



Universidade de São Paulo (USP), Escola
de Engenharia de Lorena (EEL),
Curso de Engenharia Física



Circuitos Elétricos - teoria e prática (LOM3262)

Prof. Dr. Andy Blanco Rodriguez

**Lorena-SP
2025/2**



- Circuitos em série;
- Lei de Kirchhoff das tensões (LKT);
- Divisão de tensão em um circuito série;
- Circuito divisor de tensão.



Introdução

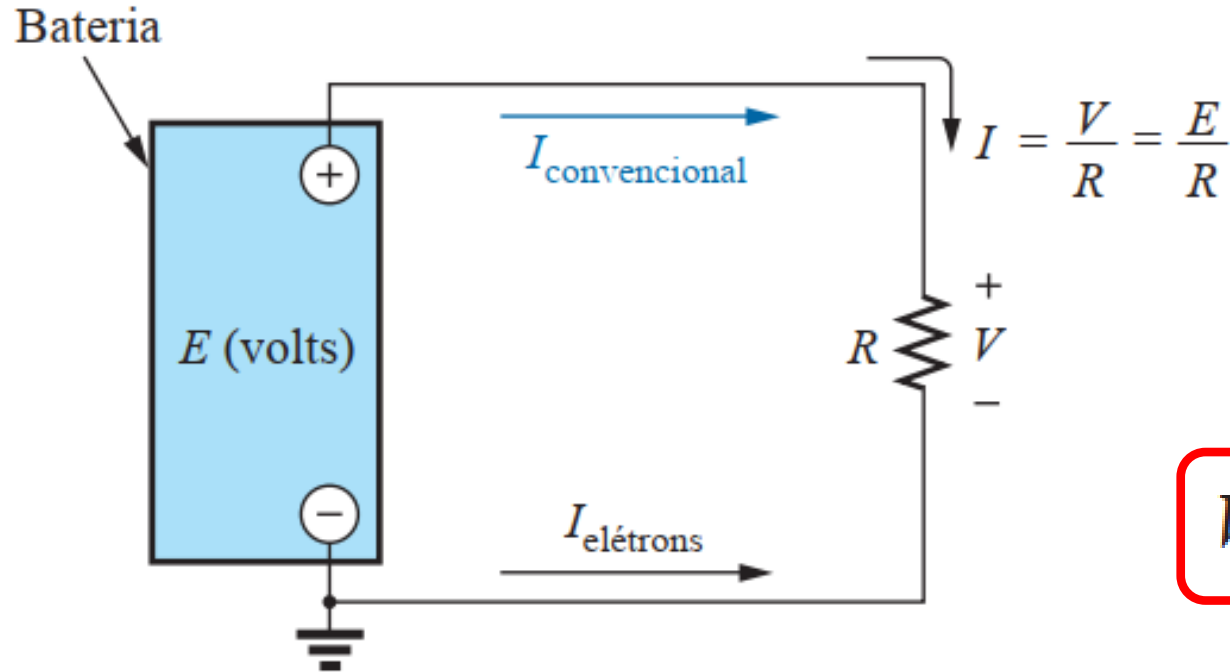


Exemplo de circuito simples

Corrente contínua (CC) : Fluxo de cargas (corrente) não varia nem em intensidade, nem em direção com o passar do tempo.

Corrente alternada senoidal (CA): Fluxo de cargas varia continuamente em intensidade e sentido com o tempo.

Exemplo de circuito simples

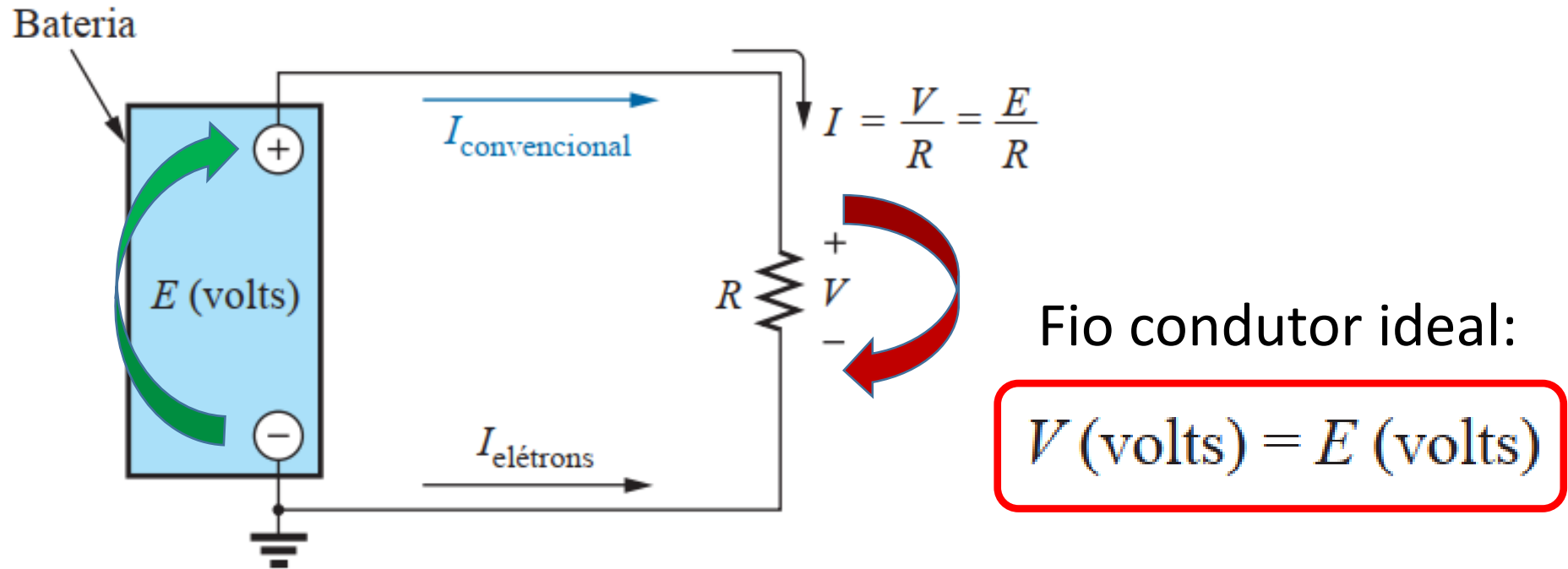


Fio condutor ideal:

$$V \text{ (volts)} = E \text{ (volts)}$$

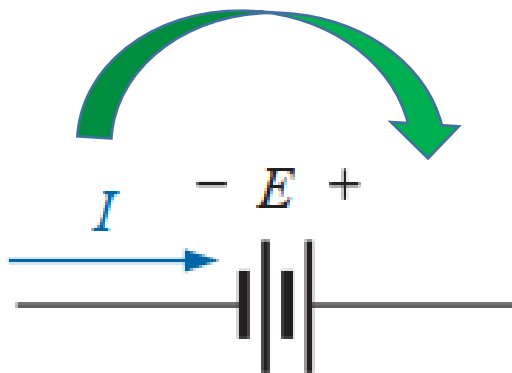
O **fluxo uniforme de cargas** implica que a corrente contínua **I** é a mesma em qualquer ponto do circuito.

Exemplo de circuito simples



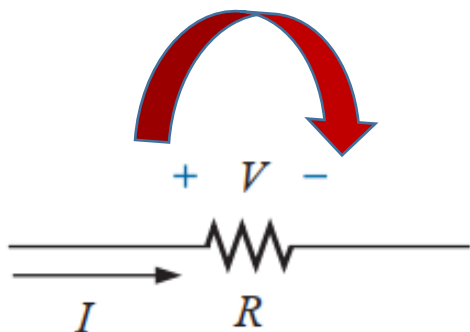
O **fluxo uniforme de cargas** implica que a corrente contínua I é a mesma em qualquer ponto do circuito.

Exemplo de circuito simples



Para todos os circuitos CC
com uma fonte de tensão

Definição do sentido convencional da corrente para circuitos CC com uma fonte de tensão.



Para qualquer combinação de fontes
de tensão em um mesmo circuito CC

Para qualquer combinação de fontes de tensão em um mesmo circuito CC.



Nós, Ramos, Laços e Malhas



Nós, Ramos, Laços e Malhas

Topologia do circuito ou da rede:

Na topologia de rede, estudamos as propriedades relacionadas à colocação de elementos no circuito e a configuração geométrica dele. Tais elementos incluem ramos, nós, laços e malhas.

Ramo:

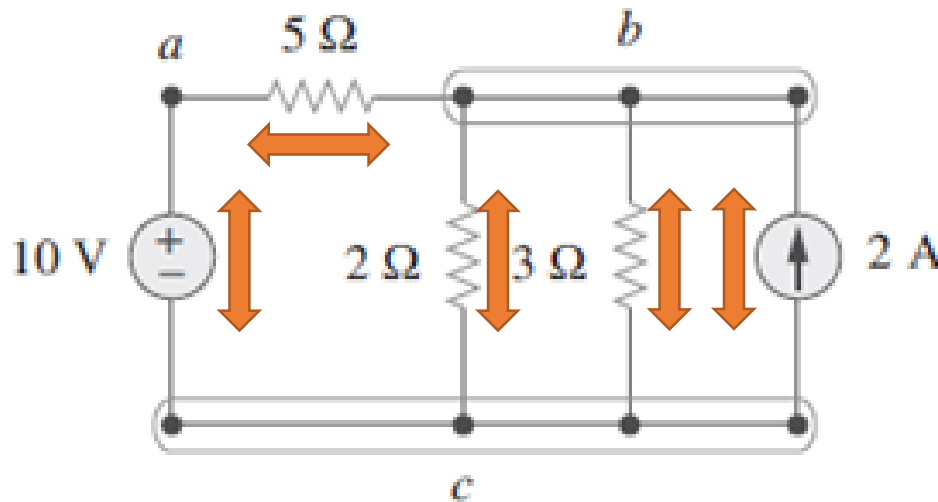
Ramo representa um elemento único de dois terminais, como uma fonte de tensão ou um resistor.

Nós, Ramos, Laços e Malhas

Ramo:

Ramo representa um elemento único de dois terminais, como uma fonte de tensão ou um resistor.

Um ramo representa qualquer elemento de dois terminais. O circuito abaixo tem **5 ramos**: a fonte de tensão de 10 V, a fonte de corrente de 2 A, e os três resistores.

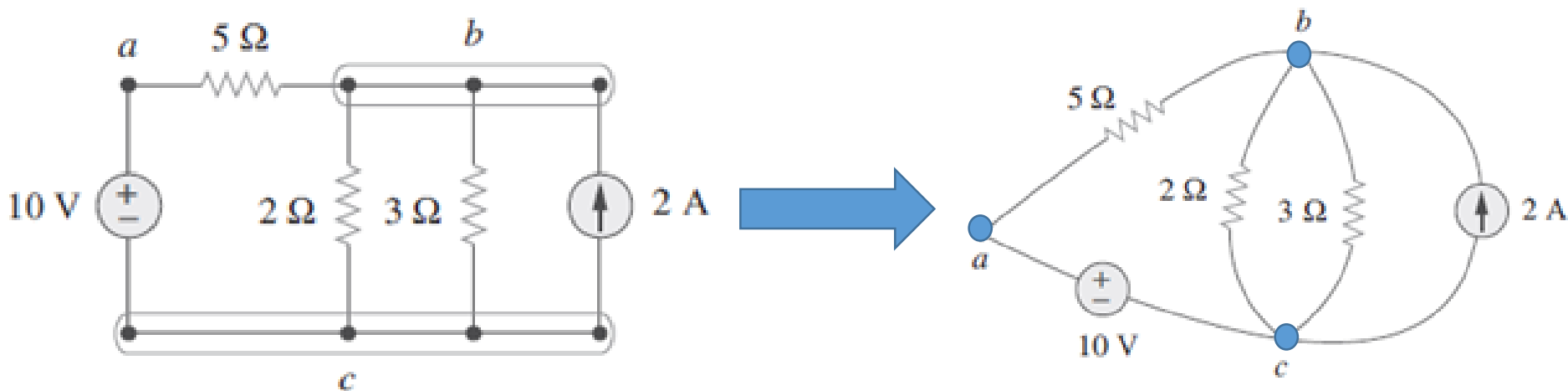


Nós, Ramos, Laços e Malhas

Nó:

Nó é o ponto de conexão entre dois ou mais ramos.

Um nó é normalmente **indicado por um ponto**. Se um curto-circuito (um fio de conexão) conecta dois nós, estes constituem um único nó. O circuito abaixo possui **3 nós: a, b e c**.

