



EEL-USP

Escola de Engenharia de Lorena

LIMITE INFINITO

Disciplina: Cálculo I LOB1003

Profa. responsável: Diovana A. S. Napoleão

Departamento de Ciências Básicas e Ambientais – EEL-USP

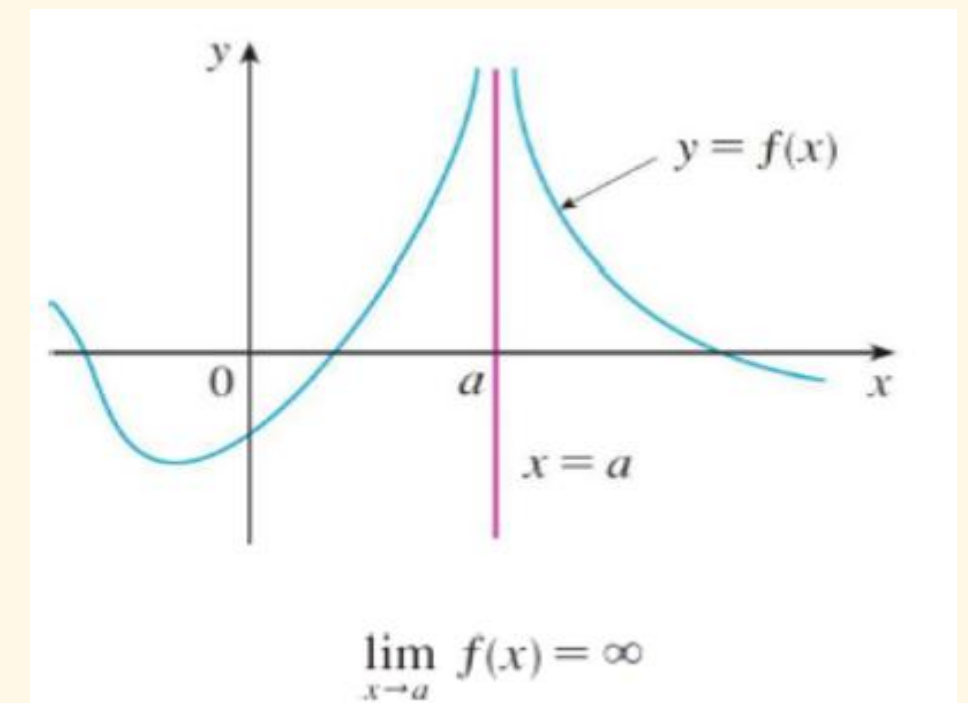
LIMITE INFINITO

Neste tópico será abordado funções em que os valores **aumentam ou diminuem** indefinidamente, quando a variável independente “x” aproxima-se cada vez mais de um número fixo “a”.

4 Definição Seja f uma função definida em ambos os lados de a , exceto possivelmente no próprio a . Então

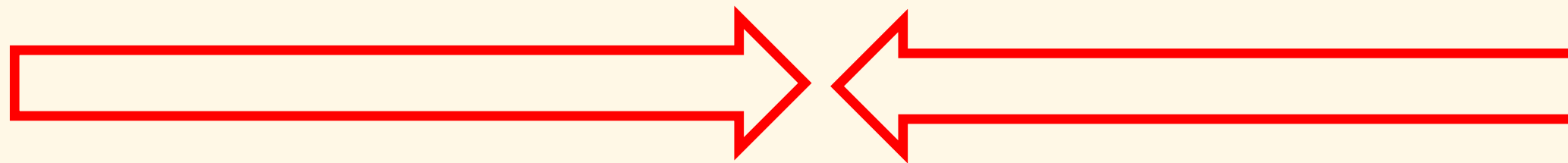
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

significa que podemos fazer os valores de $f(x)$ ficarem arbitrariamente grandes (tão grandes quanto quisermos) tornando x suficientemente próximo de a , mas não igual a a .



Considere a função $f(x) = 3/(x-2)$. De acordo com o gráfico é possível observar que $f(x)$ diminui quando x se aproxima de 2 pela lateral esquerda e $f(x)$ aumenta quando x se aproxima de 2 pela lateral direita.

x	1.5	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1	2.5
$f(x)$	-6	-30	-300	-3000	?	3000	300	30	6

