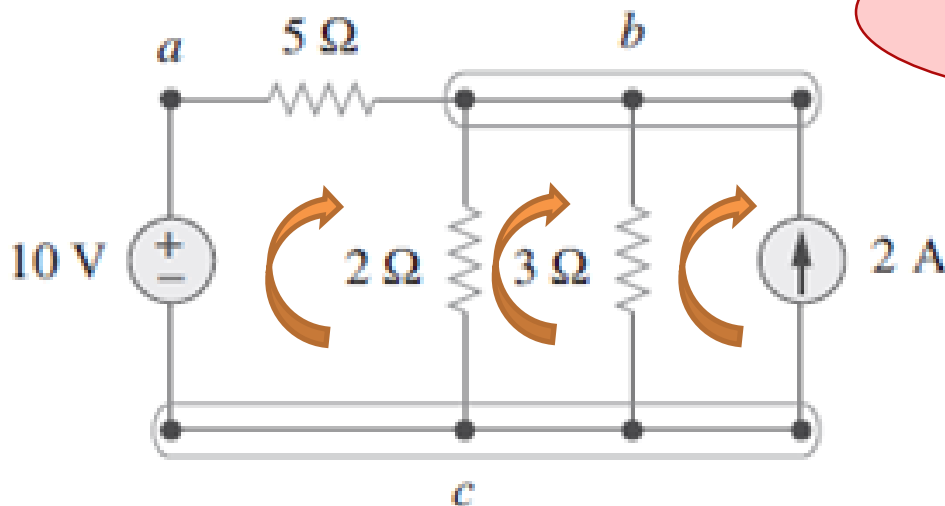
Lembrando

Nós, Ramos, Laços e Malhas

Malha:

Malha é um laço que não apresenta outros laços em seu interior.

No circuito há **3 malhas**.



Lembrando



Análise de malhas

A análise de malhas fornece uma maneira de se verificarem circuitos usando as **“correntes de malhas”** **como variáveis de circuito**, e usar essas correntes em vez de correntes de elementos como variáveis é conveniente e reduz o número de equações.

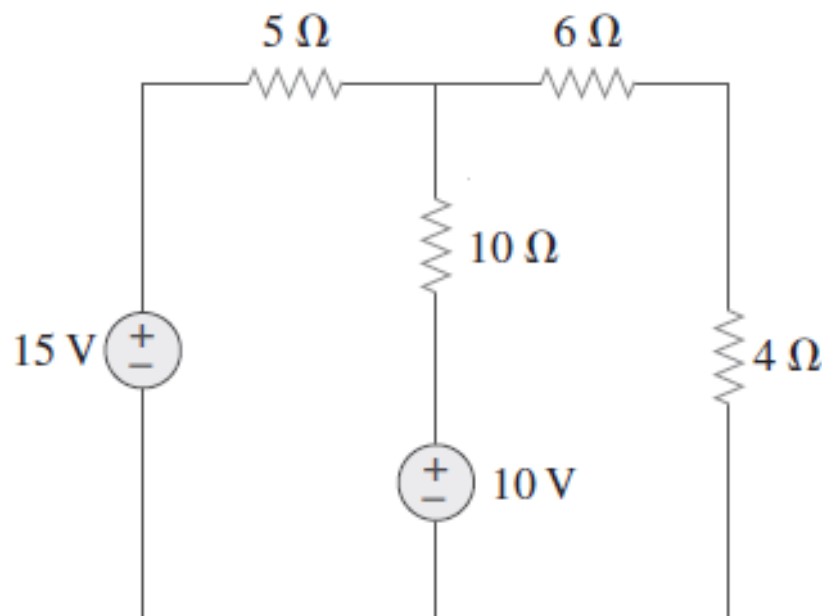
Análise de malhas aplica a LKT para determinar “correntes de malhas” a partir das quais é possível obter a tensão e corrente dos elementos de um circuito.

Análise de malhas

Mais adequado para **circuitos com fontes de tensão**.
Mas também pode ser empregado quando existem fontes de corrente.

Procedimento

1. Atribua as correntes de malha $i_1, i_2, \dots, i_n$ às n malhas.
Sugere-se sentido horário.

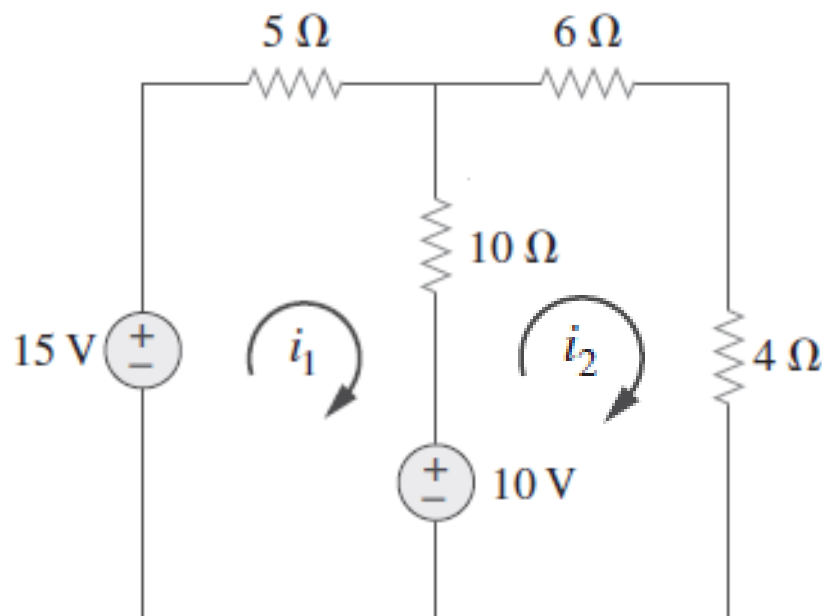


Análise de malhas

Mais adequado para **circuitos com fontes de tensão**.
Mas também pode ser empregado quando existem fontes de corrente.

Procedimento

1. Atribua as correntes de malha $i_1, i_2, \dots, i_n$ às n malhas.
Sugere-se sentido horário.

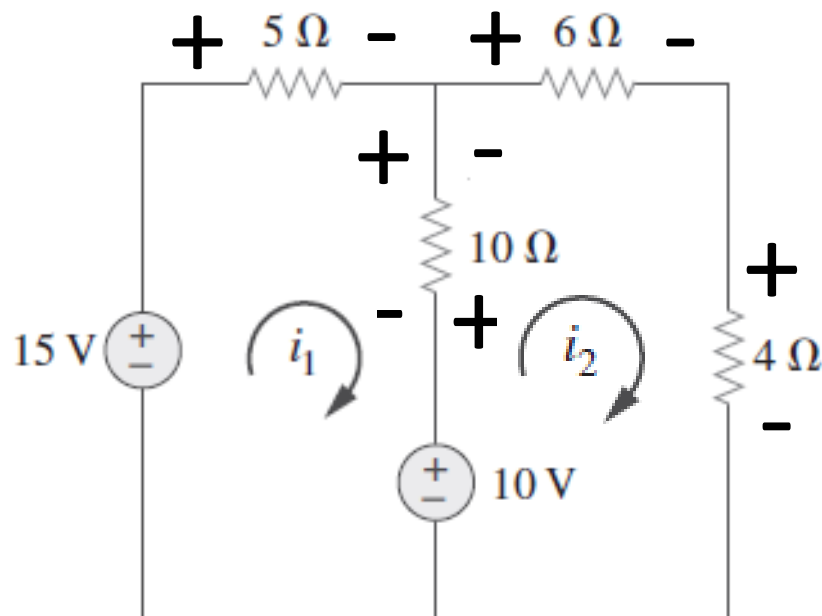




Análise de malhas

Procedimento

2. Identificar as polaridades dos elementos não polarizados, de acordo com o sentido das correntes de malha.



Análise de malhas

Procedimento

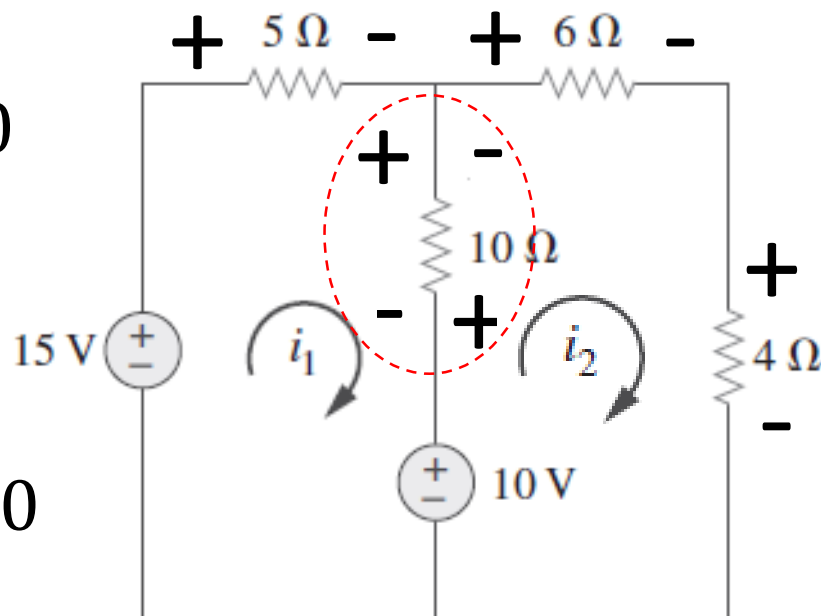
3. Aplicar LKT a cada uma das malhas utilizando as correntes de malhas ao invés das correntes nos ramos.

Malha 1:

$$-15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 = 0$$

Malha 2:

$$-10 + 10(i_2 - i_1) + 6i_2 + 4i_2 = 0$$





Análise de malhas

Procedimento

4. Obter as equações de malha.

Malha 1:

$$-15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 = 0$$

$$3i_1 - 2i_2 = 1$$

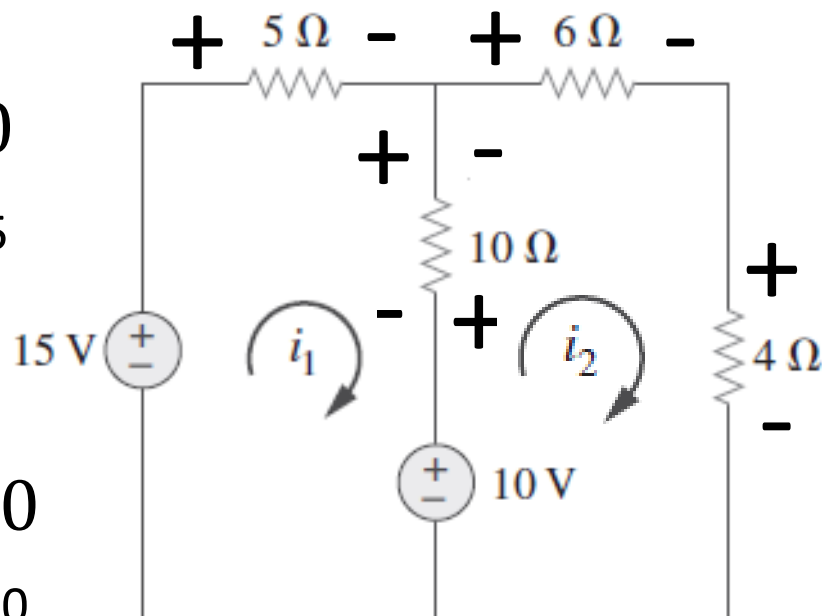
$\times 1/5$

Malha 2:

$$-10 + 10(i_2 - i_1) + 6i_2 + 4i_2 = 0$$

$$i_1 = 2i_2 - 1$$

$\times 1/10$



Análise de malhas

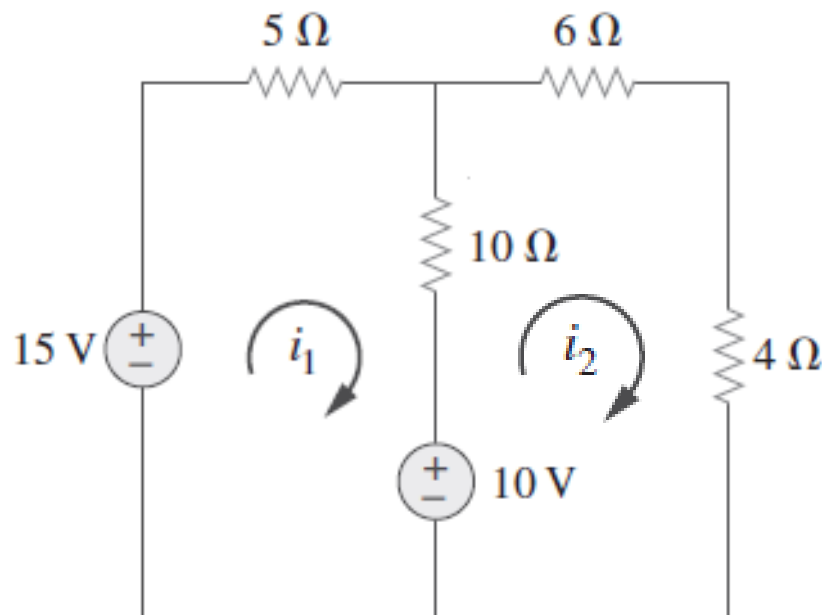
Procedimento

5. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

$$3i_1 - 2i_2 = 1$$

$$i_1 = 2i_2 - 1$$

Podem ser usados *diferentes métodos*, como **substituição**, **eliminação**, **regra de Cramer** ou **inversão de matrizes**.