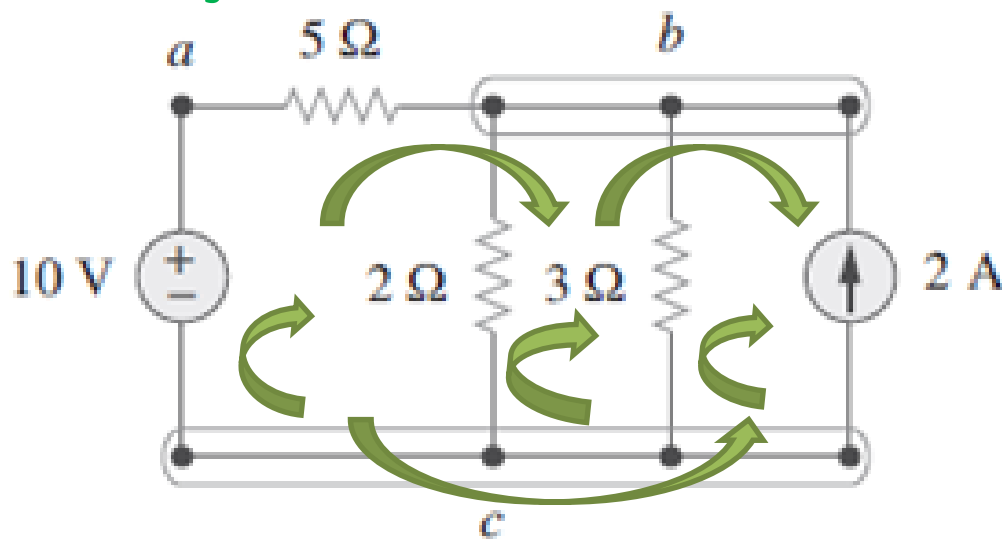


Nós, Ramos, Laços e Malhas

Laço:

Laço é qualquer caminho fechado em um circuito.

Laço é um **caminho fechado** formado **iniciando-se** em um **nó**, passando por uma **série de nós** e retornando ao **nó de partida** sem passar por qualquer outro mais de uma vez. No circuito há **6 laços**.

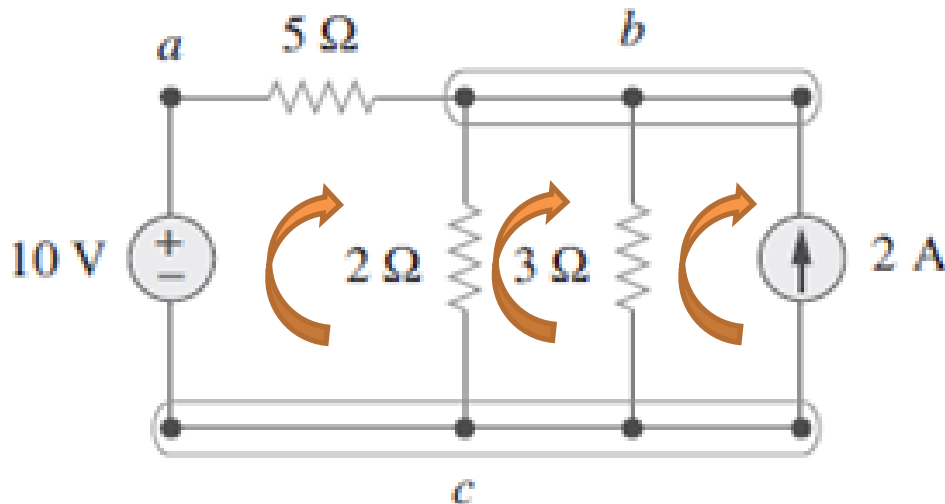


Nós, Ramos, Laços e Malhas

Malha:

Malha é um laço que não apresenta outros laços em seu interior.

No circuito há **3 malhas**.



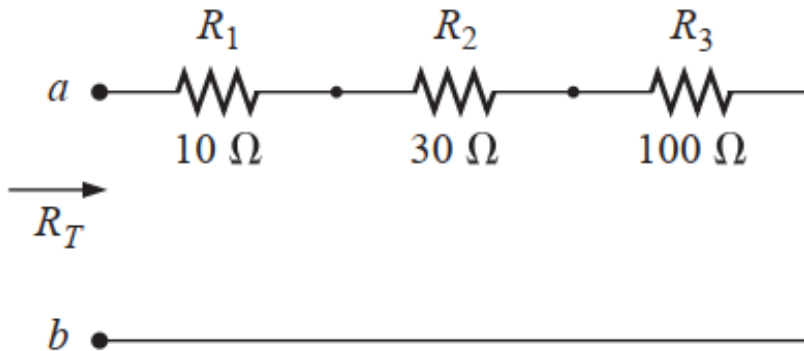


Resistores em série



Resistores em série

Conexão de resistores em série

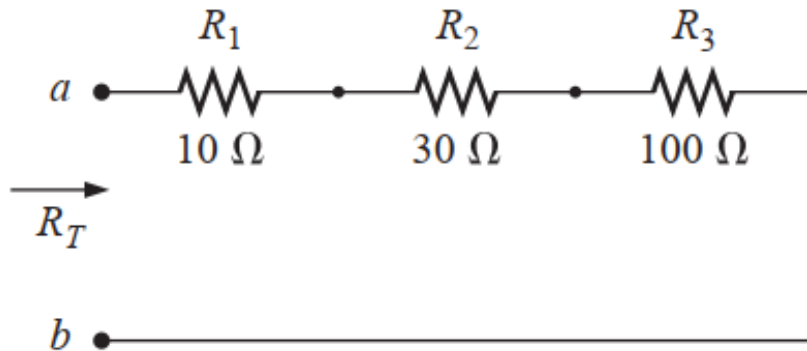


Um terminal de R_2 é conectado a R_1 em um lado, e o outro terminal é conectado a R_3 do outro lado, resultando em **uma, e apenas uma, conexão entre os resistores adjacentes.**

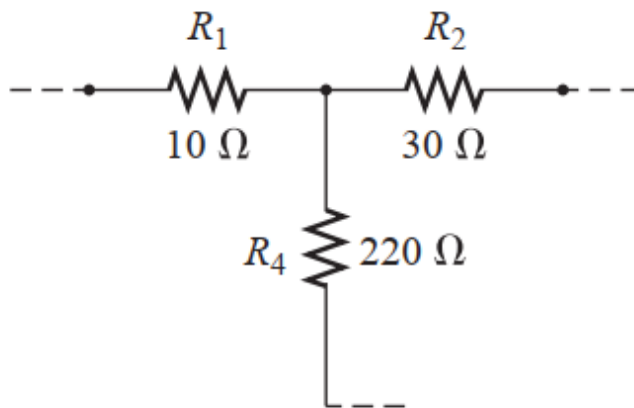


Resistores em série

Conexão de resistores em série

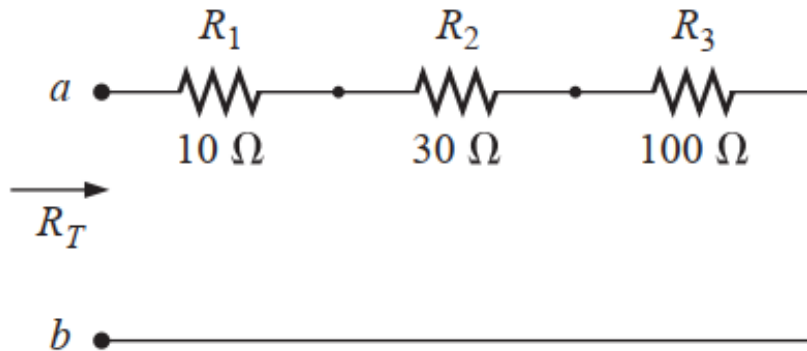


Um terminal de R_2 é conectado a R_1 em um lado, e o outro terminal é conectado a R_3 do outro lado, resultando em **uma, e apenas uma, conexão entre os resistores adjacentes.**

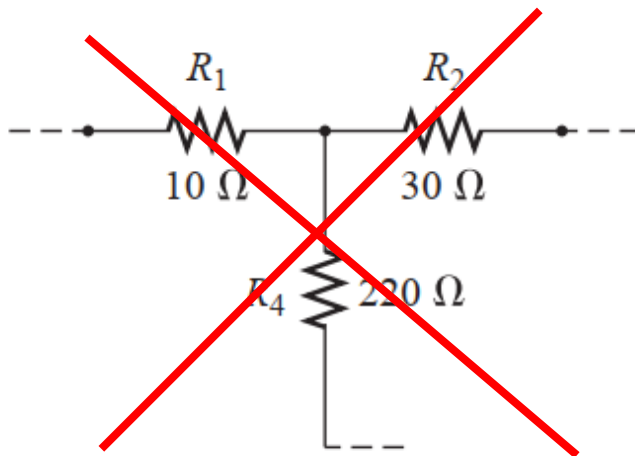


Resistores em série

Conexão de resistores em série



Um terminal de R_2 é conectado a R_1 em um lado, e o outro terminal é conectado a R_3 do outro lado, resultando em **uma, e apenas uma, conexão entre os resistores adjacentes**.



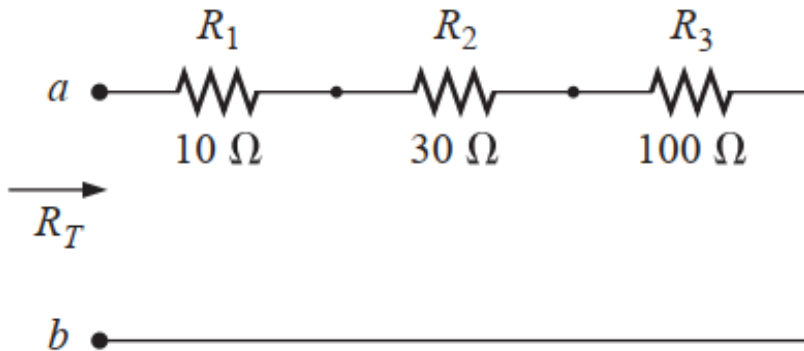
Conexão de resistores não está em série

<https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/13995977-ponto-de-interrogacao-simbolo-de-faq-doodle-desenhado-de-mao-vermelha>



Resistores em série

Conexão de resistores em série



O resistor é um **dispositivo de dois terminais**.

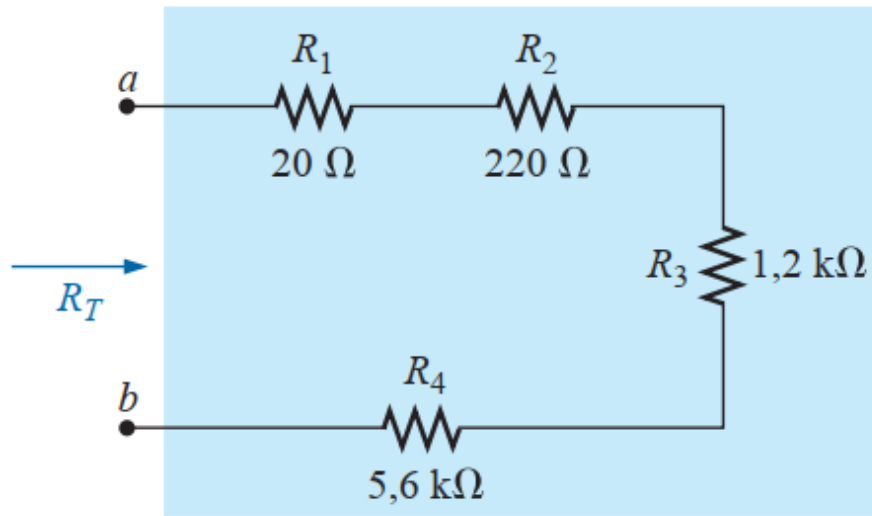
a resistência total de uma configuração em série é a soma de níveis de resistência.

$$R_T = R_1 + R_2 + \dots R_N = \sum_{n=1}^N R_n$$

Resistores em série

Exemplos:

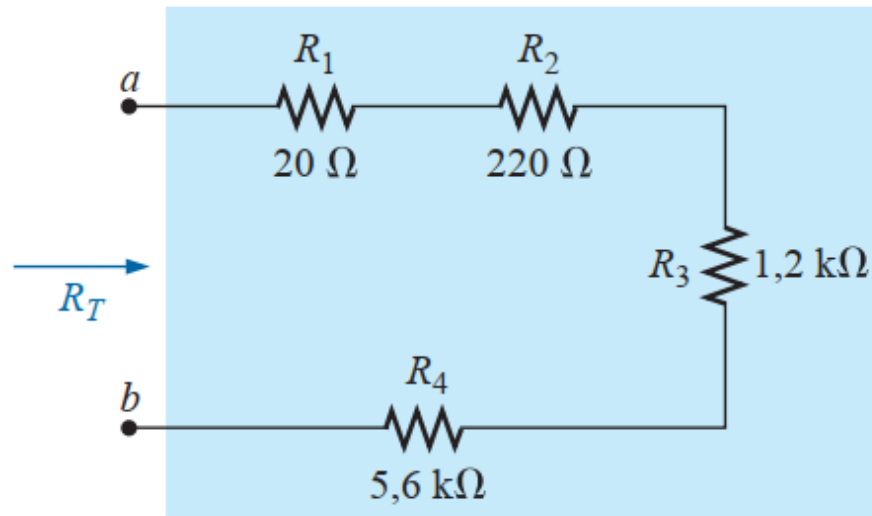
1. Determine a resistência total da conexão em série da figura abaixo. Observe que todos os resistores que aparecem nesse circuito são valores-padrão.



Resistores em série

Exemplos:

1. Determine a resistência total da conexão em série da figura abaixo. Observe que todos os resistores que aparecem nesse circuito são valores-padrão.