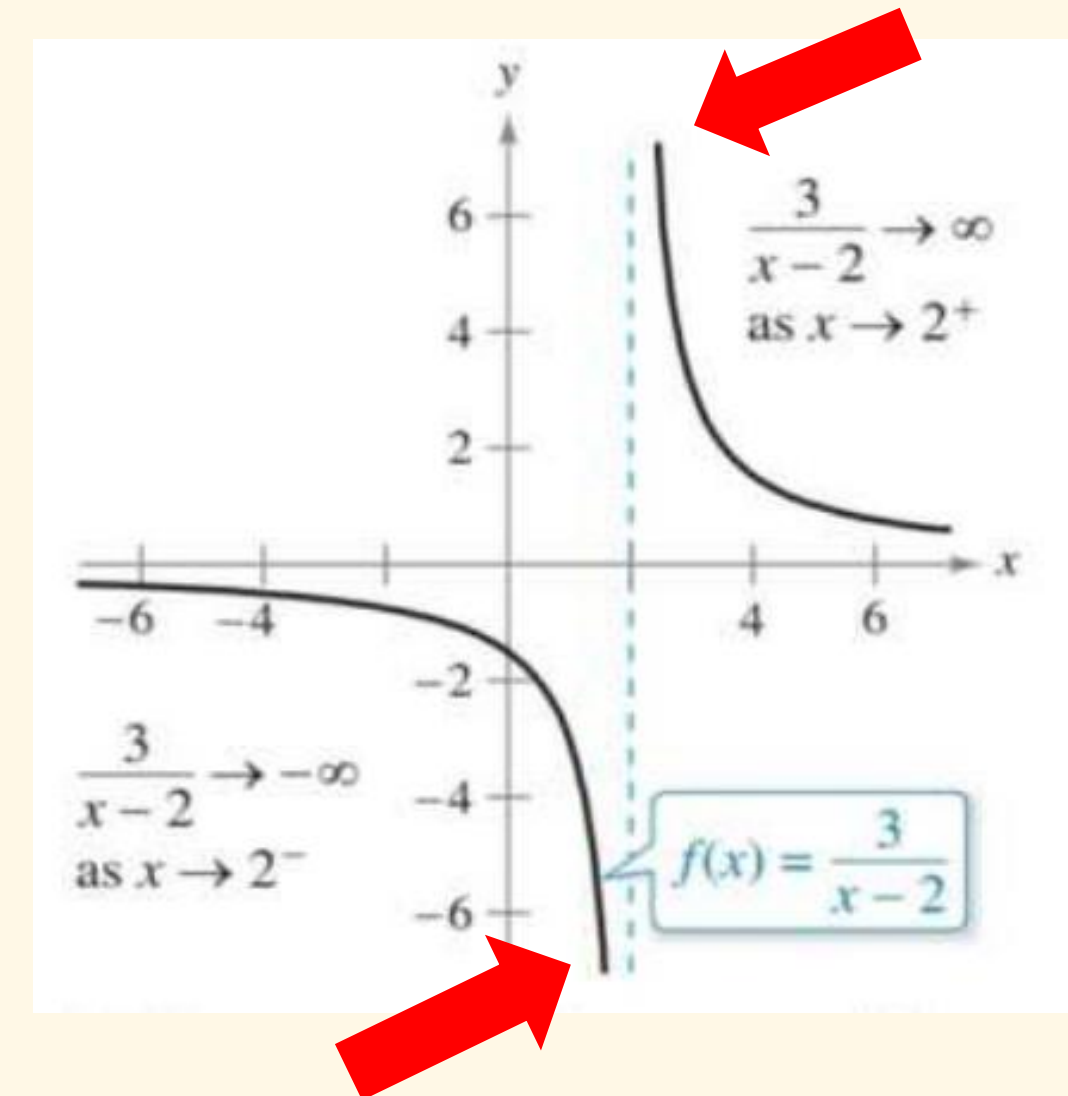


O comportamento $f(x)$ é marcado por:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{x-2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{x-2} = \infty$$

Um limite em que $f(x)$ **aumenta ou diminui** quando x se aproxima de $\underline{c}$ é denominado de limite infinito.