Análise de malhas

Procedimento

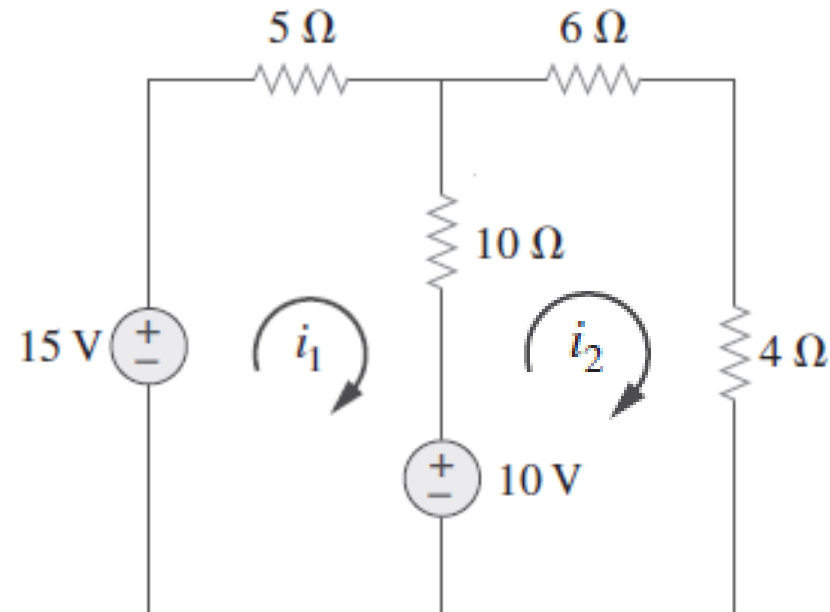
5. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

Substituição: $3i_1 - 2i_2 = 1$ (1) $i_1 = 2i_2 - 1$ (2)

Substituindo (2) em (1):

$$6i_2 - 3 - 2i_2 = 1$$

$$i_2 = 1 \text{ A} \quad (3)$$



Análise de malhas

Procedimento

5. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

Substituição: $3i_1 - 2i_2 = 1$ (1)

$$i_1 = 2i_2 - 1 \quad (2)$$

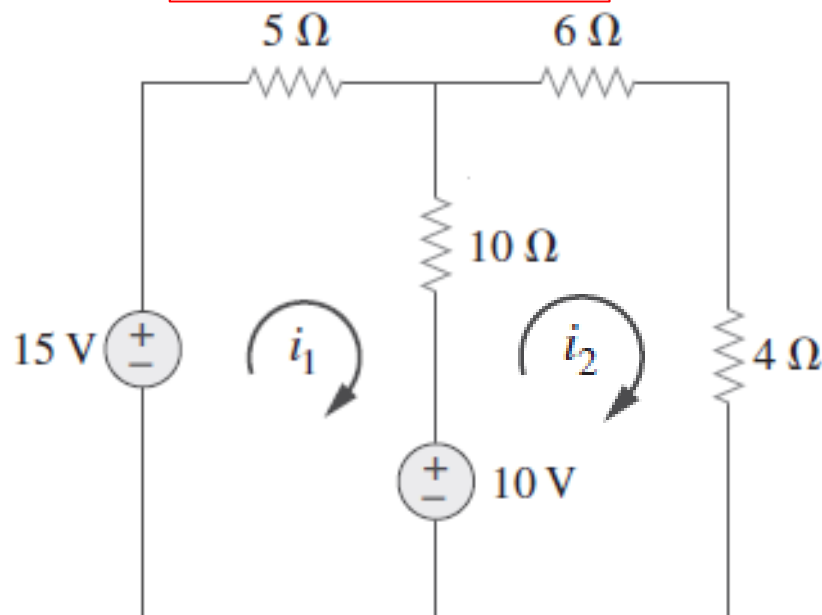
Substituindo (2) em (1):

$$6i_2 - 3 - 2i_2 = 1$$

$$i_2 = 1 \text{ A} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2):

$$i_1 = 2i_2 - 1 = 2 - 1 = 1 \text{ A}$$



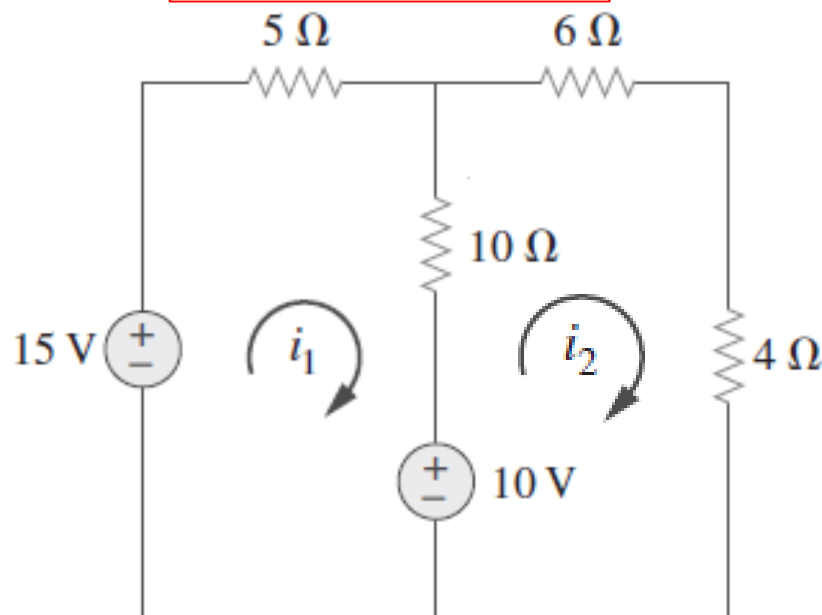


Análise de malhas

Procedimento

5. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

Regra de Cramer: $3i_1 - 2i_2 = 1$ (1) $i_1 = 2i_2 - 1$ (2)



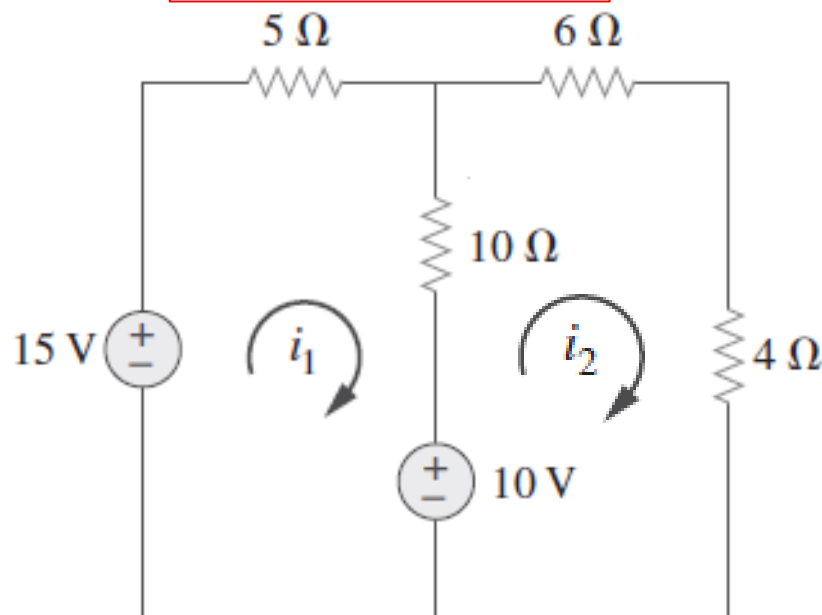
Análise de malhas

Procedimento

5. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

Regra de Cramer: $3i_1 - 2i_2 = 1$ (1) $i_1 = 2i_2 - 1$ (2)

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$
$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$





Análise de malhas

Procedimento

5. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

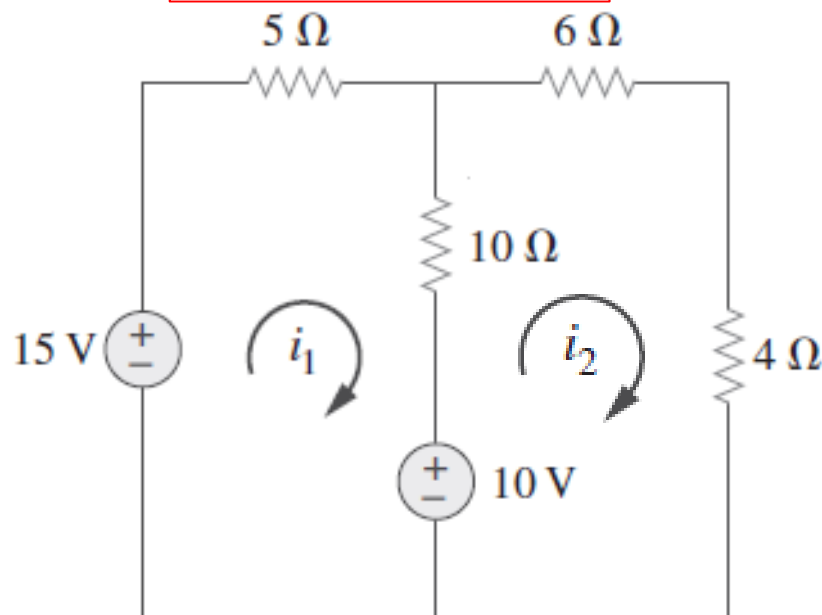
Regra de Cramer: $3i_1 - 2i_2 = 1$ (1) $i_1 = 2i_2 - 1$ (2)

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 2 = 4$$

$$\Delta = 4$$





Análise de malhas

Procedimento

5. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

Regra de Cramer: $3i_1 - 2i_2 = 1$ (1) $i_1 = 2i_2 - 1$ (2)

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad \Delta = 4$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Análise de malhas

Procedimento

5. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

Regra de Cramer: $3i_1 - 2i_2 = 1$ (1) $i_1 = 2i_2 - 1$ (2)

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad \Delta = 4$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{2 + 2}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ A}$$

$$i_1 = 1 \text{ A}$$



Análise de malhas

Procedimento

5. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

Regra de Cramer: $3i_1 - 2i_2 = 1$ (1) $i_1 = 2i_2 - 1$ (2)

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$\Delta = 4$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{3 + 1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ A}$$

$$i_2 = 1 \text{ A}$$



Análise de malhas

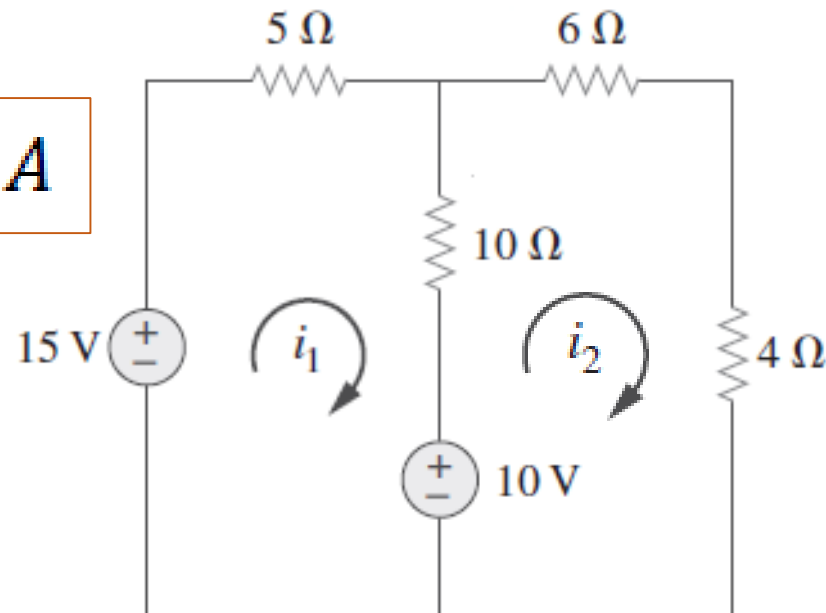
Procedimento

6. A partir das correntes das malhas calcular as correntes nos ramos.

$$i_1 = 1 \text{ A} \quad i_2 = 1 \text{ A}$$

$$I_1 = i_1 = 1 \text{ A} \quad I_2 = i_2 = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = i_1 - i_2 = 1 - 1 = 0 \text{ A}$$





Análise de malhas

Procedimento

7. Calcular os parâmetros de interesse a partir das correntes dos ramos.

$$I_1 = i_1 = 1 \text{ A} \quad I_2 = i_2 = 1 \text{ A}$$

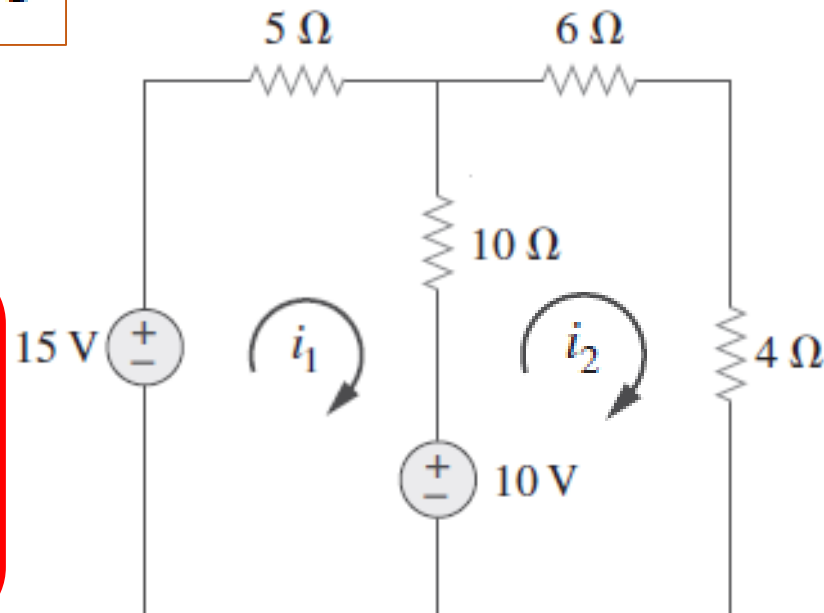
$$I_3 = i_1 - i_2 = 1 - 1 = 0 \text{ A}$$

$$v_{5\Omega} = 5I_1 = 5 \text{ V}$$

$$v_{6\Omega} = 6I_2 = 6 \text{ V}$$

$$v_{4\Omega} = 4I_2 = 4 \text{ V}$$

$$v_{10\Omega} = 10I_3 = 0 \text{ V}$$





Análise de malhas por inspeção



Análise de malhas por inspeção

Método genérico para obter diretamente as equações das malhas.