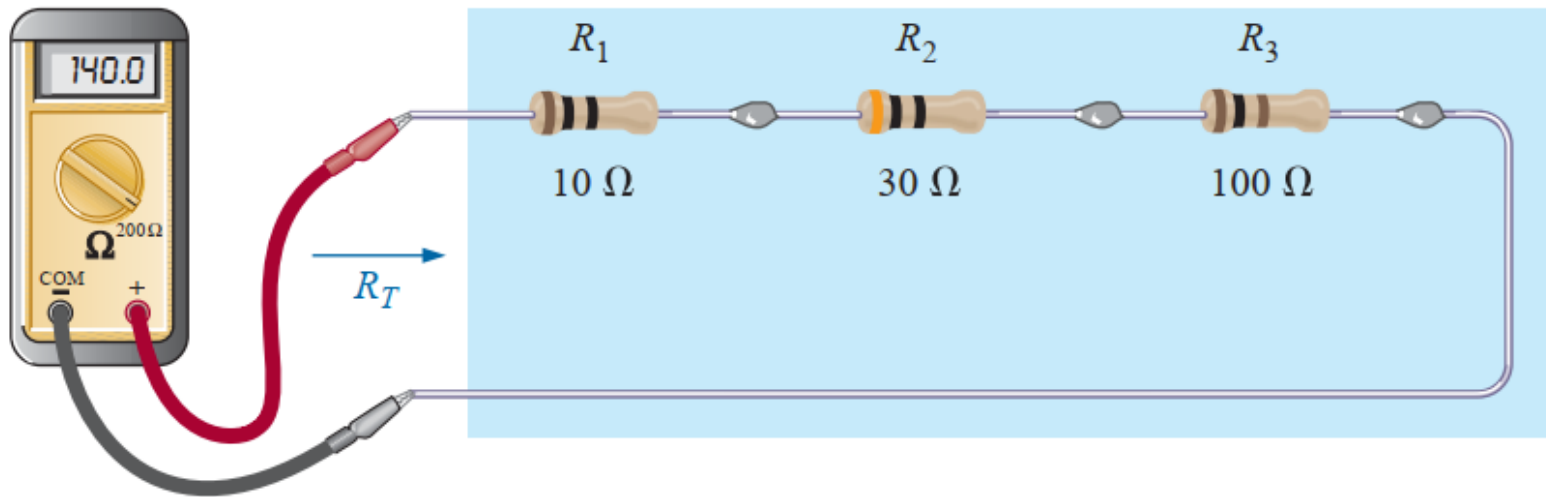
$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$R_T = 20\ \Omega + 220\ \Omega + 1,2\ \text{k}\Omega + 5,6\ \text{k}\Omega$$

$$R_T = 7.040\ \Omega = 7,04\ \text{k}\Omega$$

Resistores em série

Medição de resistores em série:

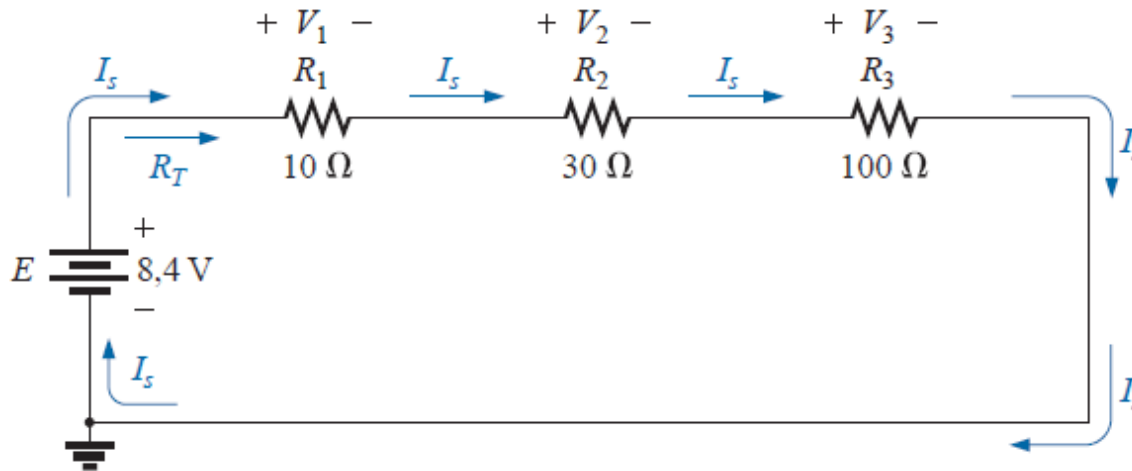


- Escolher uma escala que exceda a resistência total do circuito.



Resistores em série

Circuitos em série:

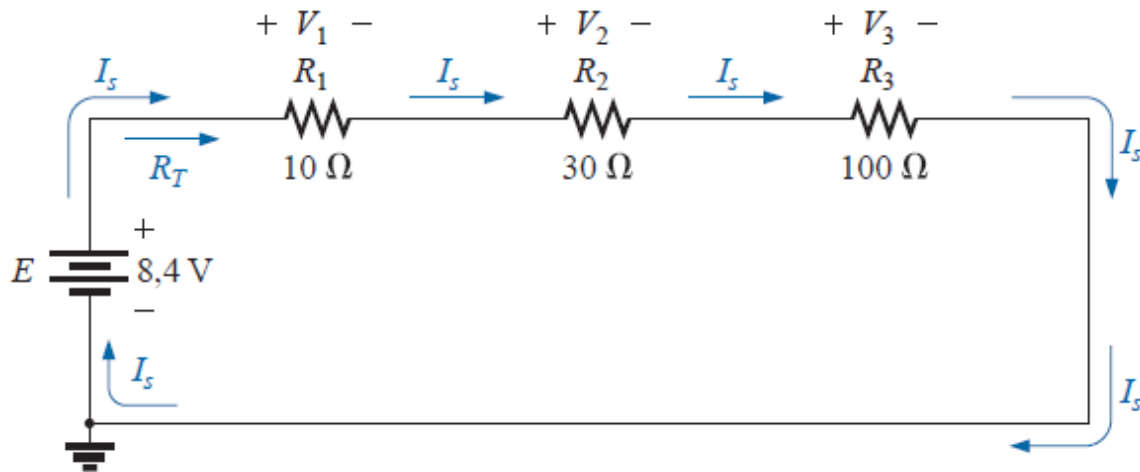


Um **circuito** é uma **combinação de elementos** que **resultarão** em um fluxo de cargas contínuo, ou **corrente**, por meio da **configuração utilizada**.

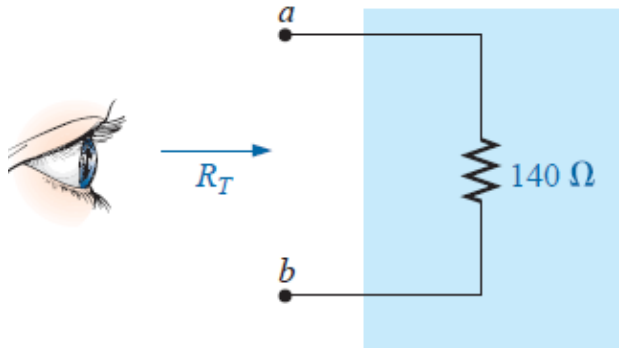
A **corrente** é a mesma em todos os pontos de um circuito em série.

Resistores em série

Circuitos em série:



$$I_s = \frac{E}{R_T}$$



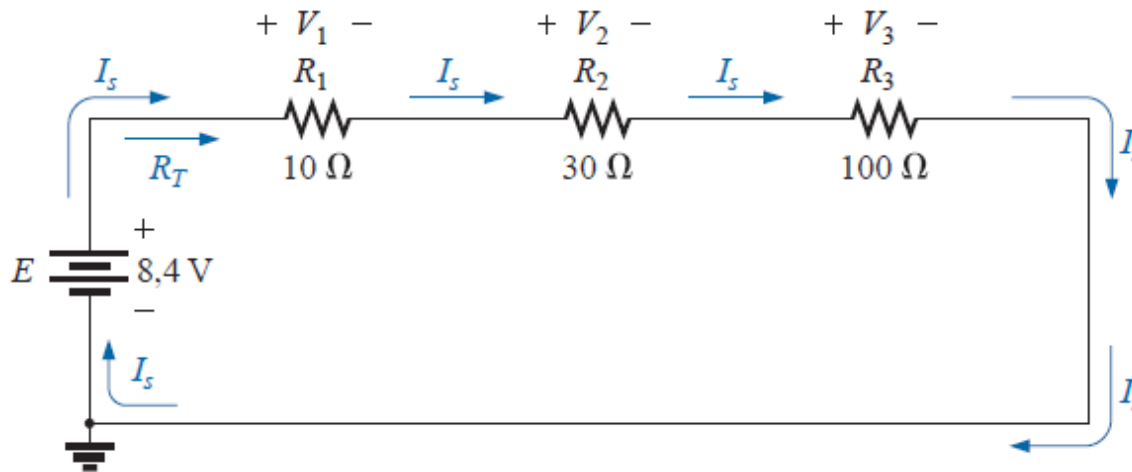
$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{8,4 \text{ V}}{140 \, \Omega} = 0,06 \text{ A} = \mathbf{60 \text{ mA}}$$

(b)



Resistores em série

Circuitos em série:



$$V_1 = I_1 R_1$$

$$V_2 = I_2 R_2$$

$$V_3 = I_3 R_3$$

$$V_1 = I_1 R_1 = I_s R_1 = (60 \text{ mA}) (10 \Omega) = 0,6 \text{ V}$$

$$V_2 = I_2 R_2 = I_s R_2 = (60 \text{ mA}) (30 \Omega) = 1,8 \text{ V}$$

$$V_3 = I_3 R_3 = I_s R_3 = (60 \text{ mA}) (100 \Omega) = 6,0 \text{ V}$$

Resistores em série

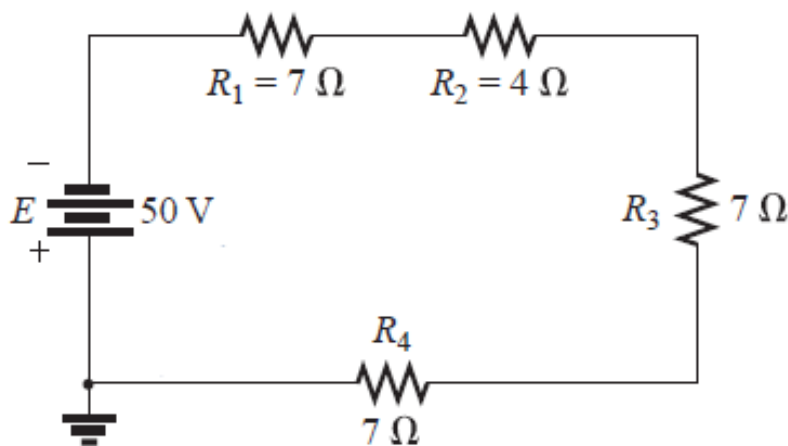
Exemplos:

2. Para o circuito em série da seguinte figura:

a) Calcule a resistência total R_T ;

b) Determine a corrente da fonte I_s e indique sua direção no circuito;

c) Calcule a tensão através do resistor R_2 e indique sua polaridade no circuito.





Resistores em série

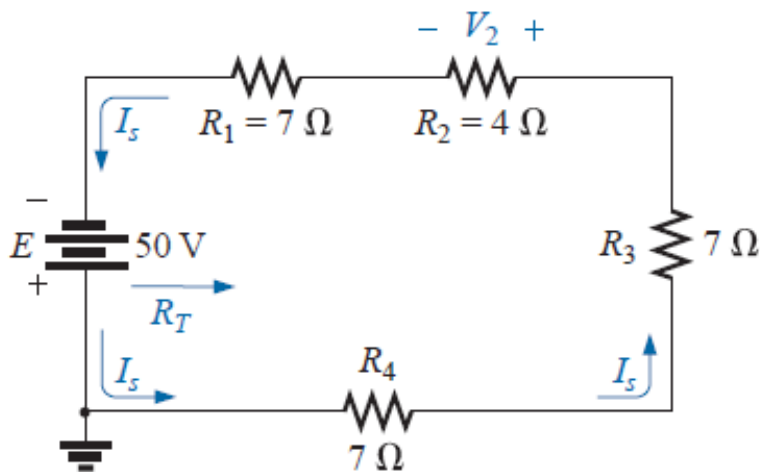
Exemplos:

2. Para o circuito em série da seguinte figura:

a) Calcule a resistência total R_T ;

b) Determine a corrente da fonte I_s e indique sua direção no circuito;

c) Calcule a tensão através do resistor R_2 e indique sua polaridade no circuito.



a) $R_T = 25 \Omega$

b) $I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{50 \text{ V}}{25 \Omega} = 2 \text{ A}$

c) $V_2 = I_2 R_2 = I_s R_2$
 $V_2 = (2 \text{ A})(4 \Omega) = 8 \text{ V}$



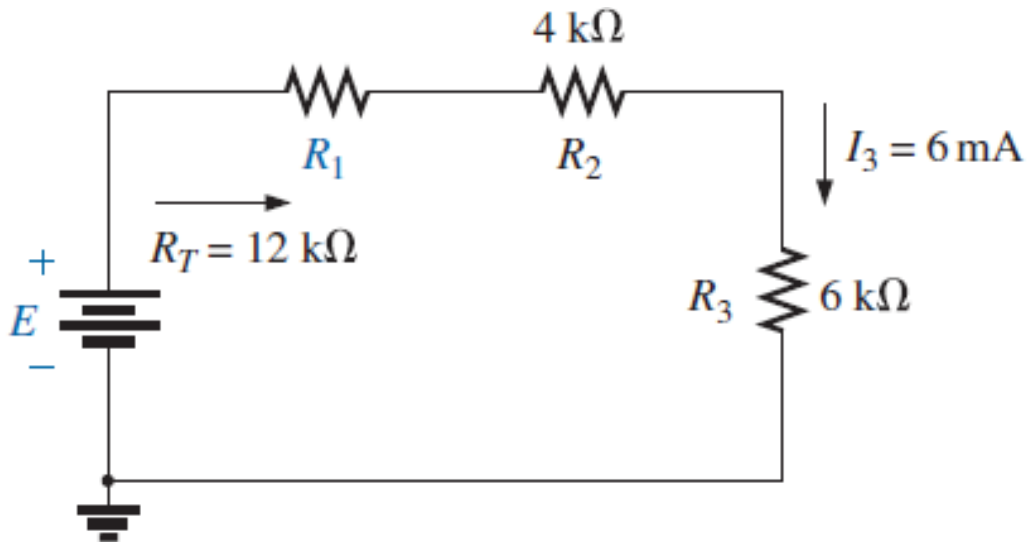
Resistores em série

Exemplos:

3. Conhecendo os valores de R_T e I_3 , calcule:

a) R_1 ;

b) E .