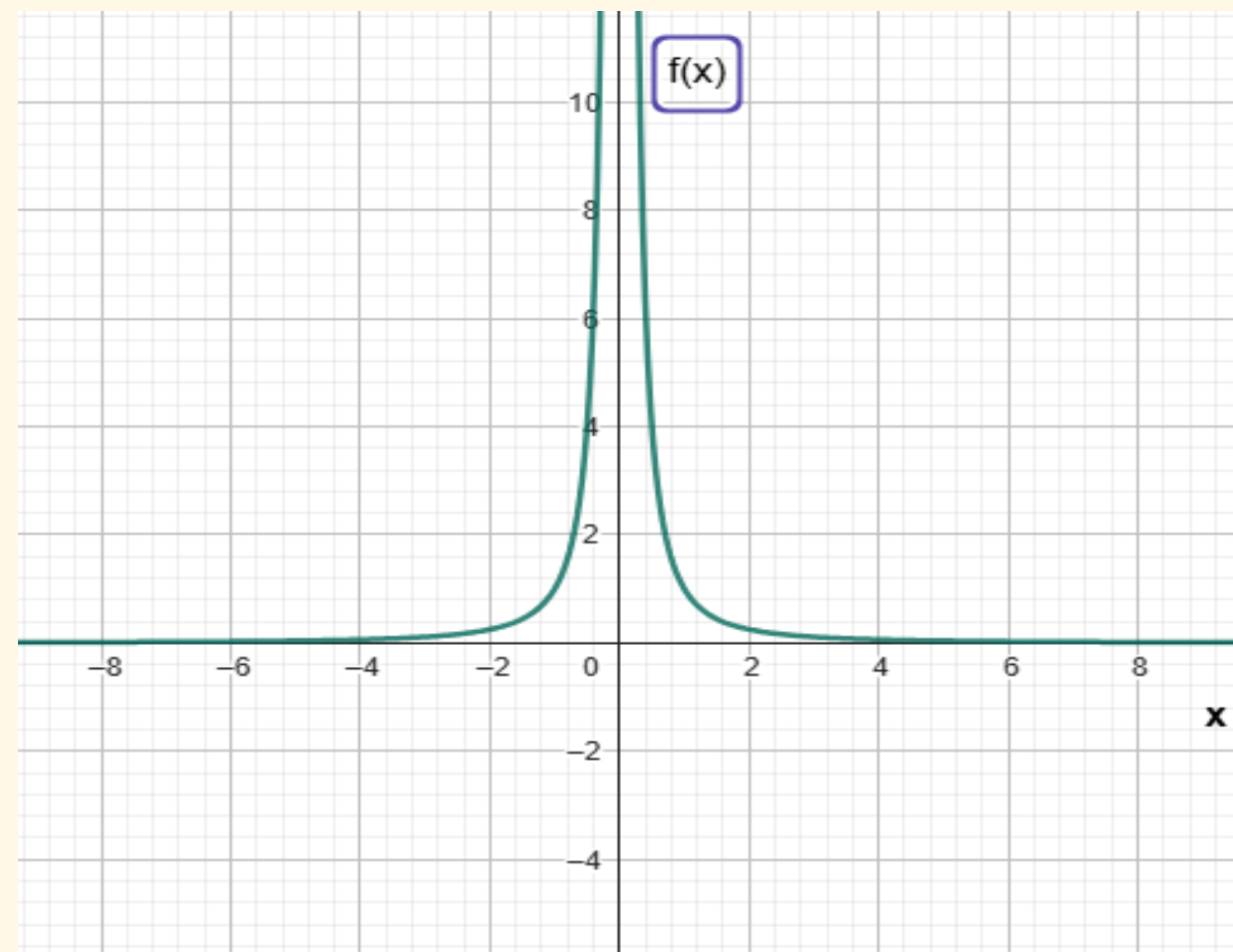
Todas as propriedades de limites são válidas quando a é substituído por $\infty+$ ou $-\infty$:

Para todo $k > 0$, temos

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$$

desde que $\frac{1}{x^k}$ esteja definido.

Exemplo: Seja $f(x) = \frac{1}{x^2}$. Determinar $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.



Formas para análise do limite infinito:

Um teorema muito usado no cálculo de limites infinitos é o seguinte:

Teorema: Se n é um número inteiro positivo, então:

i. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty$

ii. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} +\infty, & \text{se } n \text{ é par} \\ -\infty, & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$