Análise de malhas por inspeção

Malha 1:

$$-15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 = 0$$

x 1/5

$$3i_1 - 2i_2 = 1$$

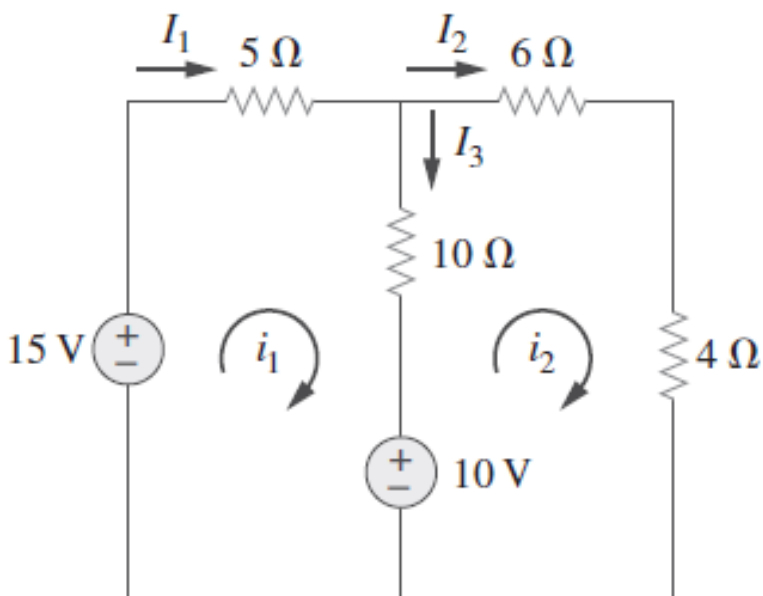
Lembrando

Malha 2:

$$-10 + 10(i_2 - i_1) + 6i_2 + 4i_2 = 0$$

x 1/10

$$i_1 = 2i_2 - 1$$



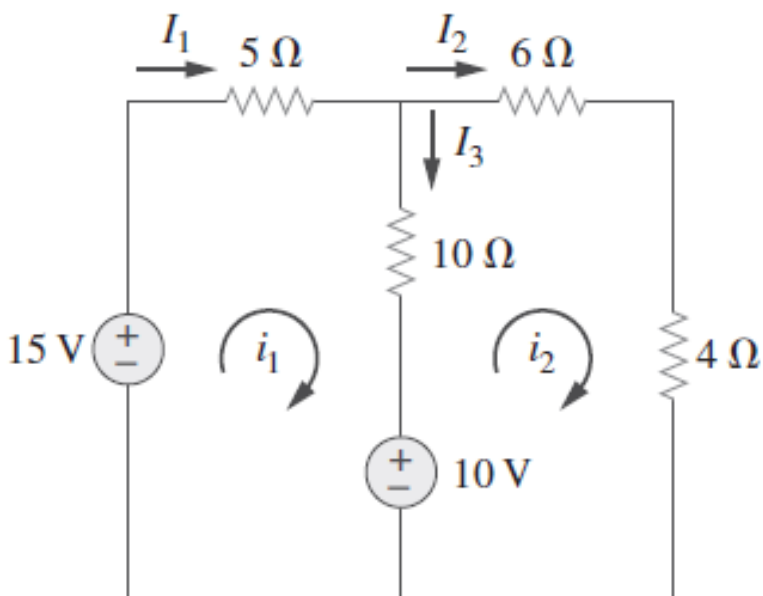


Análise de malhas por inspeção

Malha 1:

$$5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 - 15 = 0$$

$$5i_1 + 10i_1 - 10i_2 + 10 - 15 = 0$$



Malha 2:

$$6i_2 + 4i_2 - 10 + 10(i_2 - i_1) = 0$$

$$6i_2 + 4i_2 + 10i_2 - 10i_1 - 10 = 0$$

Análise de malhas por inspeção

Malha 1:

$$5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 - 15 = 0$$

$$\boxed{5i_1 + 10i_1} - 10i_2 + 10 - 15 = 0$$

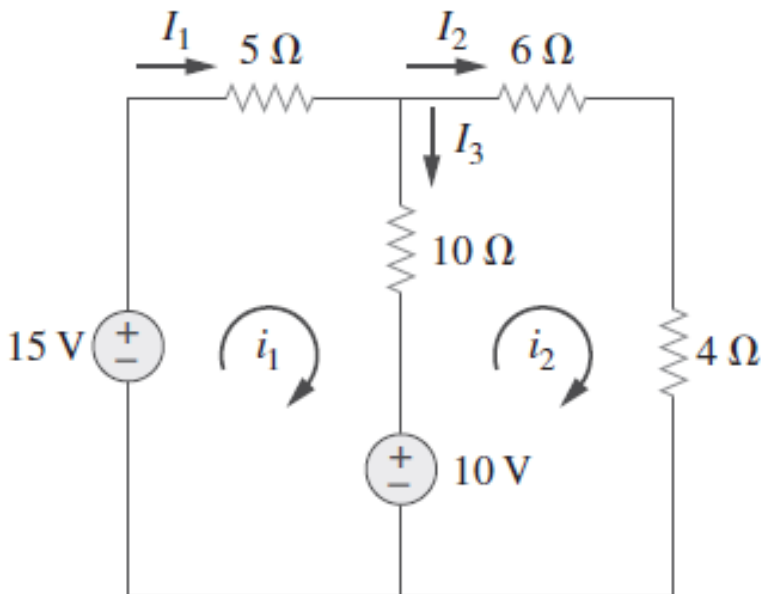
Somatória da tensão dos elementos na malha 1

Malha 2:

$$6i_2 + 4i_2 - 10 + 10(i_2 - i_1) = 0$$

$$\boxed{6i_2 + 4i_2 + 10i_2} - 10i_1 - 10 = 0$$

Somatória da tensão dos elementos na malha 2



Análise de malhas por inspeção

Malha 1:

$$5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 - 15 = 0$$

$$5i_1 + 10i_1 - 10i_2 + 10 - 15 = 0$$

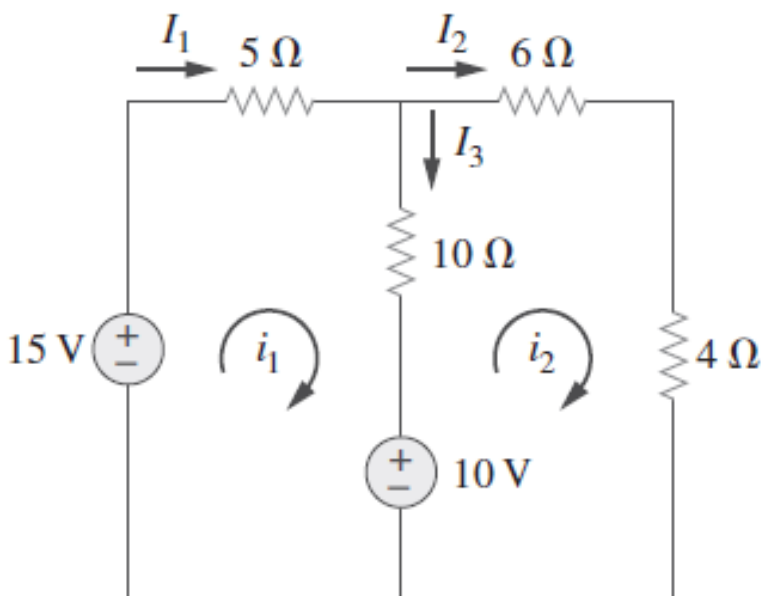
Subtração da tensão do elemento comum à malha adjacente

Malha 2:

$$6i_2 + 4i_2 - 10 + 10(i_2 - i_1) = 0$$

$$6i_2 + 4i_2 + 10i_2 - 10i_1 - 10 = 0$$

Subtração da tensão do elemento comum à malha adjacente





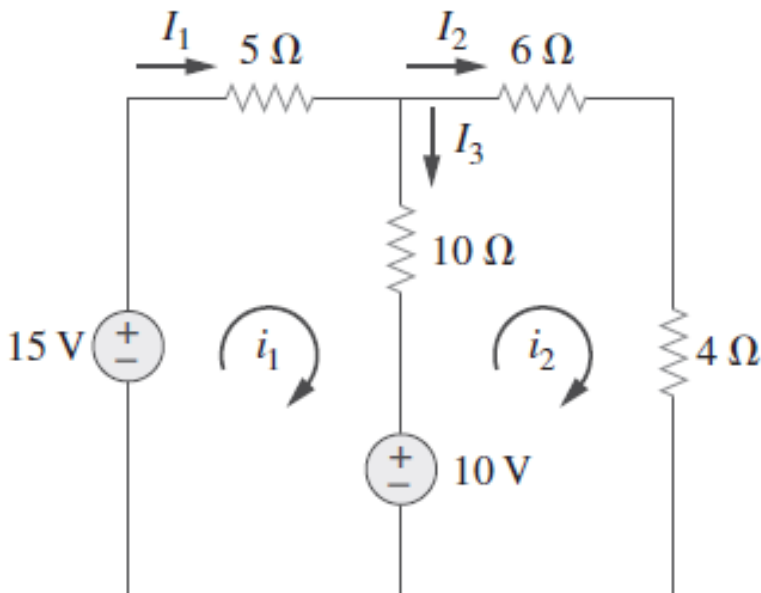
Análise de malhas por inspeção

Malha 1:

$$5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 - 15 = 0$$

$$5i_1 + 10i_1 - 10i_2 + \boxed{10 - 15} = 0$$

Fontes de tensão



Malha 2:

$$6i_2 + 4i_2 - 10 + 10(i_2 - i_1) = 0$$

$$6i_2 + 4i_2 + 10i_2 - 10i_1 \boxed{- 10} = 0$$

Fontes de tensão



Método da supermalha



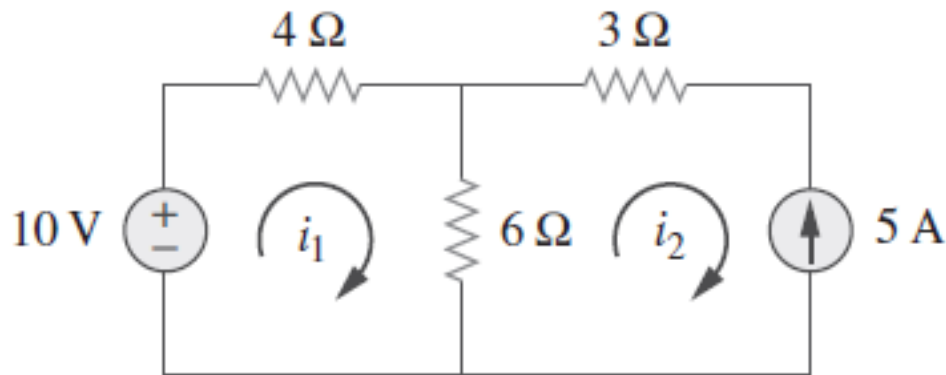
Método da supermalha

Artifício utilizado na análise de malhas quando existem fontes de corrente no circuito.

Aplicar a análise de malhas a circuitos contendo fontes de corrente (dependentes ou independentes) pode, à primeira vista, parecer complicado. Porém, sua aplicação é muito mais fácil que a análise anterior, pois **a presença de fontes de corrente reduz o número de equações.**

Método da supermalha

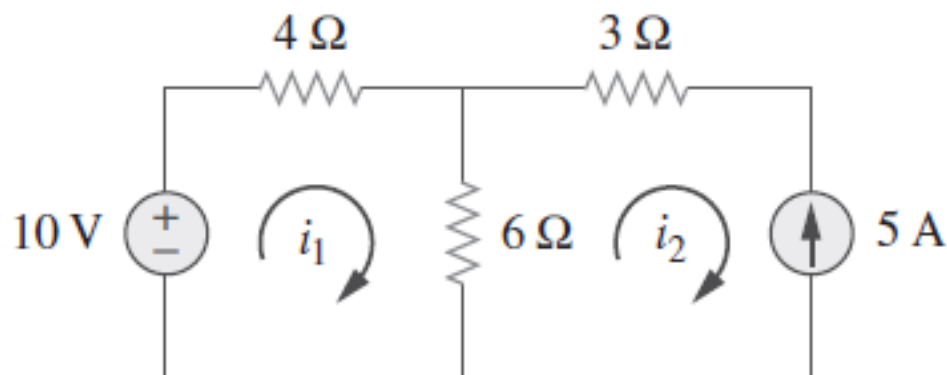
1. A fonte de corrente restringe o valor da corrente no ramo em que ela se localiza.



$$i_2 = -5 \text{ A}$$

Método da supermalha

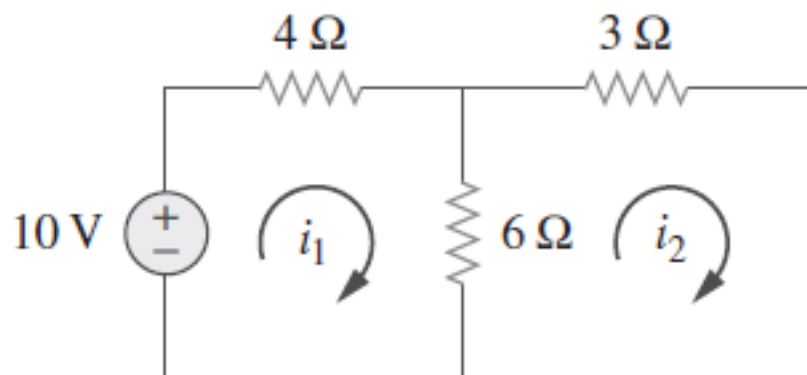
2. Ao aplicar a LKT, o ramo no qual se localiza a fonte de corrente deve ser considerado como circuito aberto.