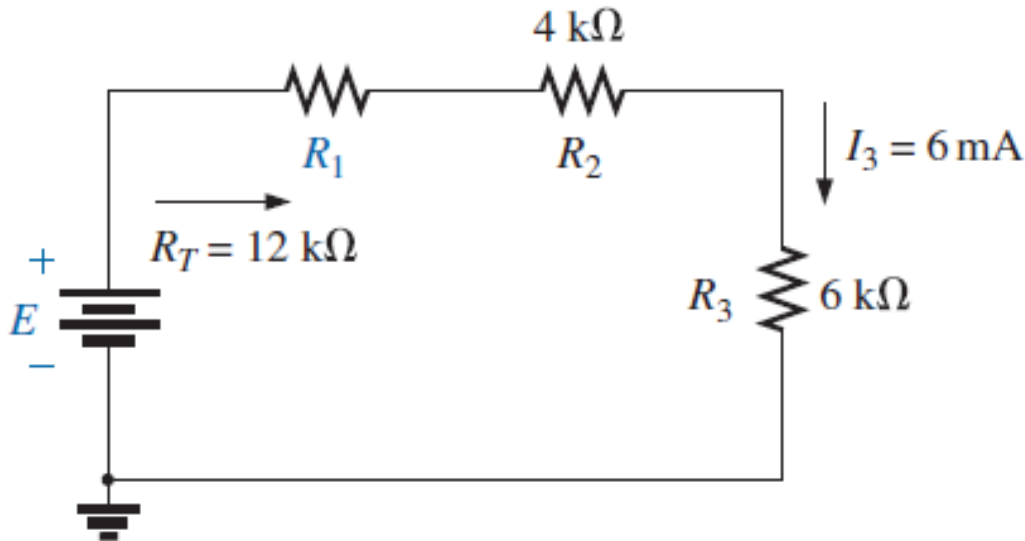


Resistores em série

Exemplos:

3. Conhecendo os valores de R_T e I_3 , calcule:

- a) R_1 ;
- b) E .

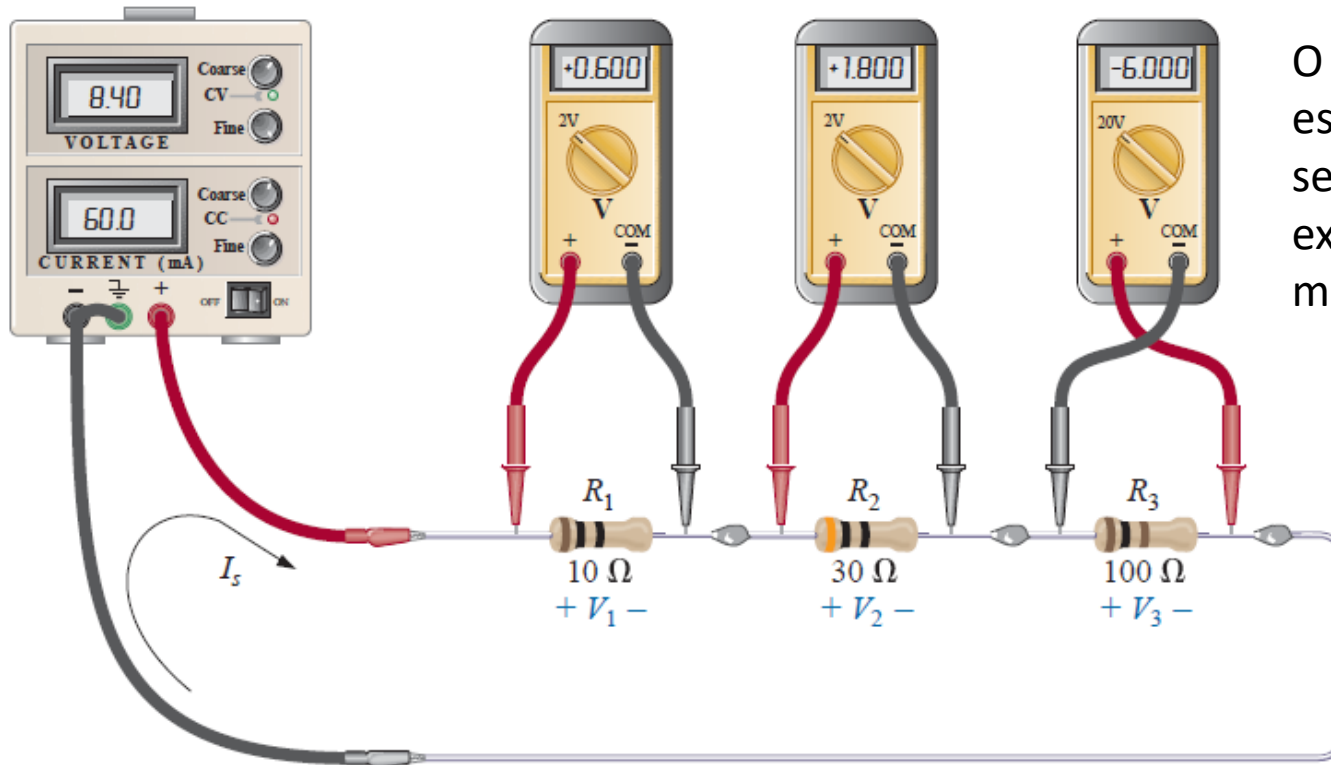


a) $R_T = R_1 + R_2 + R_3$
 $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$

b) $E = I_s R_T = I_3 R_T = (6 \text{ mA})(12 \text{ k}\Omega) = 72 \text{ V}$

Resistores em série

Medição de tensão:

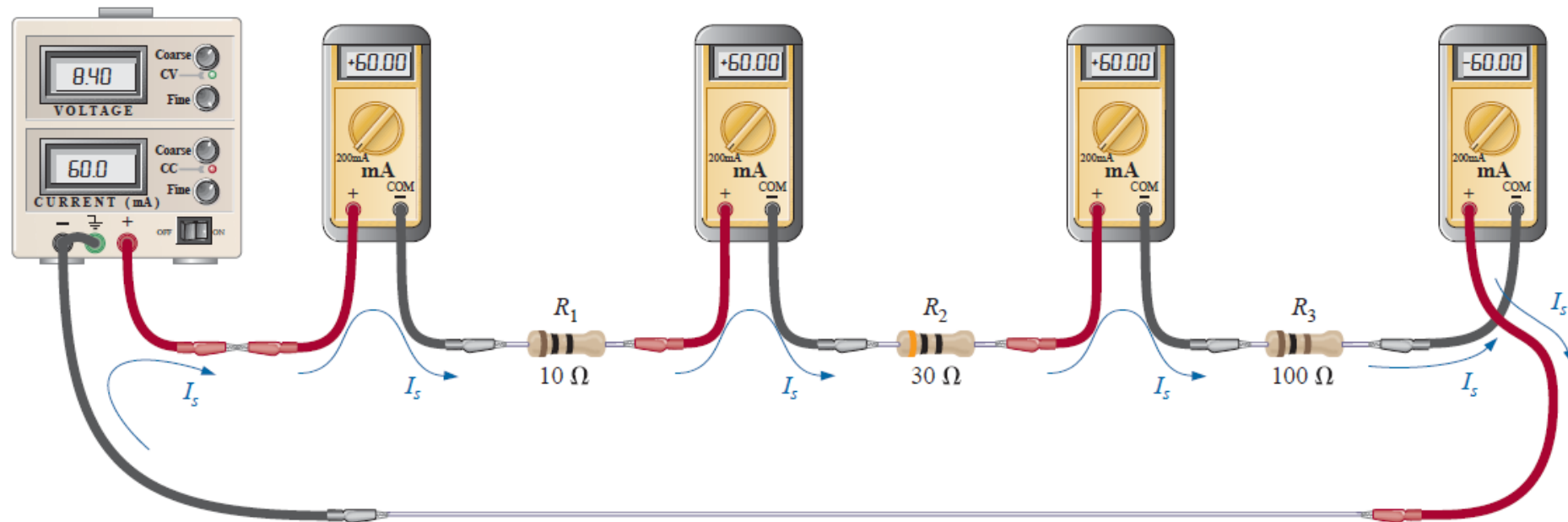


O valor máximo da escala escolhida sempre tem de exceder o valor máximo a ser medido.

As tensões de um circuito podem ser medidas sem que haja interrupções (rompimento das conexões) do circuito.

Resistores em série

Medição de corrente:

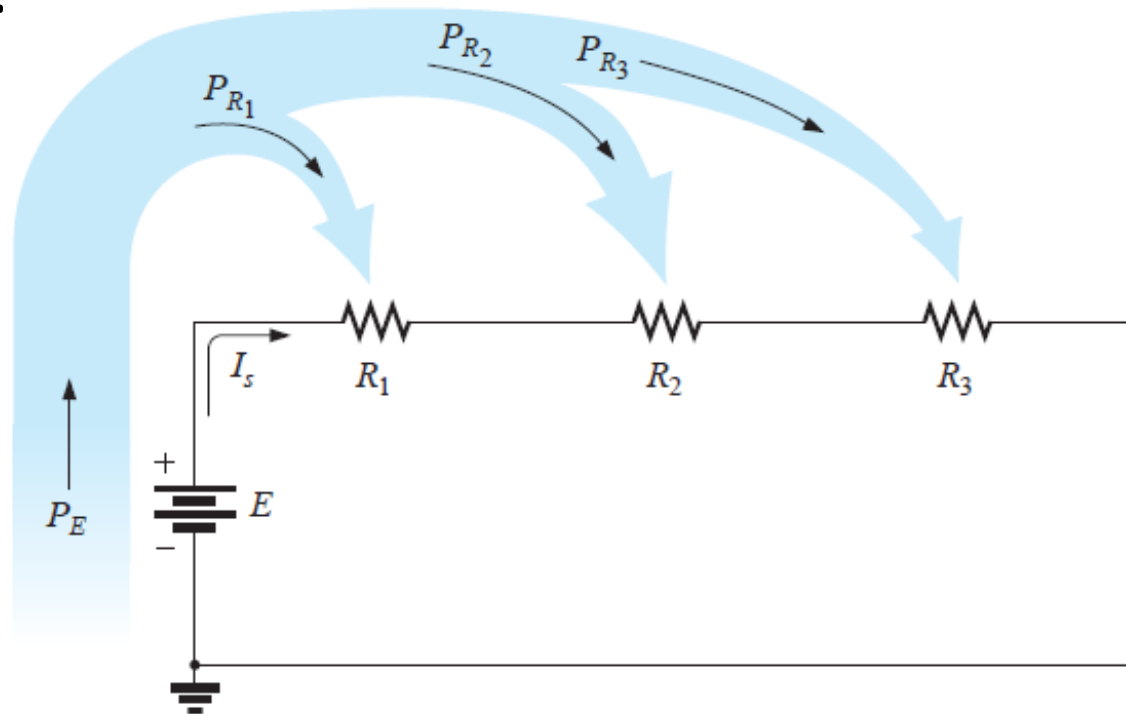


Medir a corrente de um circuito exige que o **circuito seja aberto em algum ponto e o medidor inserido em série** com o ramo no qual a corrente deve ser determinada.