ASSÍNTOTA VERTICAL

Definição de Assíntota Vertical

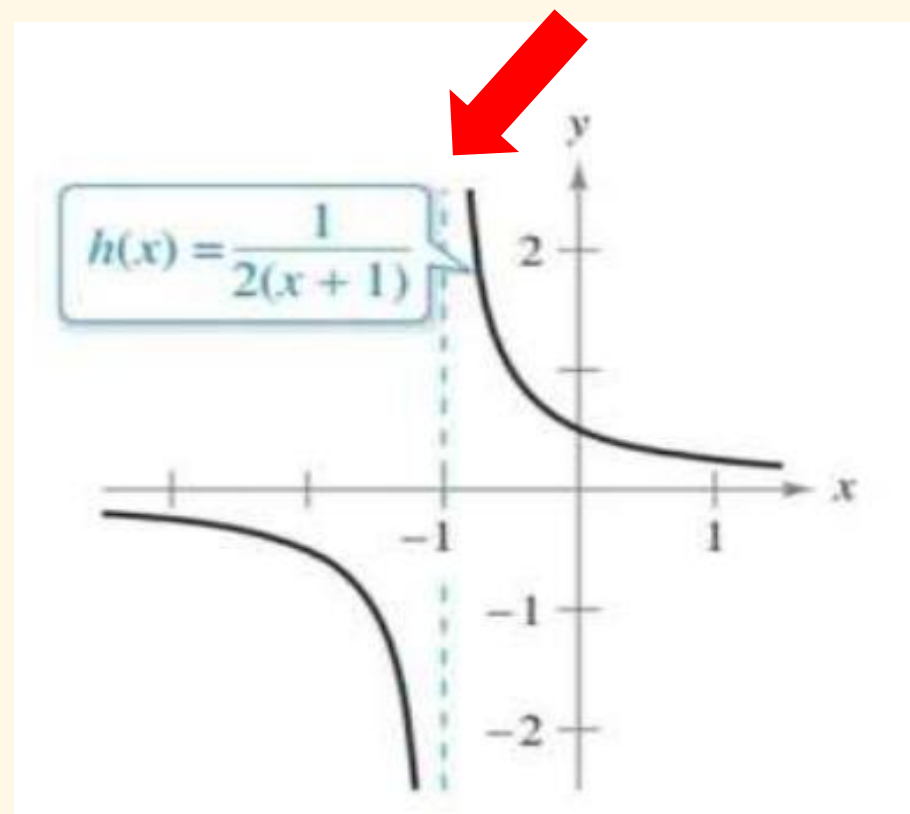
A reta $x = c$ é uma assíntota vertical do gráfico de uma função $y = f(x)$ se $f(x)$ tender a $+\infty$ ou $-\infty$ quando x se aproxima de c tanto pela esquerda como pela direita.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$$

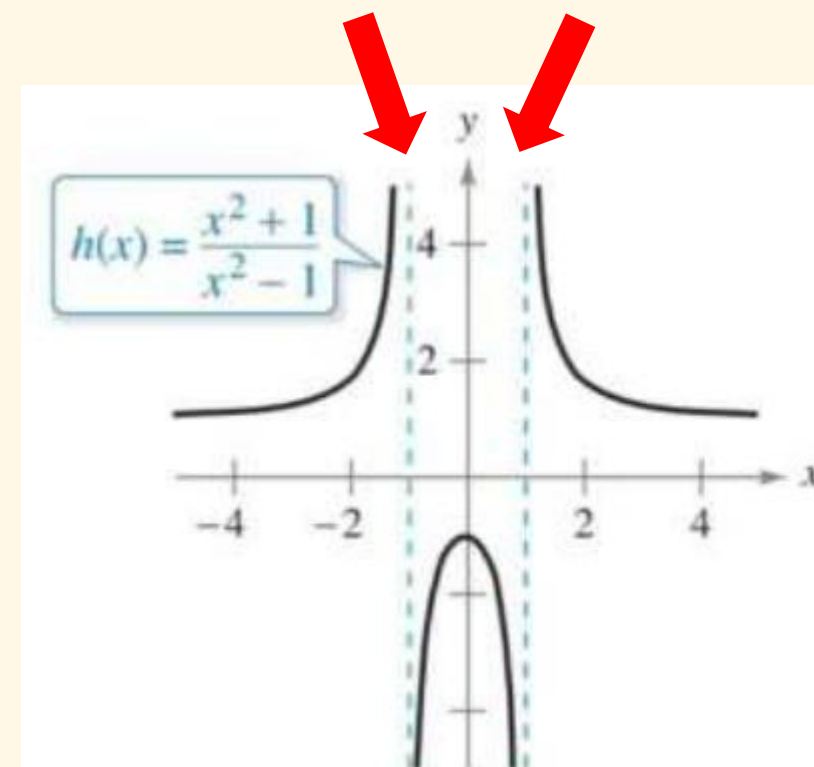
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$$

Considere as funções:

$$h(x) = \frac{1}{2(x+1)}$$



$$h(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \frac{x^2 + 1}{(x-1)(x+1)}$$



Observação

Dada uma função f contínua, pode existir mais de uma assíntota vertical e o gráfico nunca interceptará tais assíntotas.

Geometricamente, a assíntota vertical do gráfico de uma função f é a reta paralela ao eixo Oy que passa pelo ponto $(a, 0)$.

Exemplo de limite infinito: Analisar a existência dos limites.

$$a) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{x-3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x}{x-3}$$