$$i_2 = -5 \text{ A}$$

Método da supermalha

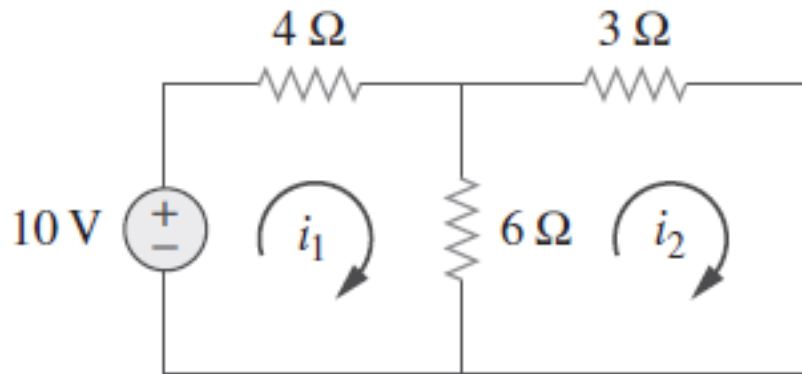
2. Ao aplicar a LKT, o ramo no qual se localiza a fonte de corrente deve ser considerado como circuito aberto.



$$i_2 = -5 \text{ A}$$

Método da supermalha

3. Aplica-se a LKT.



$$i_2 = -5 \text{ A}$$

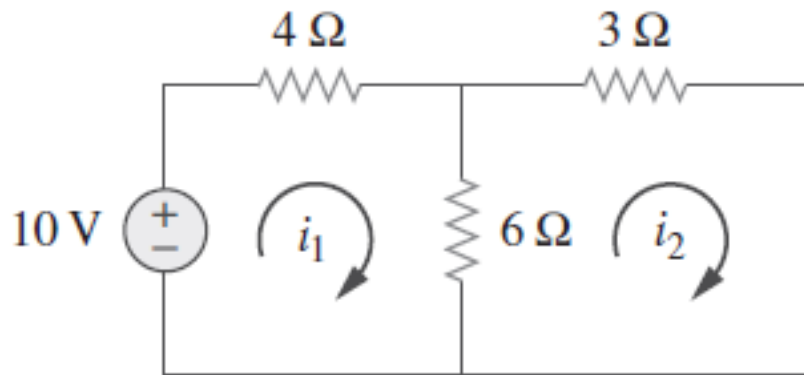
$$4i_1 + 6(i_1 - i_2) - 10 = 0$$

$$4i_1 + 6i_1 - 6i_2 = 10$$

$$10i_1 - 6i_2 = 10$$

Método da supermalha

4. Resolver as equações simultâneas resultantes.



$$i_2 = -5 \text{ A}$$

$$10i_1 - 6i_2 = 10$$

$$10i_1 - 6(-5) = 10$$

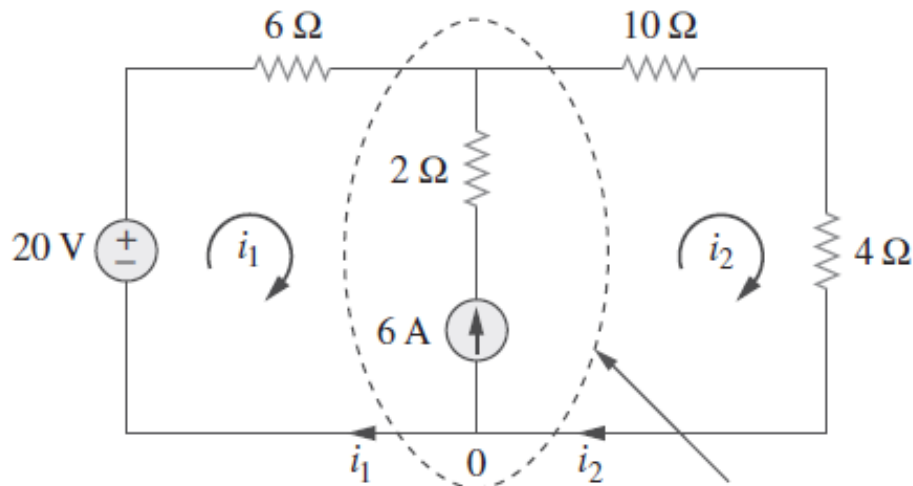
$$10i_1 = -20$$

$$i_1 = -2 \text{ A}$$

Quando a fonte de corrente não pertence a um ramo que seja comum a duas malhas, a solução é simplificada.

Método da supermalha

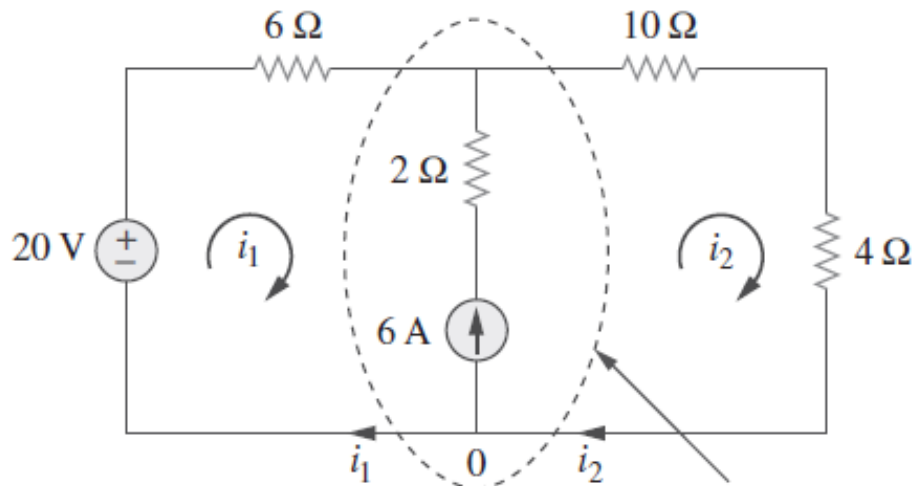
5. Nos casos em que a fonte de corrente é comum à duas malhas, é criada uma supermalha.



Ramo considerado
como circuito aberto.

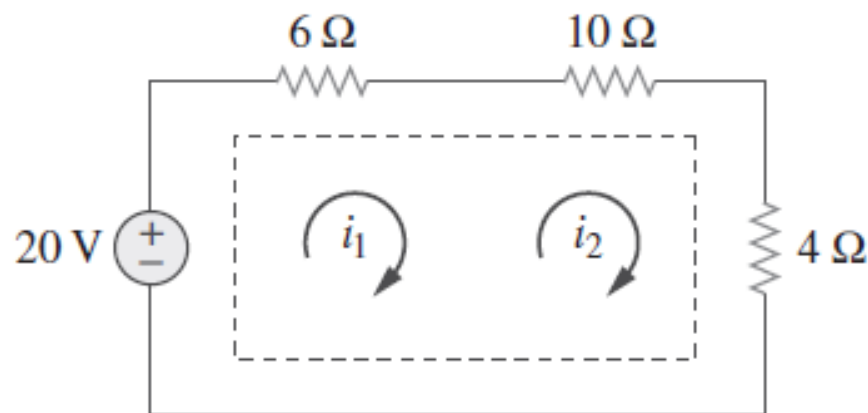
Método da supermalha

5. Nos casos em que a fonte de corrente é comum à duas malhas, é criada uma supermalha.



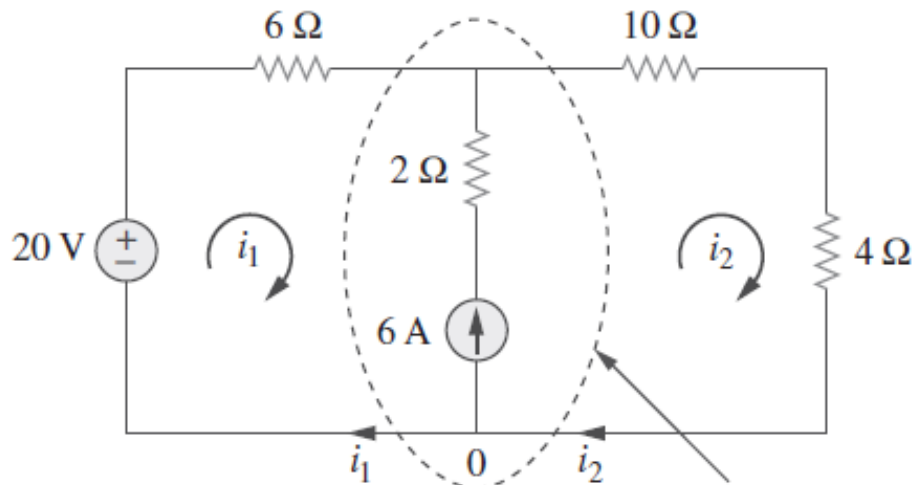
Ramo considerado
como circuito aberto.

Supermalha



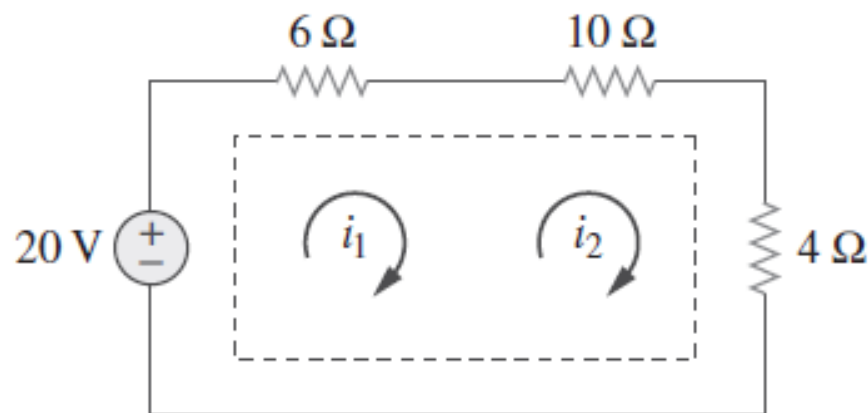
Método da supermalha

6. Aplica-se a LKT à supermalha e LKC para obter a solução das equações.



Ramo considerado
como circuito aberto.

Supermalha



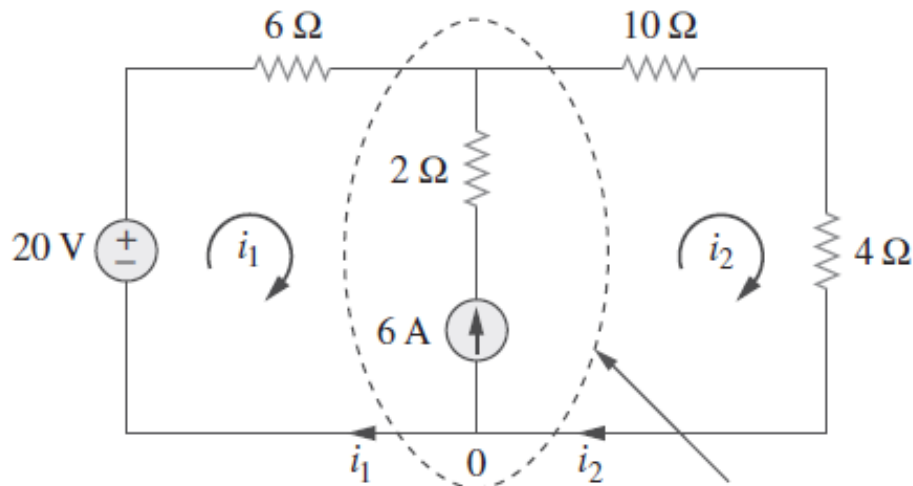
$$6i_1 - 20 + 10i_2 + 4i_2 = 0$$

$$6i_1 + 14i_2 = 20$$

$$3i_1 + 7i_2 = 10$$

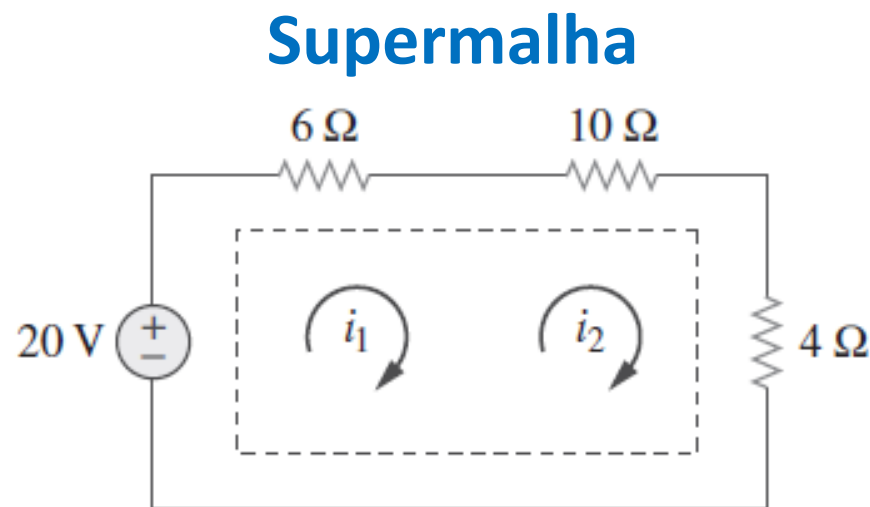
Método da supermalha

6. Aplica-se a LKT à supermalha e LKC para obter a solução das equações.



Ramo considerado
como circuito aberto.