Resistores em série

Potência:



$$P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3}$$

$$P_E = EI_s$$

(watts, W)

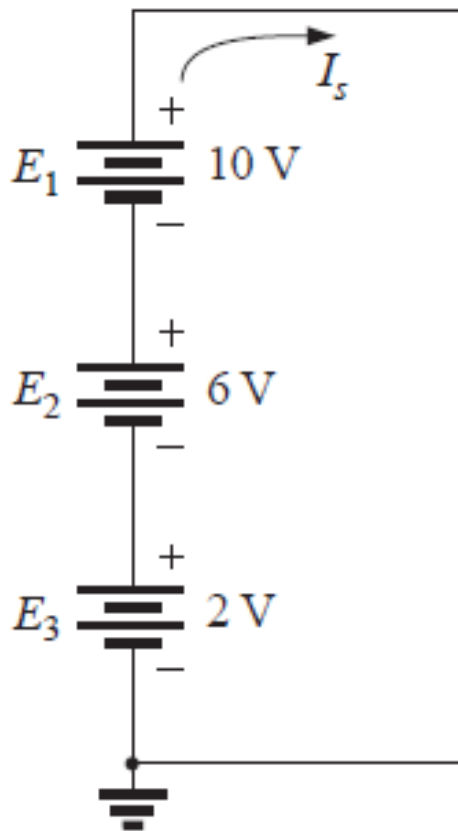


Fontes de tensão em série



Fontes de tensão em série

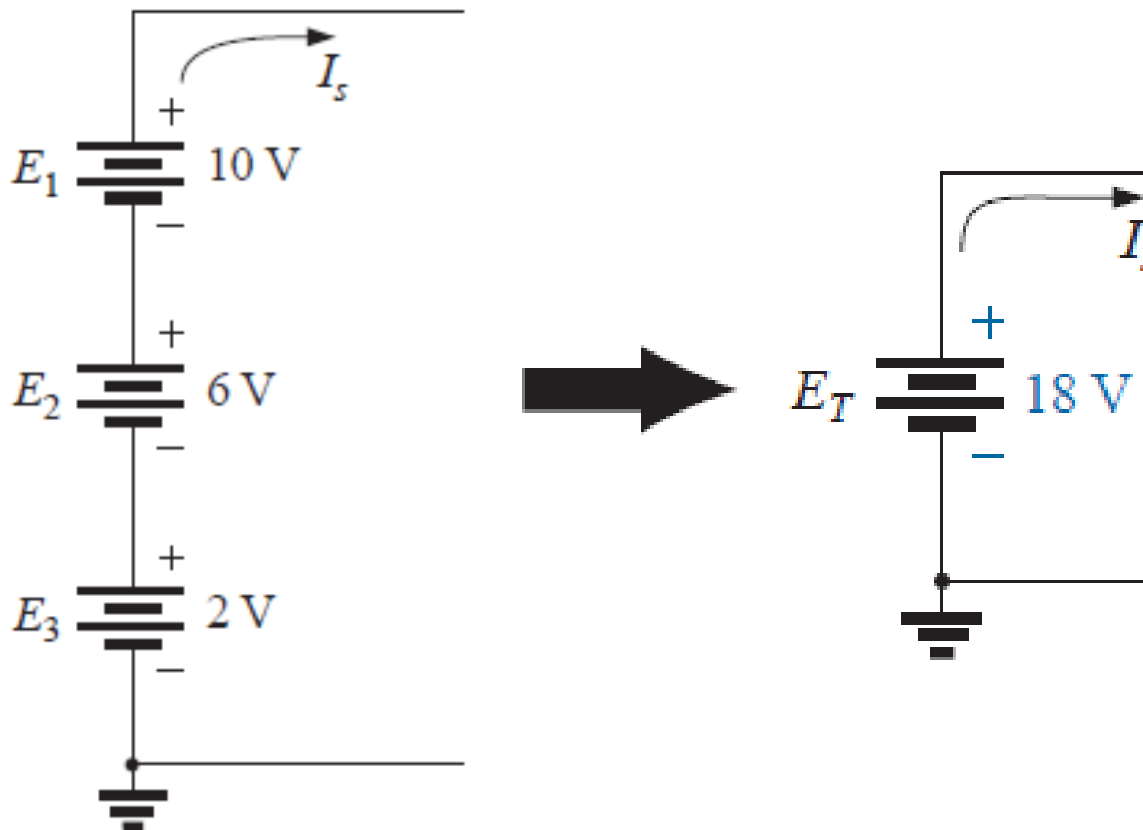
As fontes de tensão podem ser conectadas em série, para aumentar ou diminuir a tensão total aplicada a um sistema.





Fontes de tensão em série

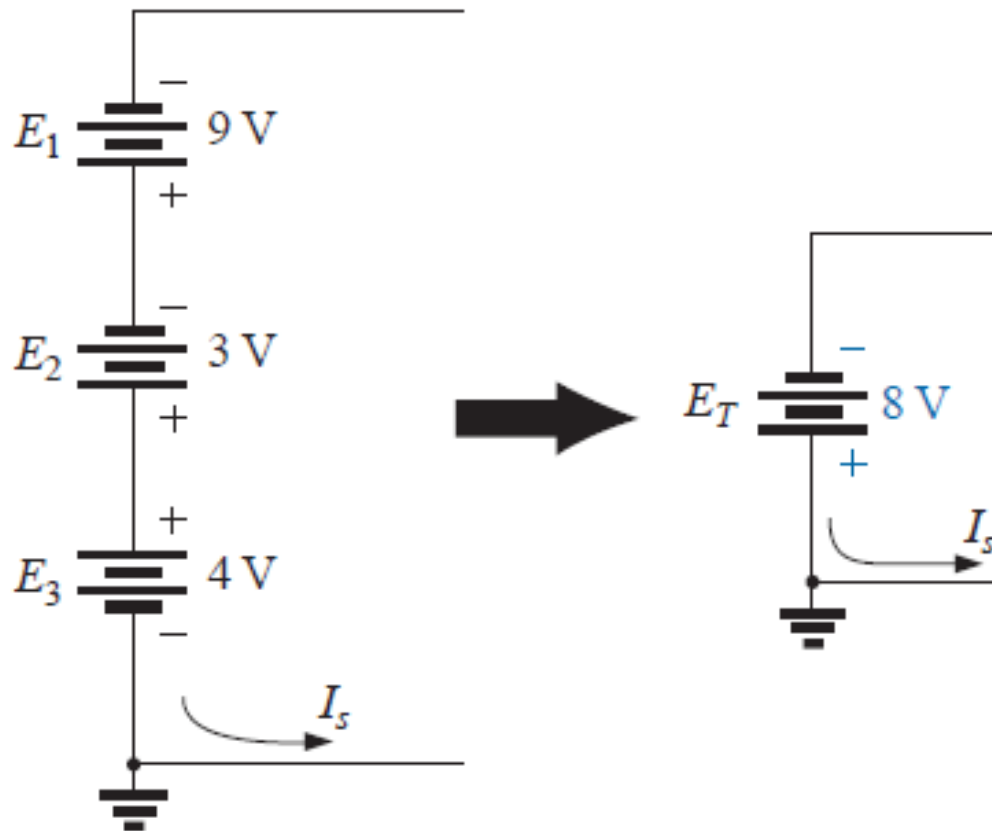
As fontes de tensão podem ser conectadas em série, para aumentar ou diminuir a tensão total aplicada a um sistema.



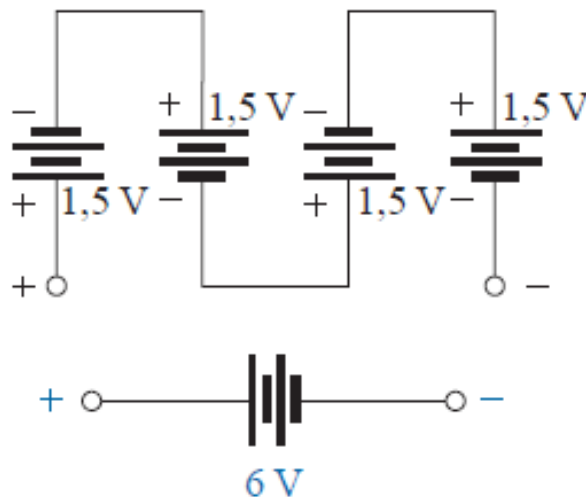
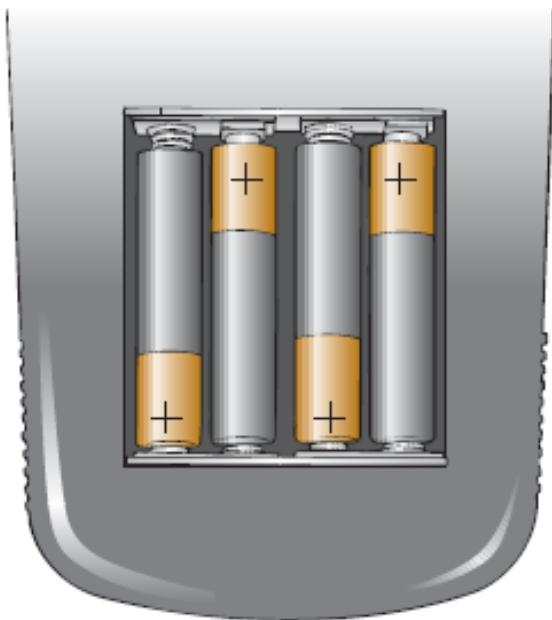


Fontes de tensão em série

As fontes de tensão podem ser conectadas em série, para aumentar ou diminuir a tensão total aplicada a um sistema.

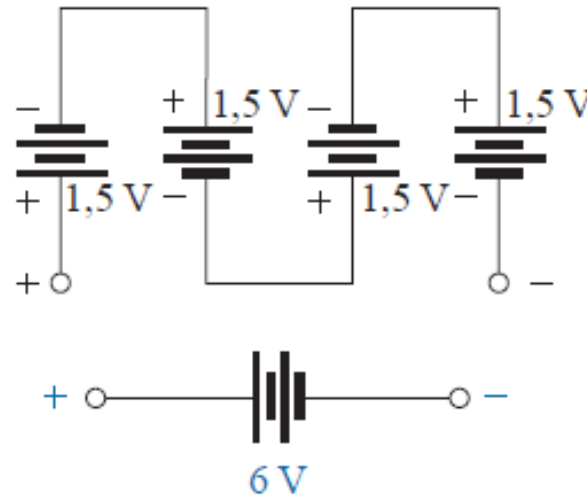
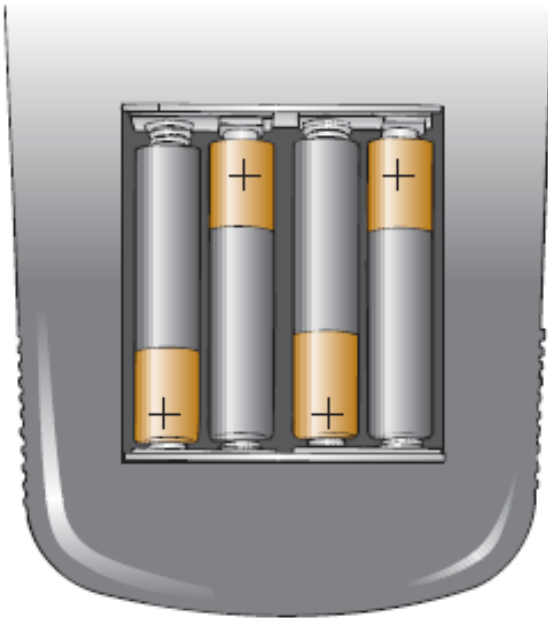


Fontes de tensão em série



$$V_T = 6V$$

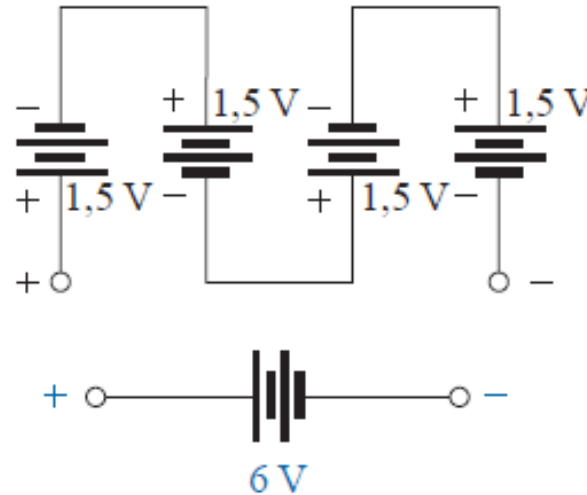
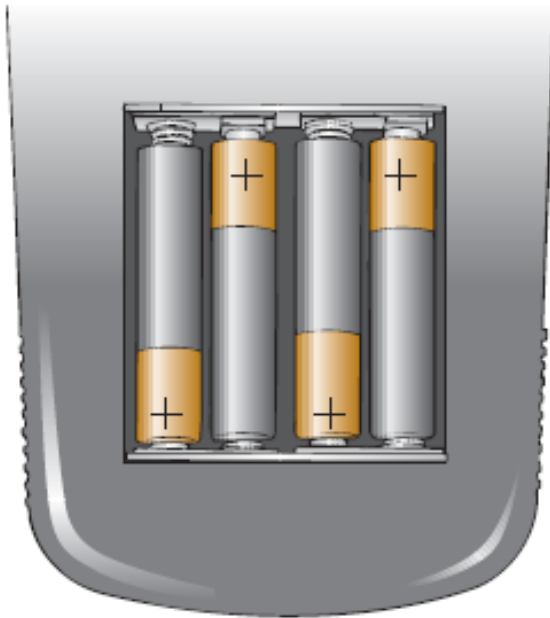
Fontes de tensão em série



$$V_T = 6V$$

Qual seria o valor da corrente máx?

Fontes de tensão em série

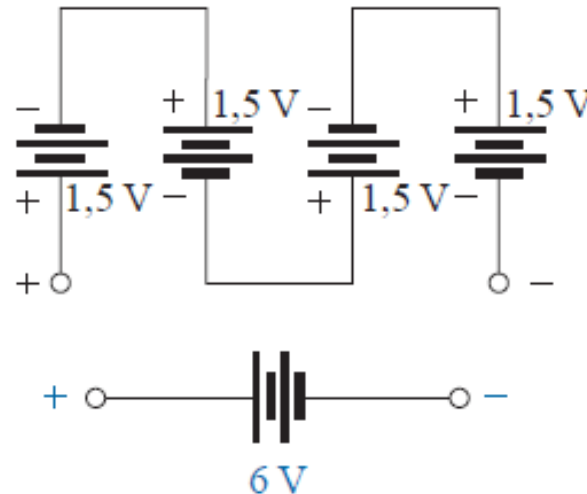
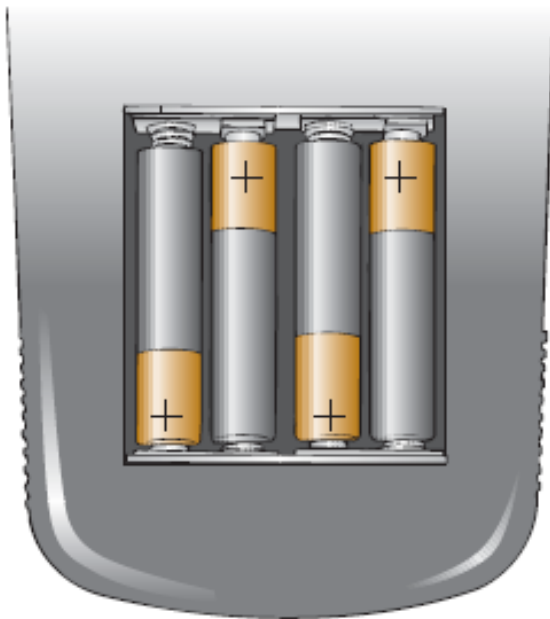


$$V_T = 6V$$

Qual seria o valor da corrente máx?

Apesar da tensão ter aumentado, a **corrente máxima** para cada bateria AAA e para a fonte de 6 V ainda é a **mesma**.

Fontes de tensão em série



$$V_T = 6V$$

Qual seria o valor da potência?

$$P_{VT} = 4P_{V1}$$



Lei de Kirchhoff para as tensões (LKT)



LKT

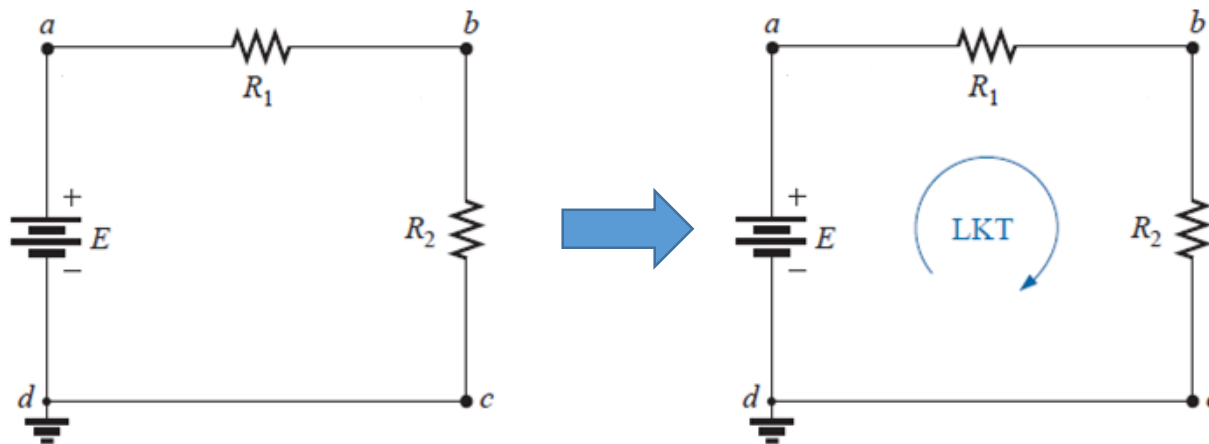
Lei de Kirchhoff das tensões:

A LKT (ou lei das malhas) foi desenvolvida por Gustav Kirchhoff em meados do século XIX.

Reflete a princípio da conservação da energia.

Aplicação do método:

1. Definir uma malha fechada:



Gustav Robert Kirchhoff.
Alemanha (1824-1887)

LKT

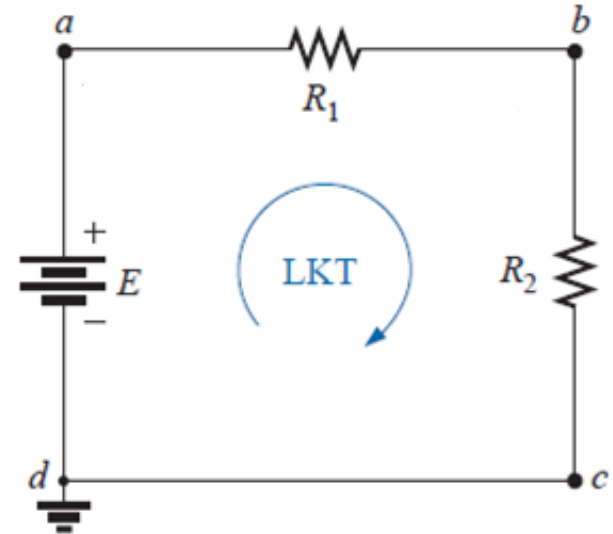
Lei de Kirchhoff das tensões:

Aplicação do método:

2. A soma algébrica das elevações e quedas de potencial em torno de um caminho fechado (ou laço) é zero.

$$\sum_{m=1}^M v_m = 0$$

Onde M é o número de tensões no laço (ou o número de ramos no laço) e v_m é a m -ésima tensão.

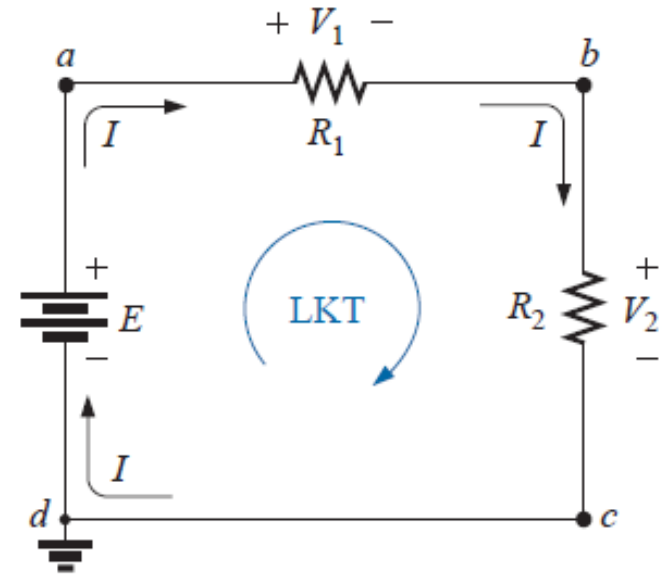


LKT

Lei de Kirchhoff das tensões:

Aplicação do método:

3. Definir o sentido da corrente.
Vamos padronizar o sentido
horário da corrente.



4. Designar um **sinal positivo** ao proceder do **potencial negativo para o positivo**. A **mudança oposta** em nível de potencial resulta em um **sinal negativo**.



LKT

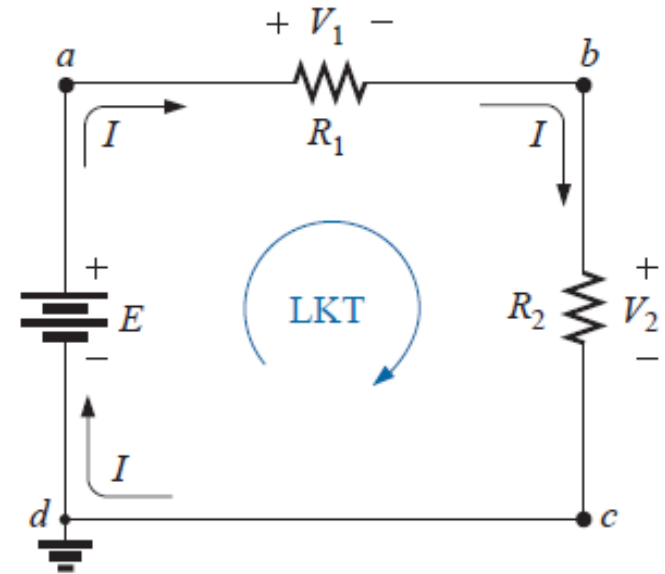
Lei de Kirchhoff das tensões:

Aplicação do método:

$$\sum_{m=1}^M v_m = 0$$

$$+E - V_1 - V_2 = 0$$

$$E = V_1 + V_2$$

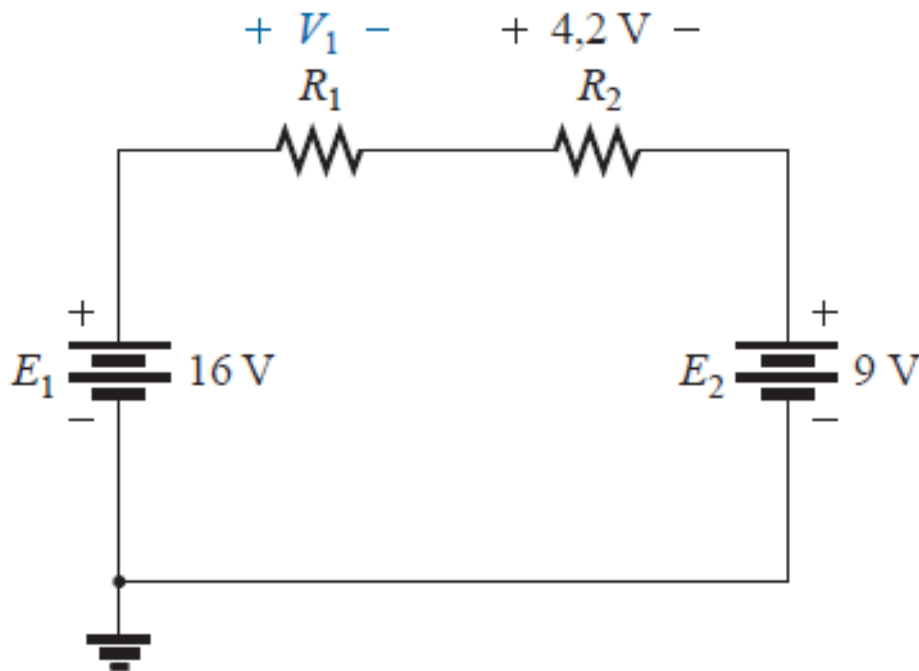




LKT

Exemplos:

4. Use a lei de Kirchhoff para determinar a tensão desconhecida (V_1) para o circuito da seguinte figura:

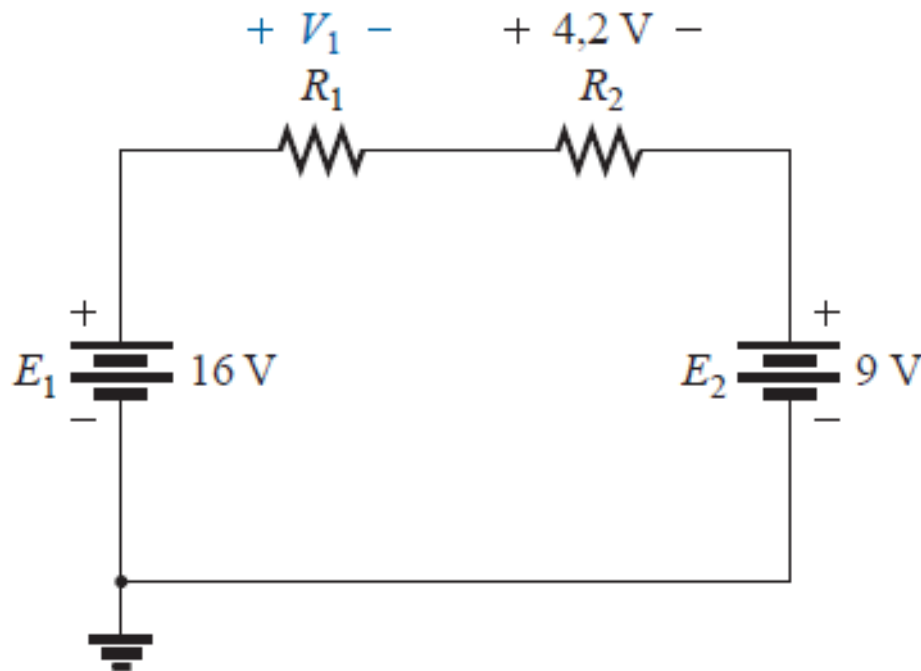




LKT

Exemplos:

4. Use a lei de Kirchhoff para determinar a tensão desconhecida (V_1) para o circuito da seguinte figura:



$$+E_1 - V_1 - V_2 - E_2 = 0$$

$$V_1 = E_1 - V_2 - E_2$$
$$= 16 \text{ V} - 4,2 \text{ V} - 9 \text{ V}$$

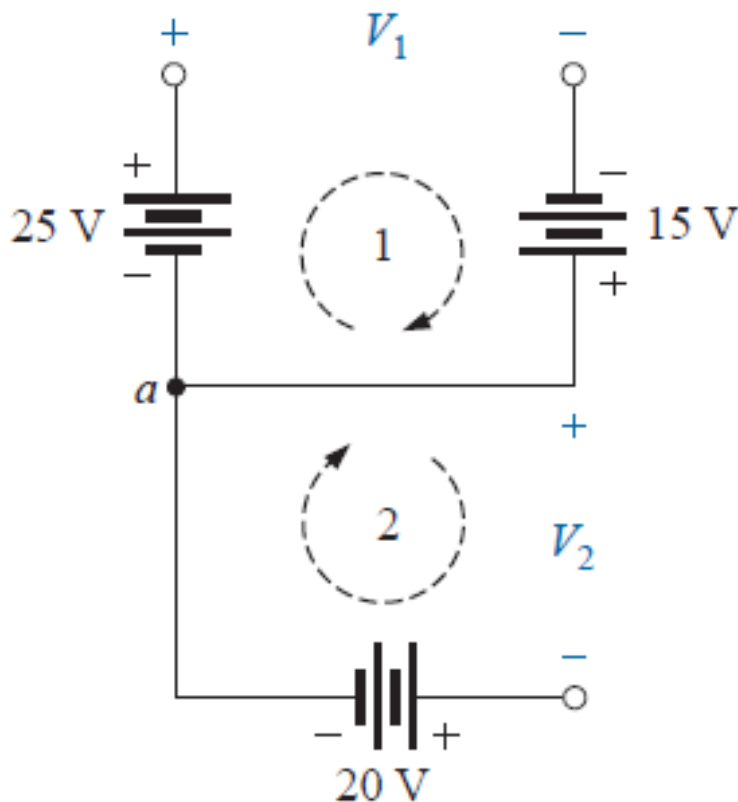
$$V_1 = 2,8 \text{ V}$$



LKT

Exemplos:

5. Use a LKT para calcular as tensões V_1 e V_2 do circuito abaixo:



Malha 1:

$$+25 \text{ V} - V_1 + 15 \text{ V} = 0$$

$$V_1 = 40 \text{ V}$$

Malha 2:

$$-V_2 - 20 \text{ V} = 0$$

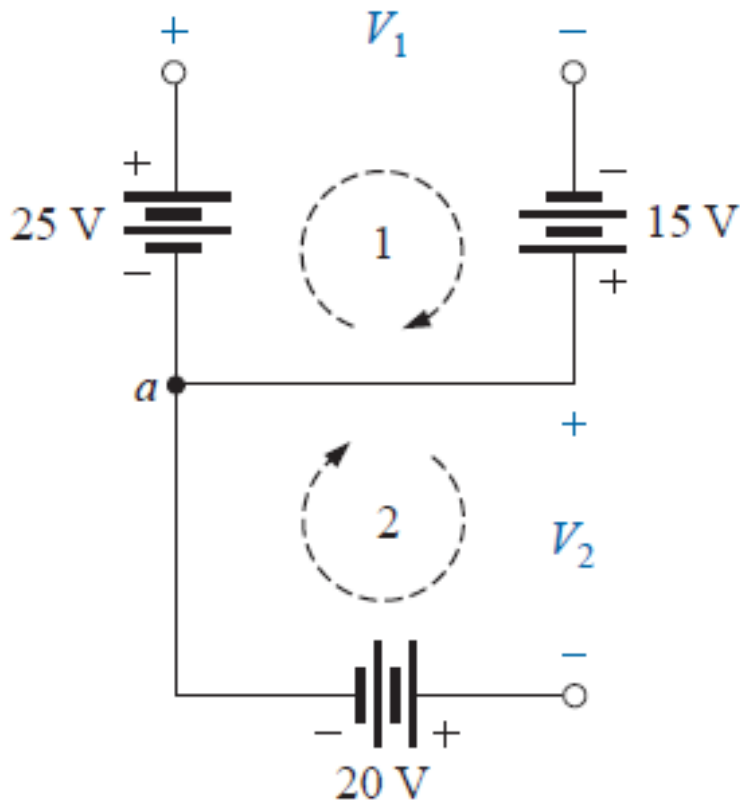
$$V_2 = -20 \text{ V}$$



LKT

Exemplos:

5. Use a LKT para calcular as tensões V_1 e V_2 do circuito abaixo:

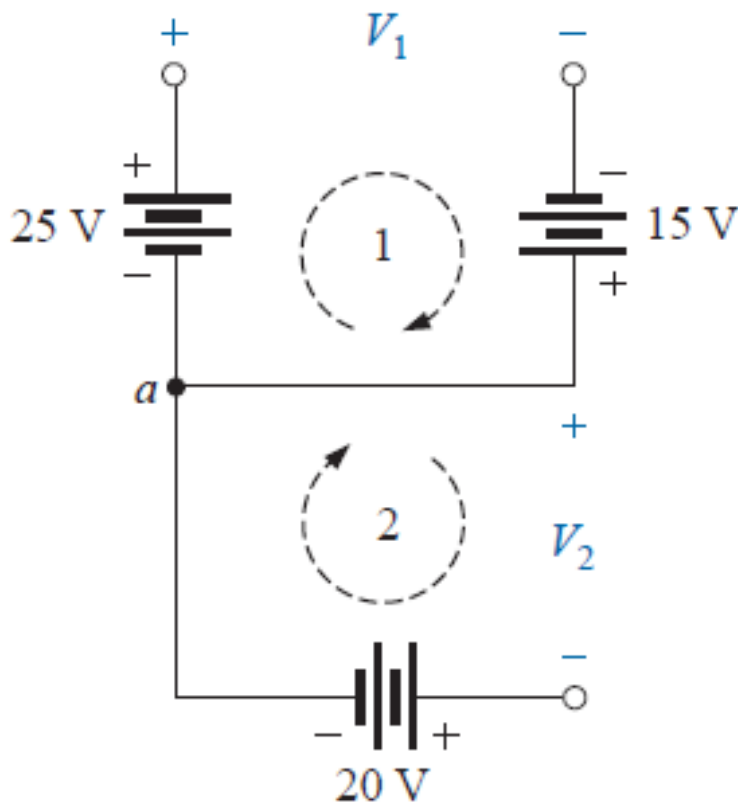




LKT

Exemplos:

5. Use a LKT para calcular as tensões V_1 e V_2 do circuito abaixo:



Malha 1:

$$+25 \text{ V} - V_1 + 15 \text{ V} = 0$$

$$V_1 = 40 \text{ V}$$

Malha 2:

$$-V_2 - 20 \text{ V} = 0$$

$$V_2 = -20 \text{ V}$$



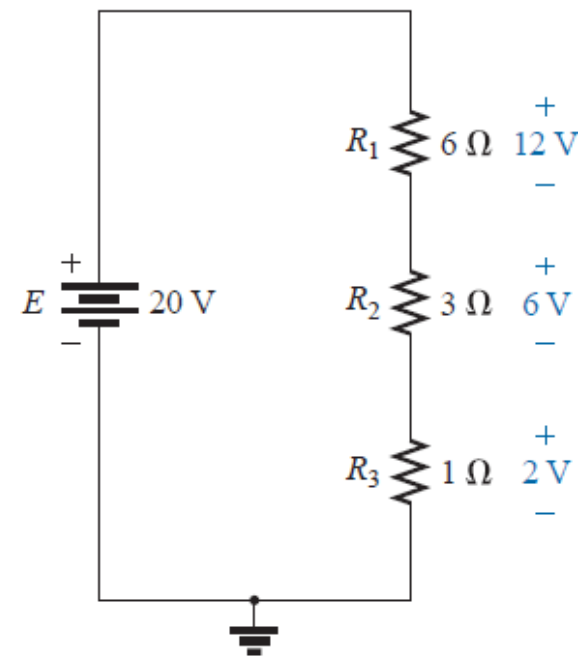
Divisão de tensão em um circuito série



Divisão de tensão

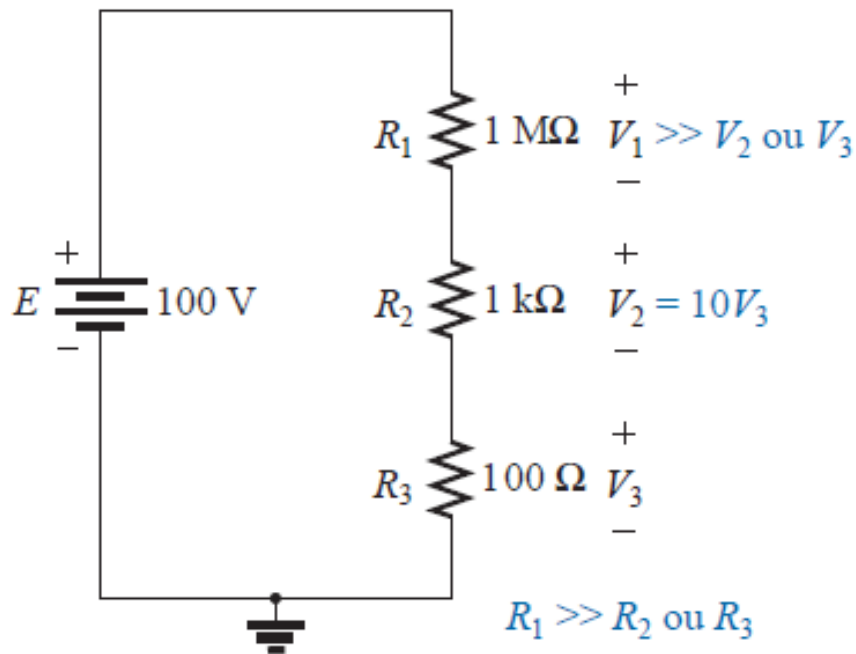
A **tensão** através de **elementos resistivos em série** vai **se dividir proporcionalmente** ao valor de cada resistência em relação ao valor total da série.

Além disso, a **razão das tensões** através de resistores em série será a mesma que a **razão de seus níveis de resistência**.





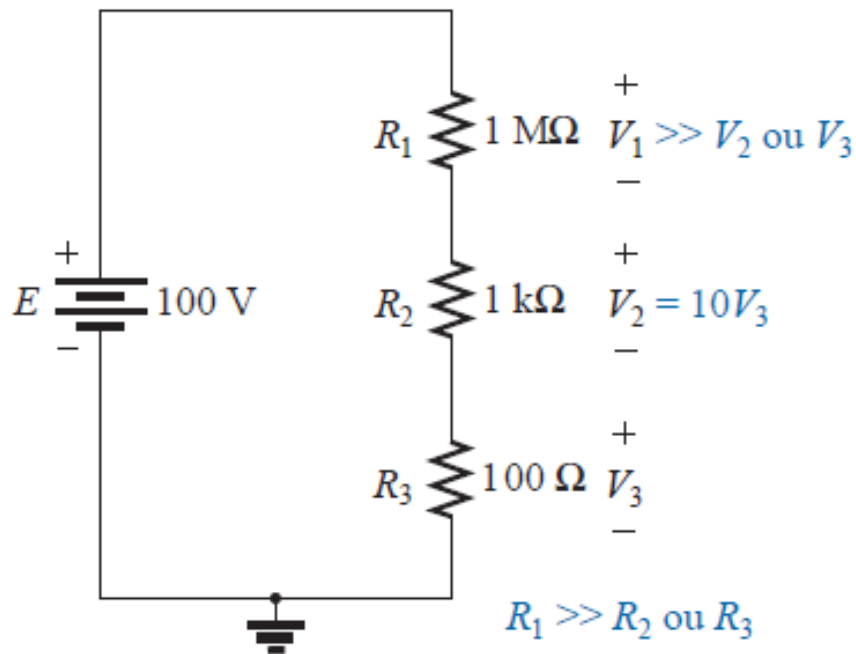
Divisão de tensão



A distribuição da tensão aplicada é determinada somente pela razão de níveis de resistência.