$$i_2 = i_1 + 6$$



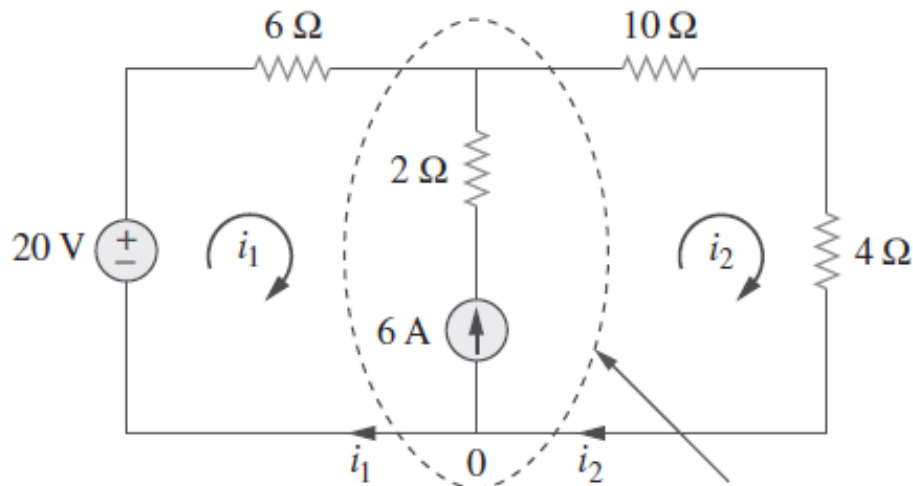
$$6i_1 - 20 + 10i_2 + 4i_2 = 0$$

$$6i_1 + 14i_2 = 20$$

$$3i_1 + 7i_2 = 10$$

Método da supermalha

6. Aplica-se a LKT à supermalha e LKC para obter a solução das equações.

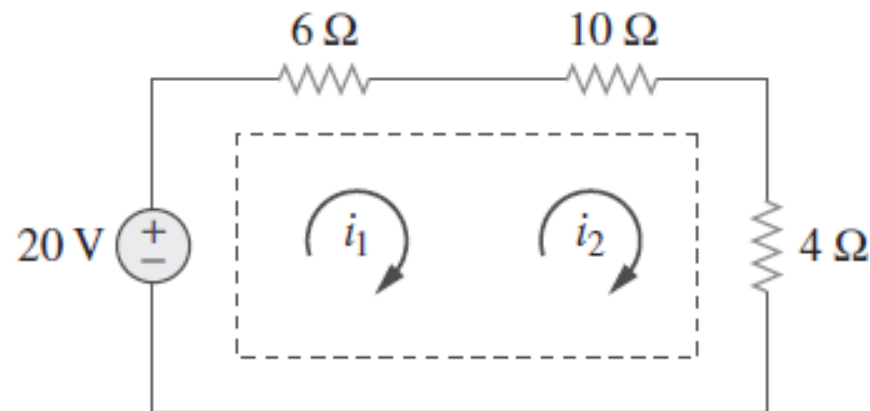


Ramo considerado
como circuito aberto.

$$i_2 = i_1 + 6$$

$$3i_1 + 7i_2 = 10$$

Supermalha



$$3i_1 + 7(i_1 + 6) = 10$$

$$3i_1 + 7i_1 = 10 - 42$$

$$10i_1 = -32$$

$$i_1 = -3,2 \text{ A}$$

$$i_2 = 2,8 \text{ A}$$



Análise nodal



Análise nodal

A **análise nodal** é um procedimento genérico para análise de circuitos usando as **“tensões nodais” como variáveis de circuito**. Optar por **tensões nodais** em vez de tensões de elementos como essas variáveis é conveniente e **reduz o número de equações que se deve resolver simultaneamente**. A análise nodal também é conhecida como método do nó-tensão.

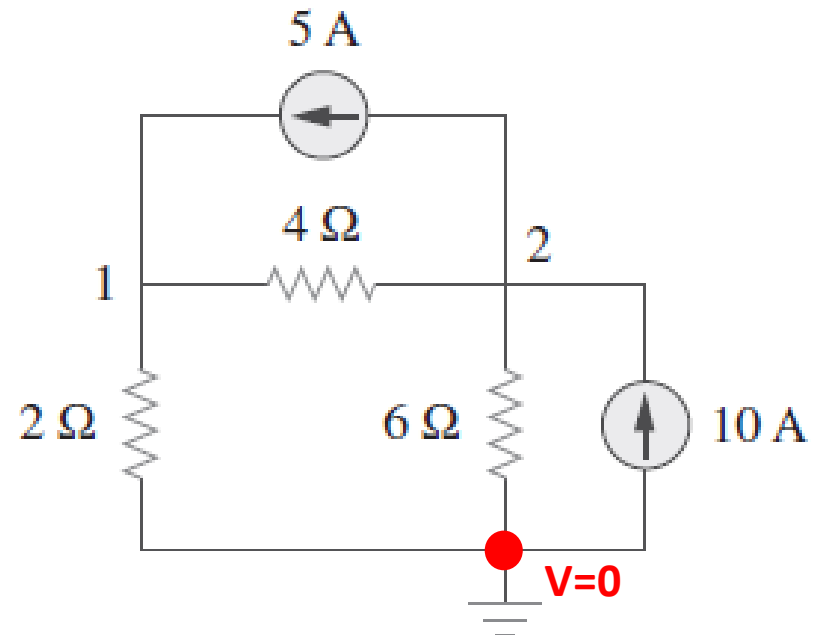
Através da **análise nodal** estamos interessados em **encontrar as tensões nos nós (LKC)**.

Análise nodal

Mais adequado a circuitos com fontes de corrente.
Mas também pode ser empregado quando existem fontes de tensão.

Procedimento

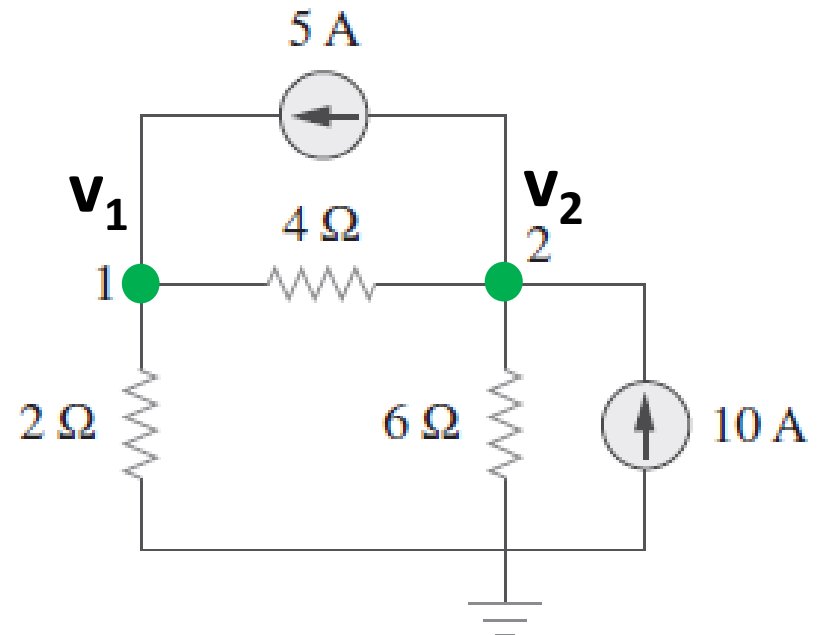
1. Selecione um nó como referência. Atribua tensões v_1 , v_2 , ..., v_{n-1} aos $n - 1$ nós restantes. As tensões são medidas em relação ao nó de referência.



Análise nodal

Procedimento

2. Designar as tensões nodais, aos nós restantes.





Análise nodal

Procedimento

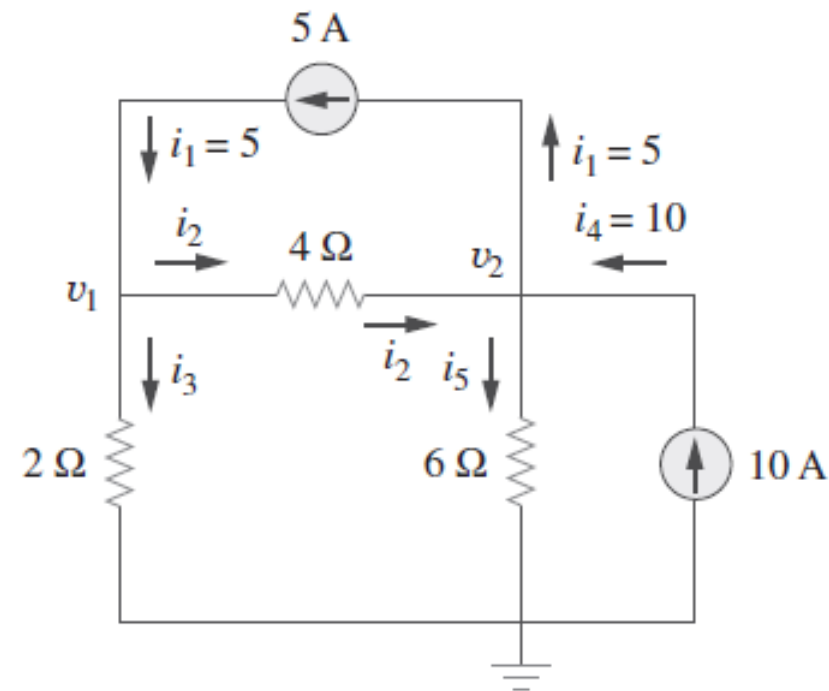
3. Nomear as correntes em cada ramo do circuito.

No ramo que há fonte de corrente:

Esta define o valor e o sentido da corrente no ramo.

No ramo onde não há fonte de corrente:

O sentido da corrente é arbitrado



Análise nodal

Procedimento

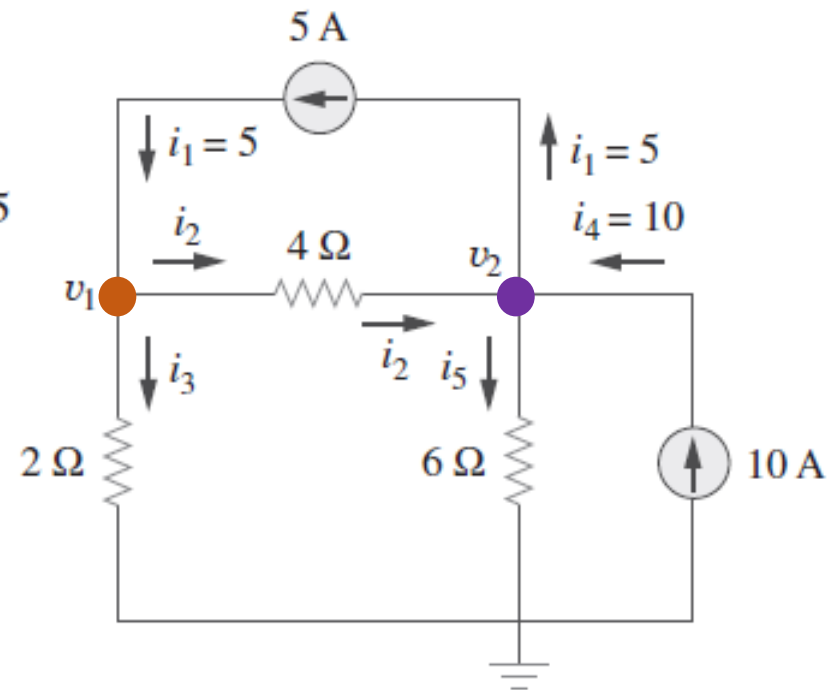
4. Aplicar LKC a cada um dos $n-1$ nós que não são de referência.

Nó 1:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Nó 2:

$$i_2 + i_4 = i_1 + i_5$$



Análise nodal

Procedimento

5. Expressar as correntes nos ramos em termos de tensões nodais

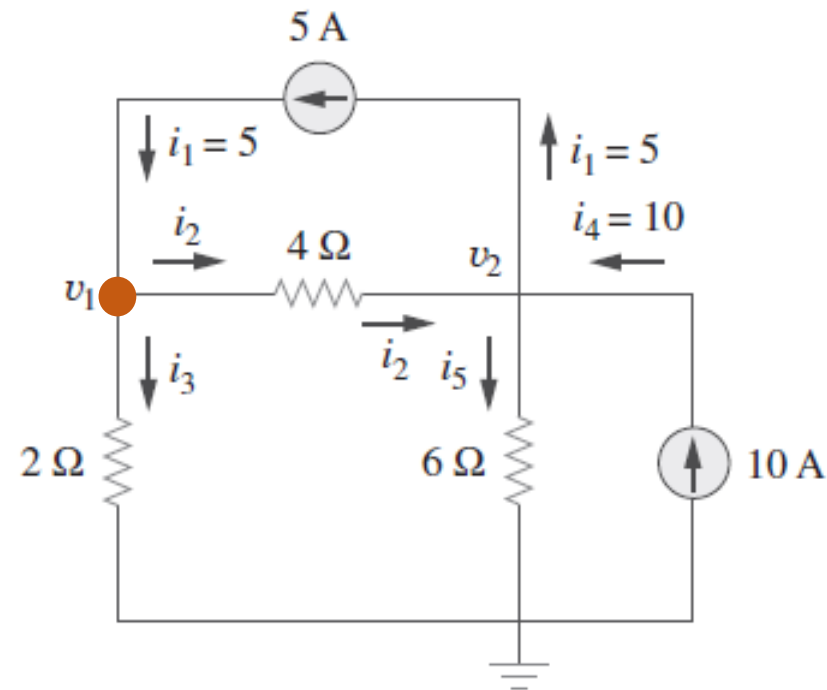
Nó 1:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$5 = \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{v_1 - 0}{2} \quad \times 4$$

$$20 = v_1 - v_2 + 2v_1$$

$$3v_1 - v_2 = 20$$



Análise nodal

Procedimento

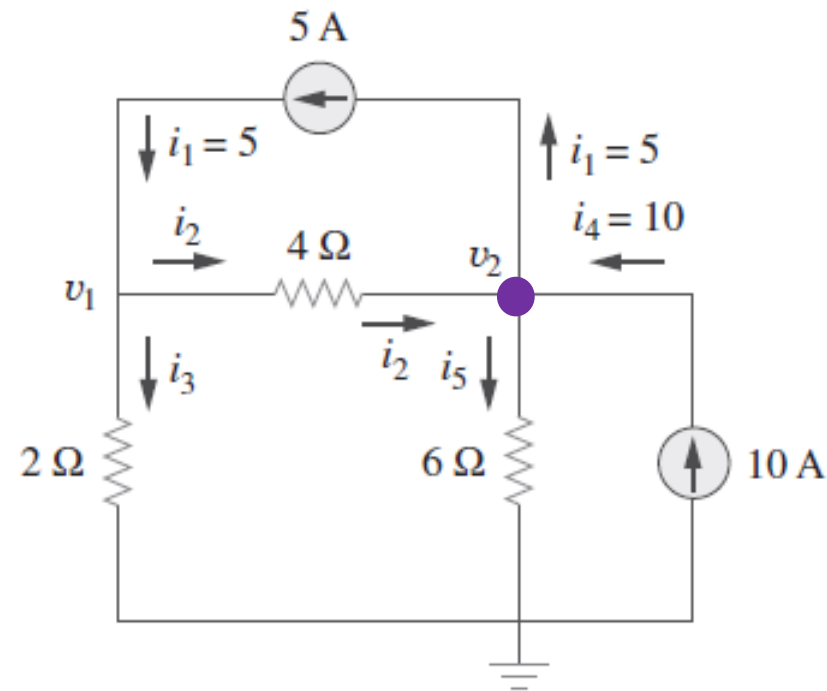
5. Expressar as correntes nos ramos em termos de tensões nodais

Nó 1:

$$3v_1 - v_2 = 20$$

Nó 2:

$$i_2 + i_4 = i_1 + i_5$$



Análise nodal

Procedimento

5. Expressar as correntes nos ramos em termos de tensões nodais

Nó 1: $3v_1 - v_2 = 20$

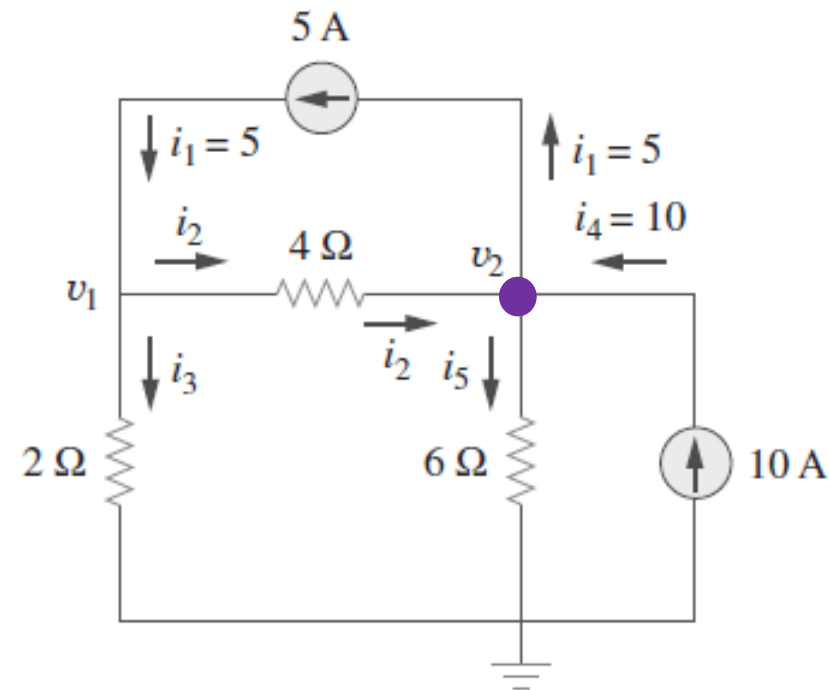
Nó 2:

$$i_2 + i_4 = i_1 + i_5$$

$$\frac{v_1 - v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2 - 0}{6} \quad \times 12$$

$$3v_1 - 3v_2 + 120 = 60 + 2v_2$$

$$-3v_1 + 5v_2 = 60$$



Análise nodal

Procedimento

6. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais.

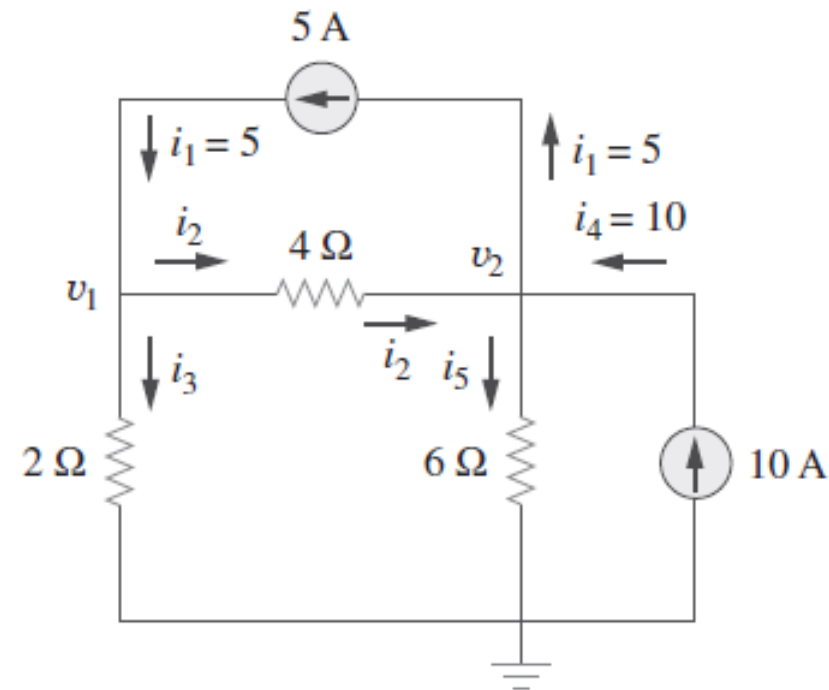
Nó 1:

$$3v_1 - v_2 = 20$$

Nó 2:

$$-3v_1 + 5v_2 = 60$$

Podem ser usados *diferentes métodos*, como **substituição**, **eliminação**, **regra de Cramer** ou **inversão de matrizes**.



Análise nodal

Procedimento

6. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais.

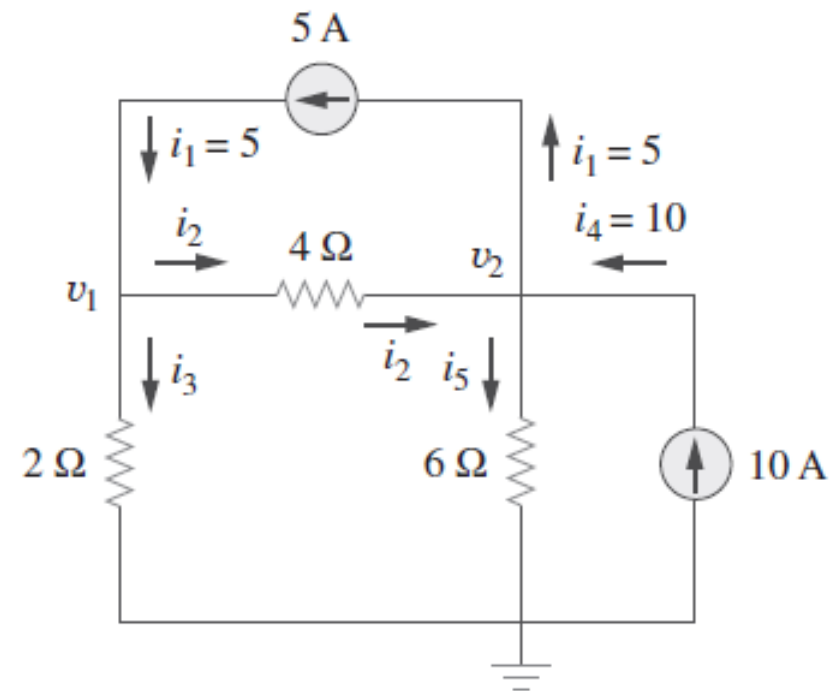
Eliminação:

$$3v_1 - v_2 = 20$$

$$-3v_1 + 5v_2 = 60$$

$$4v_2 = 80$$

$$v_2 = 20 \text{ V}$$



Análise nodal

Procedimento

6. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais.

Eliminação:

$$3v_1 - v_2 = 20$$

$$-3v_1 + 5v_2 = 60$$

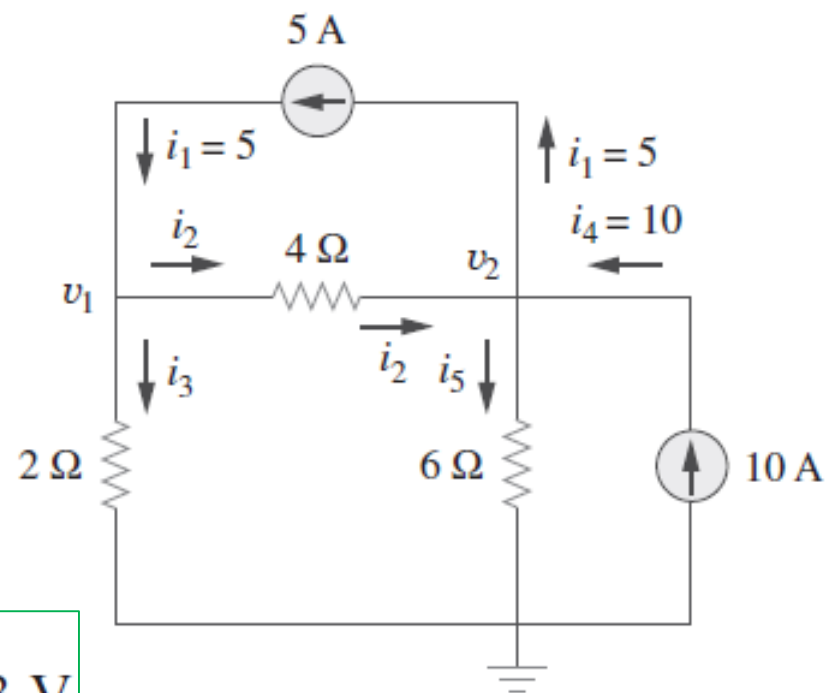
$$4v_2 = 80$$

$$v_2 = 20 \text{ V}$$

Substituindo v_2 na eq. do nó 1:

$$3v_1 - 20 = 20$$

$$v_1 = \frac{40}{3} = 13,333 \text{ V}$$





Análise nodal

Procedimento

6. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais.

Regra de Cramer:

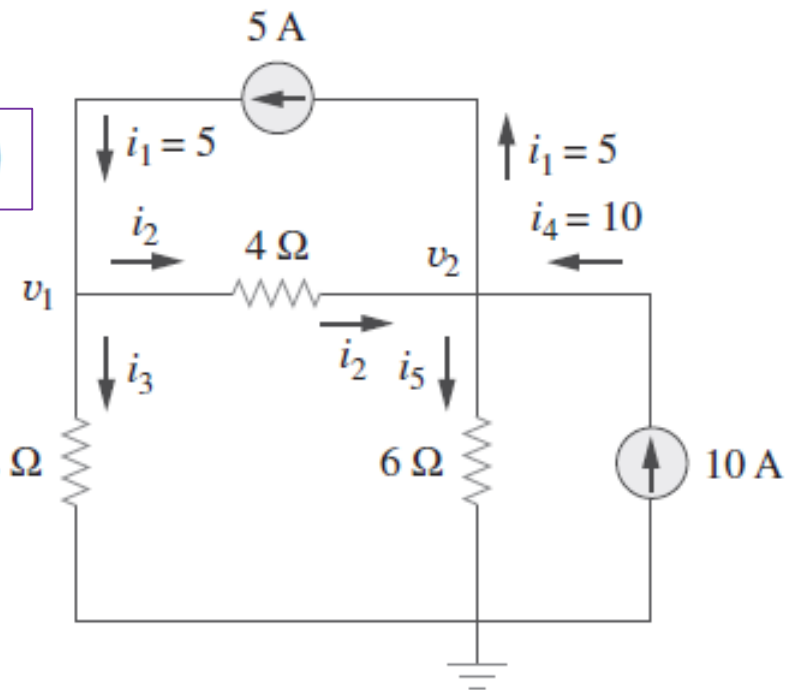
$$3v_1 - v_2 = 20$$

$$-3v_1 + 5v_2 = 60$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 15 - 3 = 12$$

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -1 \\ 60 & 5 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{100 + 60}{12} = \frac{160}{12} = 13,333 \text{ V}$$

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 20 \\ -3 & 60 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{180 + 60}{12} = \frac{240}{12} = 20 \text{ V}$$





Análise nodal

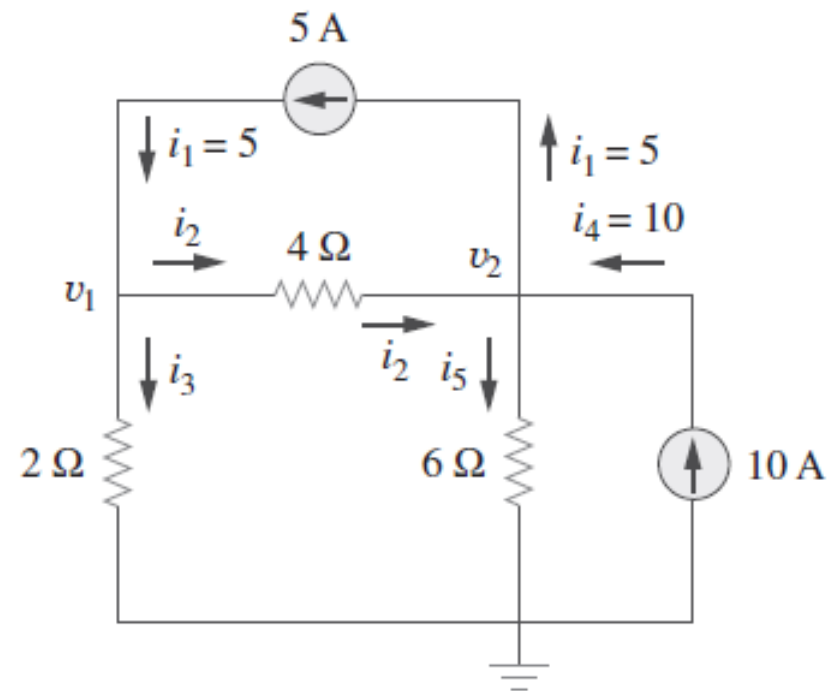
Procedimento

6. Resolver as n equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais.

Regra de Cramer:

$$v_1 = 13,3V$$

$$v_2 = 20V$$



Análise nodal

Procedimento

7. A partir das tensões nodais obter os parâmetros necessários.

$$v_1 = 13,3V$$

$$v_2 = 20V$$

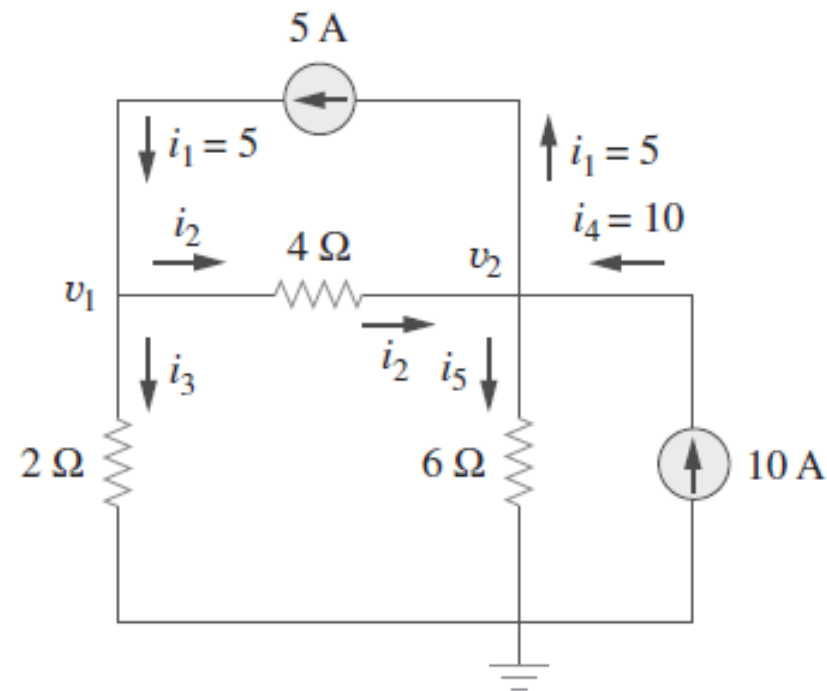
$$i_1 = 5A$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{4} = -1,6668A$$

$$i_3 = \frac{v_1}{2} = 6,666A$$

$$i_4 = 10A$$

$$i_5 = \frac{v_2}{6} = 3,333A$$





Análise nodal por inspeção



Análise nodal por inspeção

Método genérico para obter as tensões nodais.



Análise nodal por inspeção

$$i_1 = 5 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{4} = -1,6668 \text{ A}$$

$$i_3 = \frac{v_1}{2} = 6,666 \text{ A}$$

$$i_4 = 10 \text{ A}$$

Nó 1:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$5 = \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{v_1 - 0}{2} \times 4$$

$$20 = v_1 - v_2 + 2v_1$$

$$3v_1 - v_2 = 20$$

Nó 2:

$$i_2 + i_4 = i_1 + i_5$$

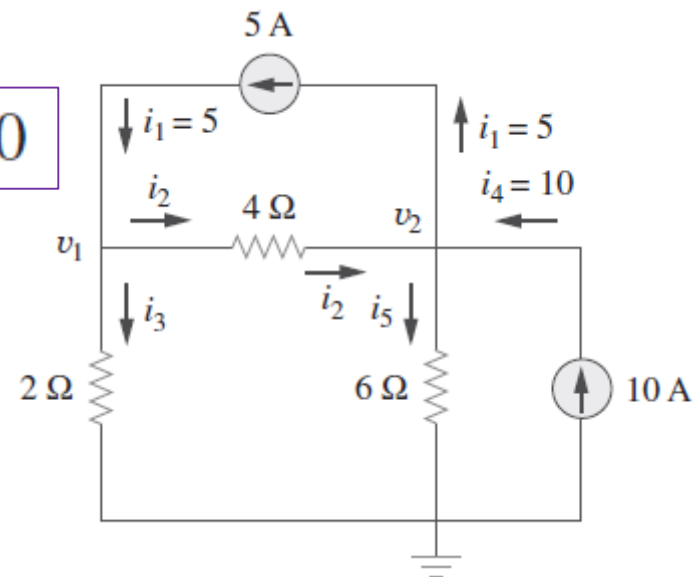
$$\frac{v_1 - v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2 - 0}{6} \times 12$$

$$3v_1 - 3v_2 + 120 = 60 + 2v_2$$

$$-3v_1 + 5v_2 = 60$$

$$i_5 = \frac{v_2}{6} = 3,333 \text{ A}$$

Lembrando





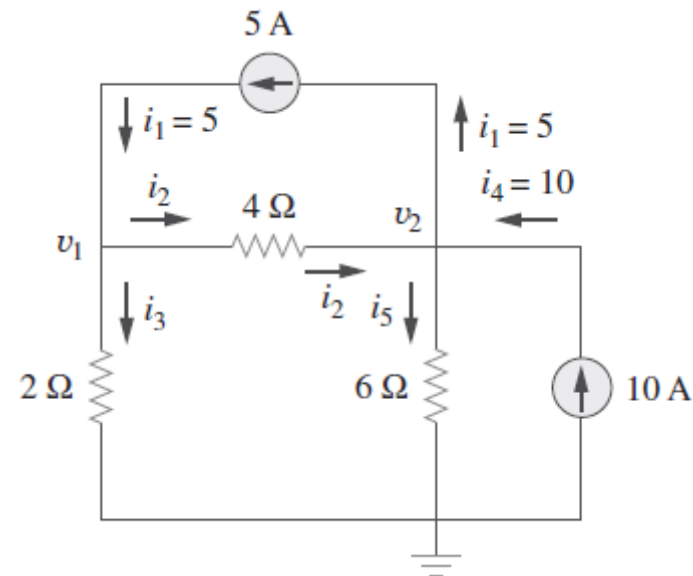
Análise nodal por inspeção

Nó 1:

$$5 = \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{v_1 - 0}{2} \times 4$$

Nó 2:

$$\frac{v_1 - v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2 - 0}{6} \times 12$$



Análise nodal por inspeção

Nó 1:

$$5 = \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{v_1 - 0}{2}$$

$$5 = \frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} + \frac{v_1}{2}$$

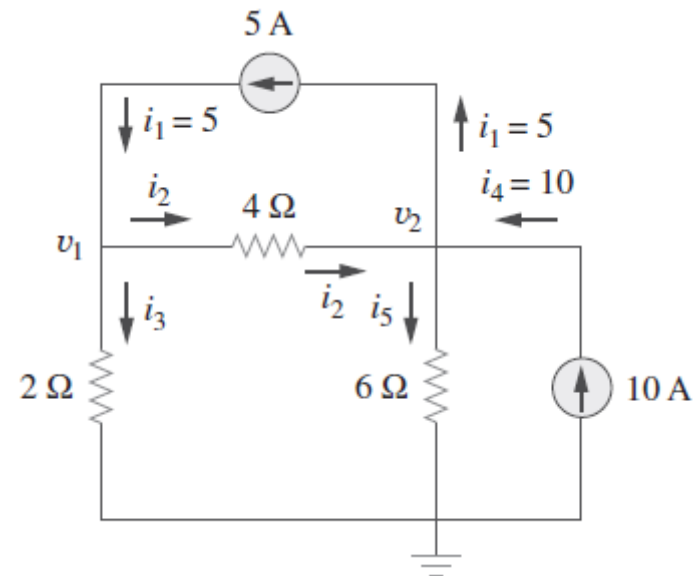
$$\frac{v_1}{2} + \frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} = 5$$

Nó 2:

$$\frac{v_1 - v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2 - 0}{6}$$

$$\frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2}{6}$$

$$\frac{v_2}{6} + \frac{v_2}{4} - \frac{v_1}{4} = 10 - 5$$





Análise nodal por inspeção

Nó 1:

$$5 = \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{v_1 - 0}{2}$$

$$5 = \frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} + \frac{v_1}{2}$$

$$\frac{v_1}{2} + \frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} = 5$$

Somatória do
produto da
tensão nodal
pelas
condutâncias
conectadas ao
nó 1

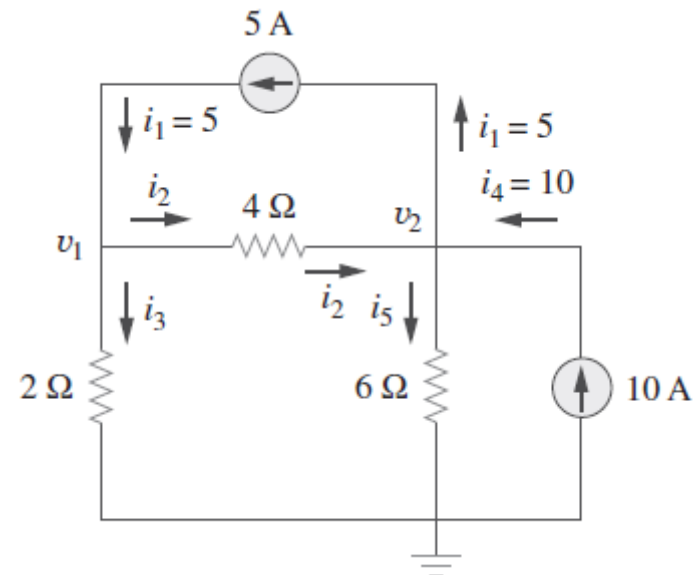
Nó 2:

$$\frac{v_1 - v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2 - 0}{6}$$

$$\frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2}{6}$$

$$\frac{v_2}{6} + \frac{v_2}{4} - \frac{v_1}{4} = 10 - 5$$

Somatória do
produto da
tensão nodal
pelas
condutâncias
conectadas ao
nó 2





Análise nodal por inspeção

Nó 1:

$$5 = \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{v_1 - 0}{2}$$

$$5 = \frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} + \frac{v_1}{2}$$

$$\frac{v_1}{2} + \frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} = 5$$

Subtração do produto da tensão nodal pelas condutâncias conectadas ao nó adjacente

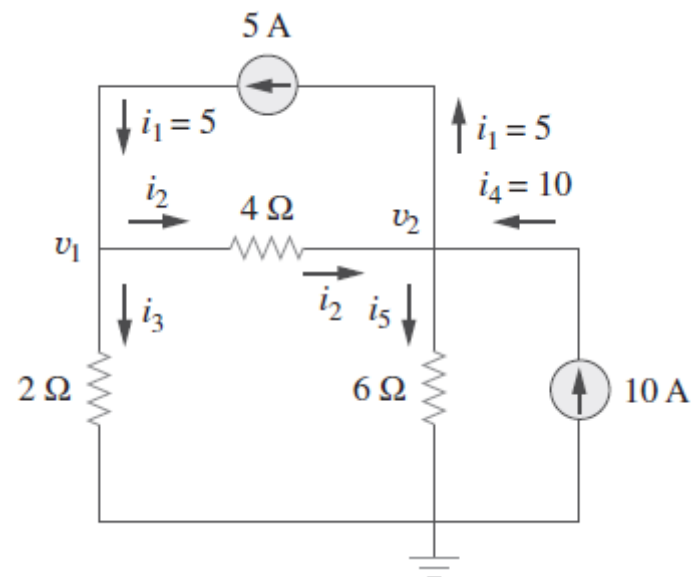
Nó 2:

$$\frac{v_1 - v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2 - 0}{6}$$

$$\frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2}{6}$$

$$\frac{v_2}{6} + \frac{v_2}{4} - \frac{v_1}{4} = 10 - 5$$

Subtração do produto da tensão nodal pelas condutâncias conectadas ao nó adjacente





Análise nodal por inspeção

Nó 1:

$$5 = \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{v_1 - 0}{2}$$

$$5 = \frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} + \frac{v_1}{2}$$

$$\frac{v_1}{2} + \frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} = 5$$

fontes de
corrente
conectadas ao
nó 1

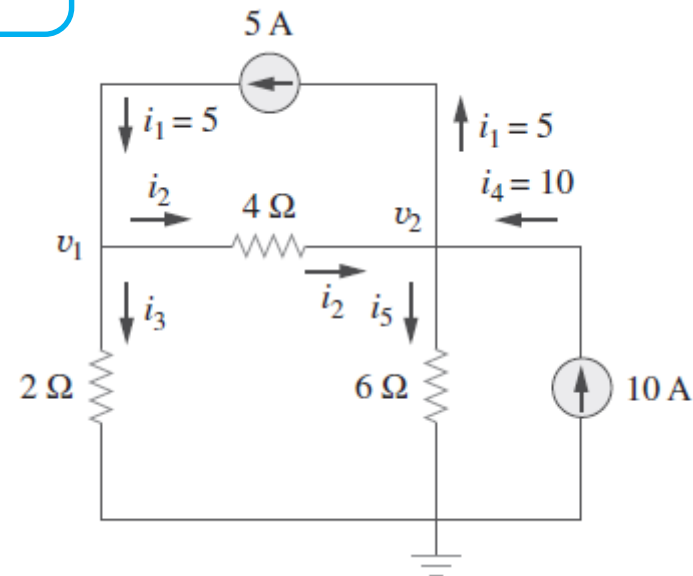
Nó 2:

$$\frac{v_1 - v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2 - 0}{6}$$

$$\frac{v_1}{4} - \frac{v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2}{6}$$

$$\frac{v_2}{6} + \frac{v_2}{4} - \frac{v_1}{4} = 10 - 5$$

fontes de
corrente
conectadas ao
nó 2

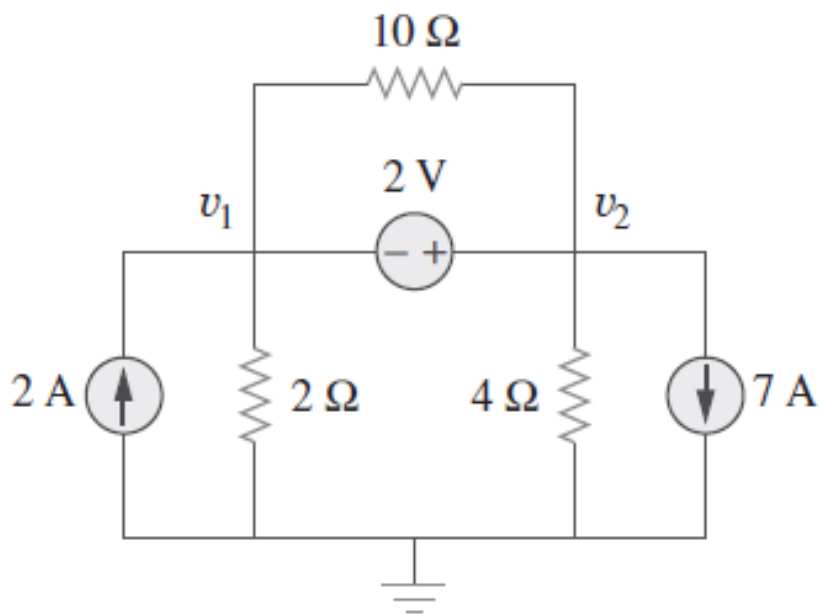




Método do supernó

Método do supernó

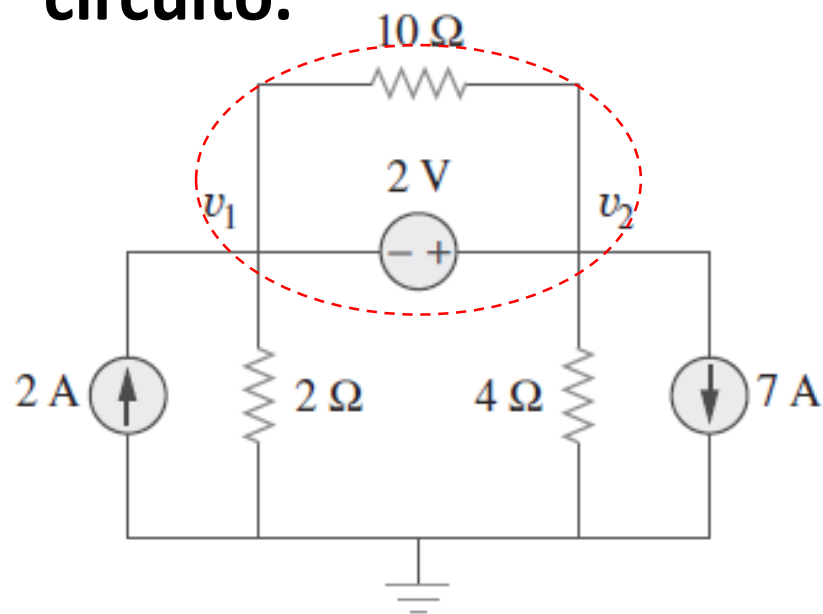
Artifício utilizado na análise nodal quando existem fontes de tensão no circuito.



Método do supernó

Procedimento

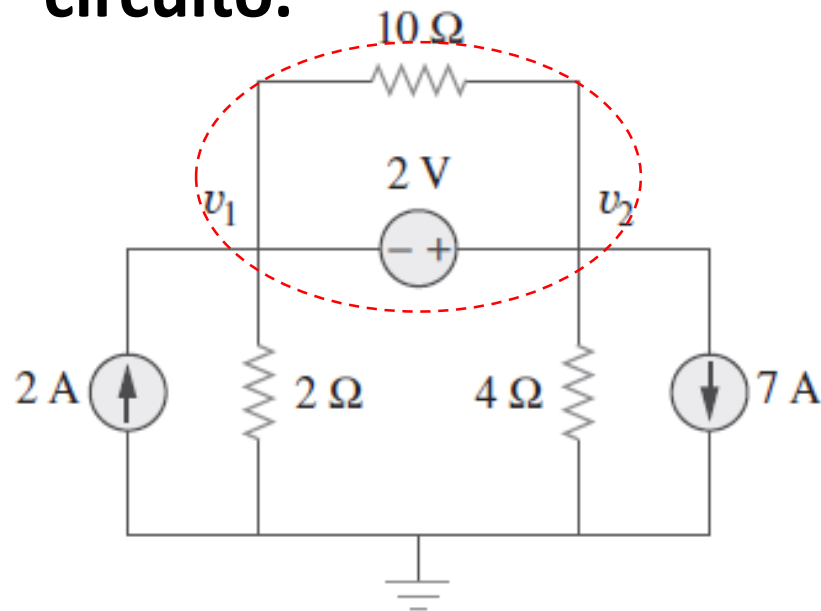
1. Considerar o ramo onde está localizada a fonte de tensão e elementos em paralelo a ela como um curto-circuito.



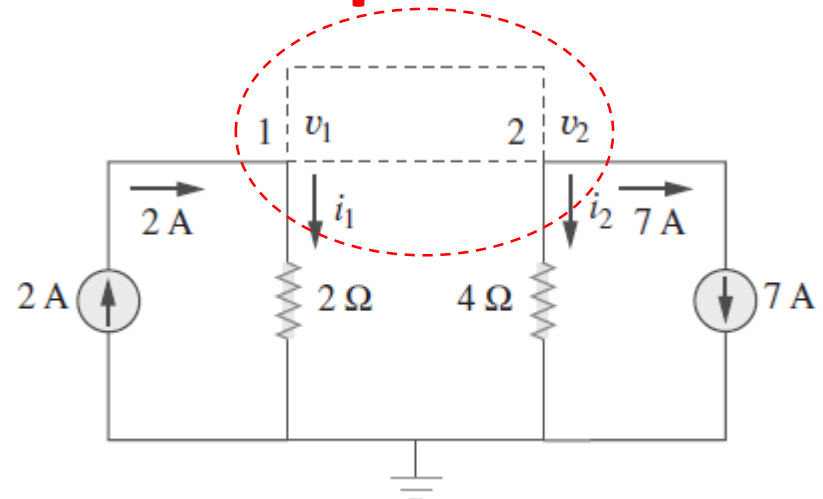
Método do supernó

Procedimento

1. Considerar o ramo onde está localizada a fonte de tensão e elementos em paralelo a ela como um curto-circuito.



Supernó



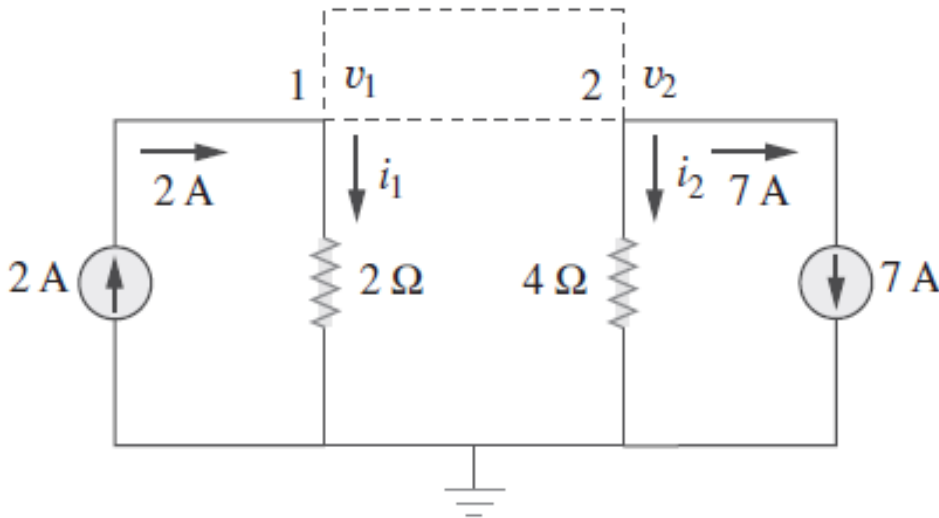
Um supernó é formado por uma fonte de tensão conectada entre dois nós que não são de referência e quaisquer elementos conectados em paralelo com ela.



Método do supernó

Procedimento

2. Aplica-se a LKC ao supernó e expressa-se a equação em função das tensões nodais.



$$2 = i_1 + i_2 + 7$$

$$2 = \frac{v_1 - 0}{2} + \frac{v_2 - 0}{4} + 7 \quad \times 4$$

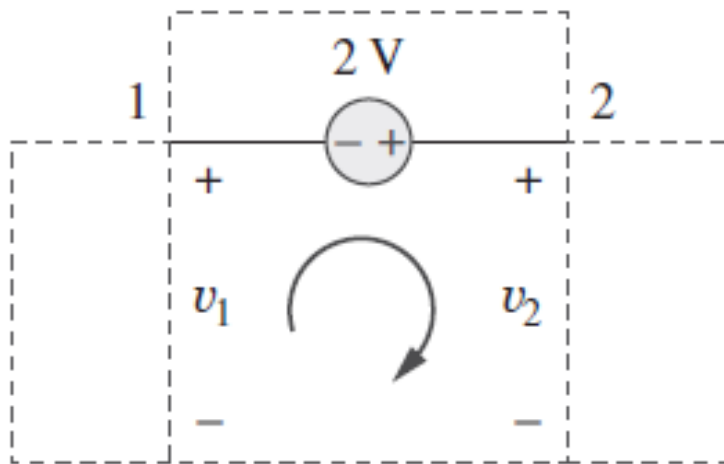
$$8 = 2v_1 + v_2 + 28$$

$$v_2 = -20 - 2v_1$$

Método do supernó

Procedimento

3. Aplica-se a LKT ao laço contendo a fonte de tensão para obter a relação entre as tensões nodais.



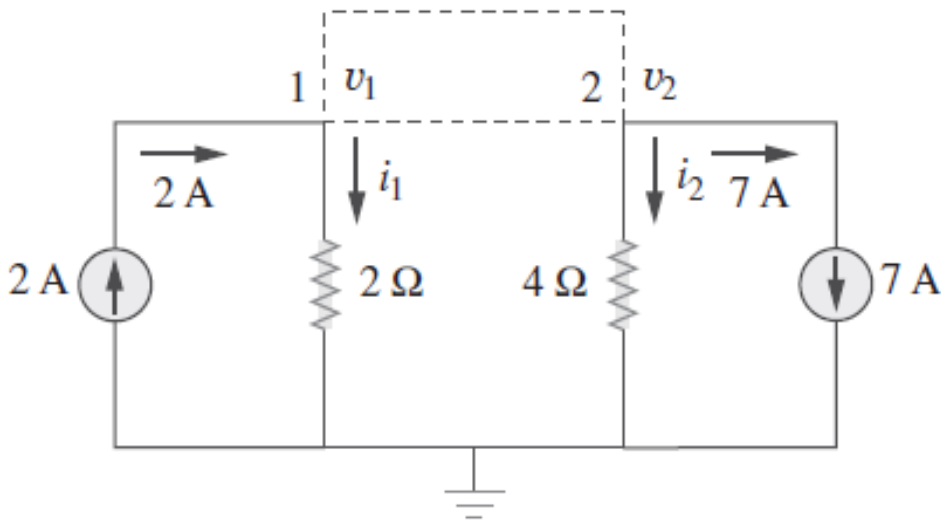
$$-v_1 - 2 + v_2 = 0$$

$$v_2 = v_1 + 2$$

Método do supernó

Procedimento

4. Resolver o sistema de equações simultâneas para obter as tensões nodais.



$$v_2 = v_1 + 2$$

$$v_2 = -20 - 2v_1$$

$$v_2 = v_1 + 2 = -20 - 2v_1$$

$$3v_1 = -22$$

$$v_1 = -7,333 \text{ V}$$

$$v_2 = v_1 + 2 = -5,333 \text{ V.}$$



Análise de malhas vs Análise nodal



Análise de malhas vs análise nodal

Tanto a **análise nodal** como a **análise de malhas** fornecem uma **maneira sistemática para analisar uma rede complexa**. Alguém poderia perguntar: dada uma rede a ser analisada, como saber qual método é melhor ou mais eficiente? A **escolha do melhor método é ditada por dois fatores**.

O **primeiro fator** é a **natureza da rede** em particular. As **redes** que contêm muitos **elementos conectados em série, fontes de tensão ou supermalhas** são mais adequadas para **análise de malhas**



Análise de malhas vs análise nodal

Tanto a **análise nodal** como a **análise de malhas** fornecem uma **maneira sistemática para analisar uma rede complexa**. Alguém poderia perguntar: dada uma rede a ser analisada, como saber qual método é melhor ou mais eficiente? A **escolha do melhor método é ditada por dois fatores**.

Enquanto as redes com **elementos associados em paralelo, fontes de corrente ou supernós** são mais adequadas para **análise nodal**. Sendo assim, um circuito com um número menor de nós que o de malhas é mais bem analisado usando-se a análise nodal, enquanto um circuito com um número menor de malhas que o de nós é mais bem avaliado utilizando-se análise de malhas. O **segredo é selecionar o método que resulta no menor número de equações**.



Análise de malhas vs análise nodal

O **segundo fator** são as **informações necessárias**. Se as tensões nodais forem imprescindíveis, pode ser conveniente aplicar a análise nodal. Se forem necessárias correntes de ramo ou de malha, é melhor empregar a análise de malhas



Referências

Boylestad, R., L. Introdução à análise de circuitos, 12nd ed. Pearson, 2012.

Alexader, C. K., Sadiku, M., N., O. Fundamentos Circuitos Elétricos , 5ta ed. Mc Graw Hill, 2013.



Universidade de São Paulo (USP), Escola
de Engenharia de Lorena (EEL),
Curso de Engenharia Física



Obrigado

Prof. Dr. Andy Blanco Rodriguez

andy.blanco@usp.br

**Departamento de Engenharia de Materiais (DEMAR), Sala A 53C, Área II da EEL-USP,
Estrada Chiquito de Aquino, N° 1000, Lorena, São Paulo, Brasil.**