Divisão de tensão



$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{100\text{ V}}{1.001.100\text{ }\Omega} \cong 99,89\text{ }\mu\text{A}$$

$$V_1 = I_1 R_1 = I_s R_1 = (99,89\text{ }\mu\text{A})(1\text{ M}\Omega) = 99,89\text{ V (quase } 100\text{ V)}$$

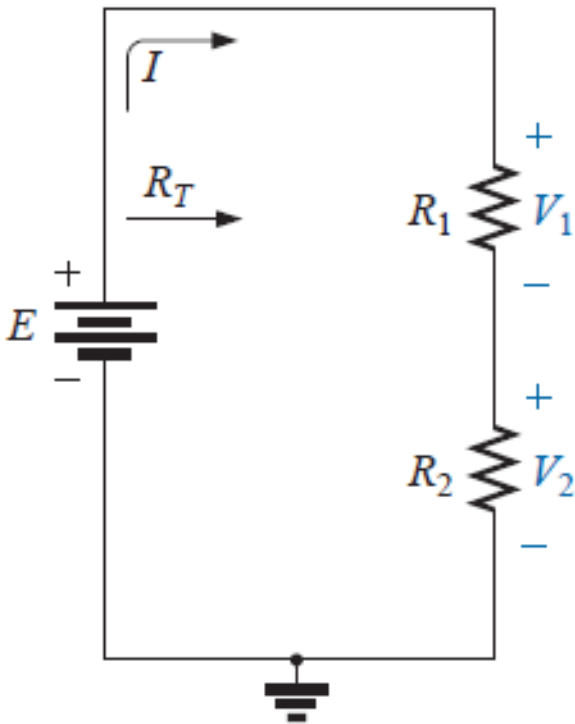
$$V_2 = I_2 R_2 = I_s R_2 = (99,89\text{ }\mu\text{A})(1\text{ k}\Omega) = 99,89\text{ mV (em torno de } 100\text{ mV)}$$

$$V_3 = I_3 R_3 = I_s R_3 = (99,89\text{ }\mu\text{A})(100\text{ }\Omega) = 9,989\text{ mV (em torno de } 10\text{ mV)}$$



Circuito divisor de tensão

Circuito divisor de tensão



$$V_x = R_x \frac{E}{R_T}$$

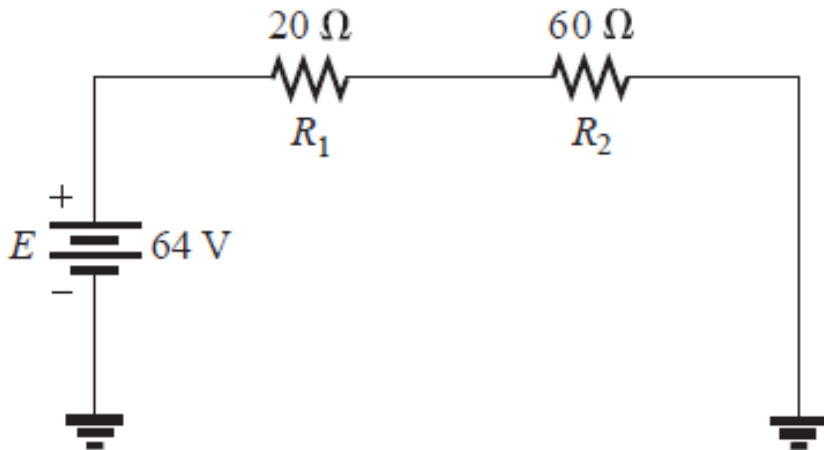
A tensão através de um resistor em um circuito em série é igual ao valor daquele resistor vezes a tensão aplicada total dividida pela resistência total da configuração em série

Circuito divisor de tensão

Exemplos:

6. Para o seguinte circuito em série:

- a) Quanto maior você acha que é a tensão através de R_2 comparada com aquela através de R_1 ?
- b) Calcule V_1 usando o divisor de tensão;

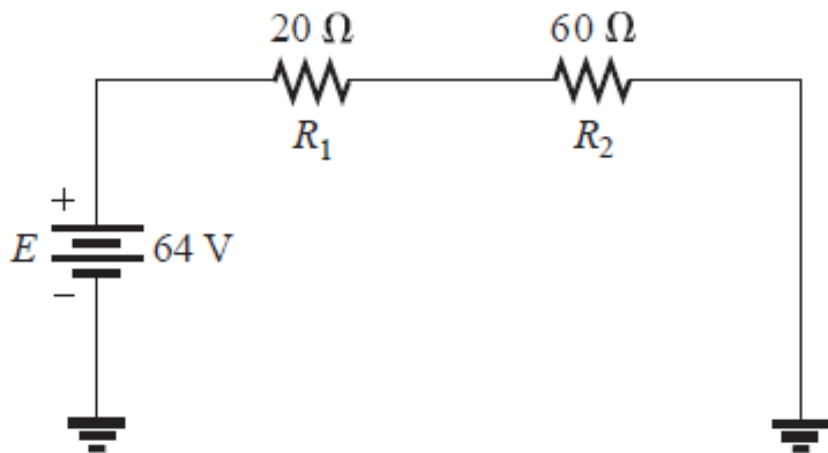


Circuito divisor de tensão

Exemplos:

6. Para o seguinte circuito em série:

- a) Quanto maior você acha que é a tensão através de R_2 comparada com aquela através de R_1 ?
- b) Calcule V_1 usando o divisor de tensão;



a) Como $R_2 = 3R_1$,
espera-se que $V_2 = 3 V_1$.

$$\begin{aligned} \text{b) } V_1 &= R_1 \frac{E}{R_T} = 20\ \Omega \left(\frac{64\text{ V}}{20\ \Omega + 60\ \Omega} \right) \\ &= 20\ \Omega \left(\frac{64\text{ V}}{80\ \Omega} \right) \\ &= \mathbf{16\text{ V}} \end{aligned}$$



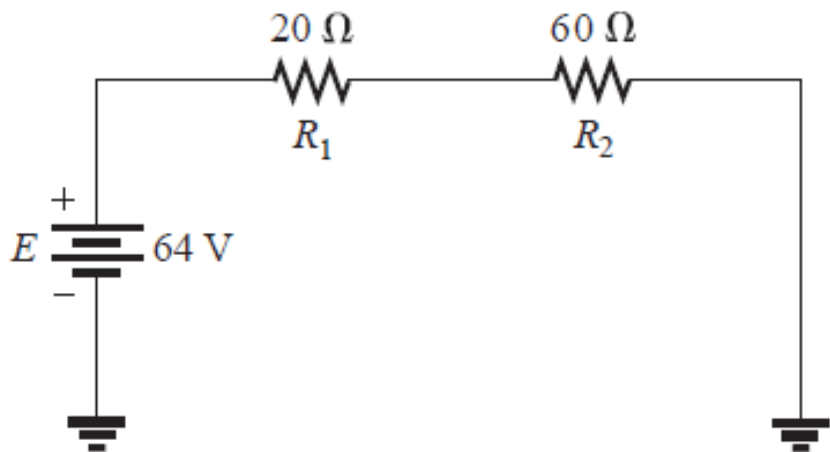
Circuito divisor de tensão

Exemplos:

6. Para o seguinte circuito em série:

c) Usando a conclusão da parte (a), determine a tensão através de R_2 ;

d) Utilize a regra do divisor de tensão para determinar a tensão através de R_2 e compare sua resposta com sua conclusão na parte (c);



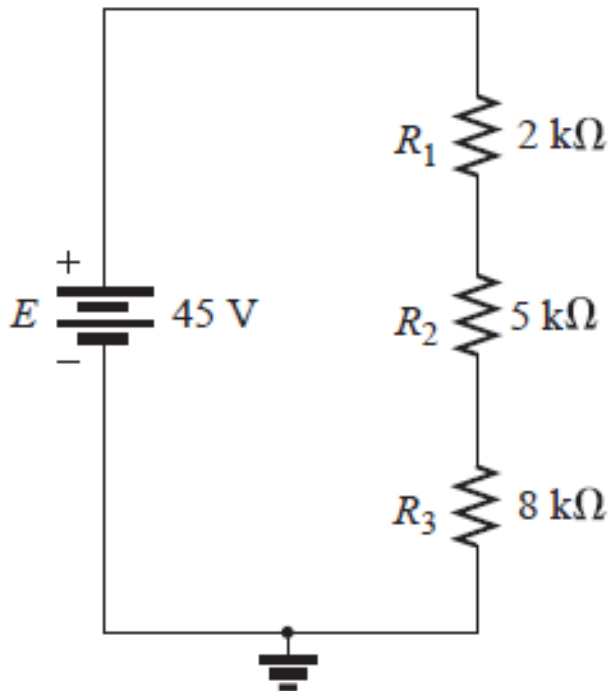
$$\text{c) } V_2 = 3V_1 = 3(16\text{ V}) = 48\text{ V}$$

$$\text{d) } V_2 = R_2 \frac{E}{R_T} = (60\ \Omega) \left(\frac{64\text{ V}}{80\ \Omega} \right) = 48\text{ V}$$

Circuito divisor de tensão

Exemplos:

7. Usando a regra do divisor de tensão, determine as tensões V_1 e V_3 para o circuito em série da figura:



$$V_1 = R_1 \frac{E}{R_T} = 2 \text{ k}\Omega \left(\frac{45 \text{ V}}{15 \text{ k}\Omega} \right) = 6 \text{ V}$$

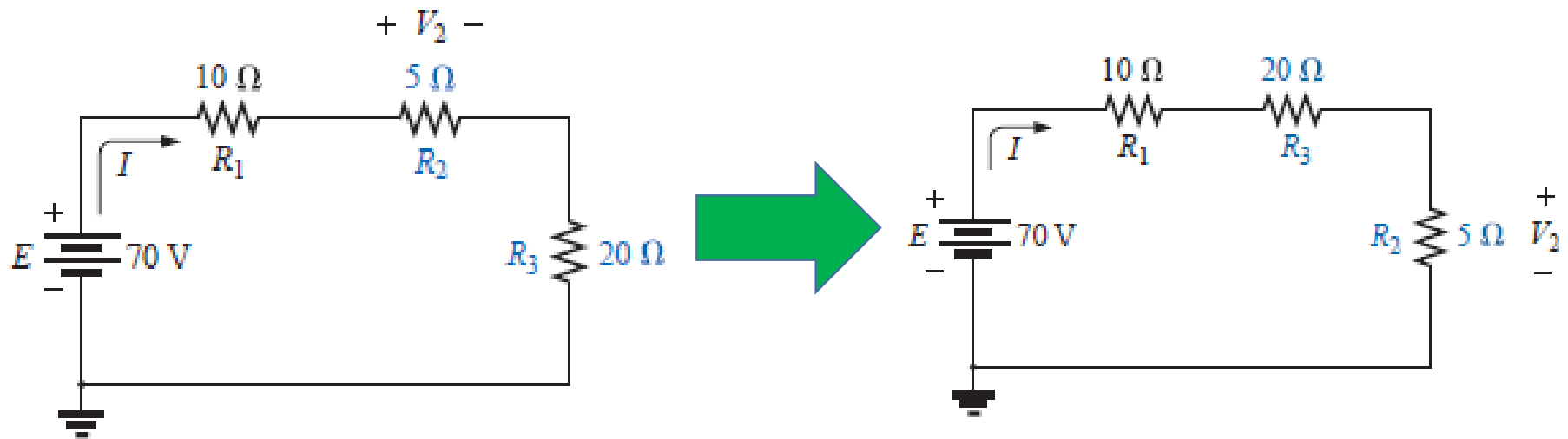
$$V_3 = R_3 \frac{E}{R_T} = 8 \text{ k}\Omega \left(\frac{45 \text{ V}}{15 \text{ k}\Omega} \right) = 24 \text{ V}$$



Intercâmbio de elementos em série

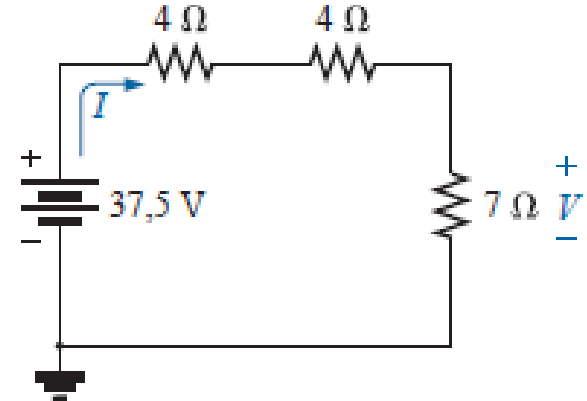
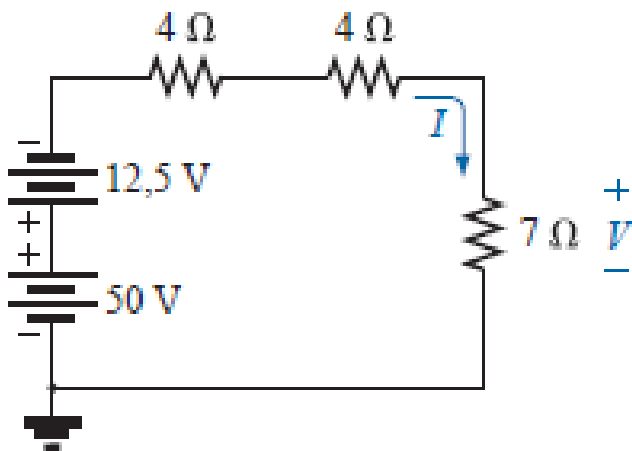
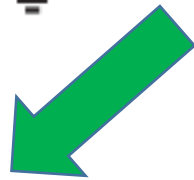
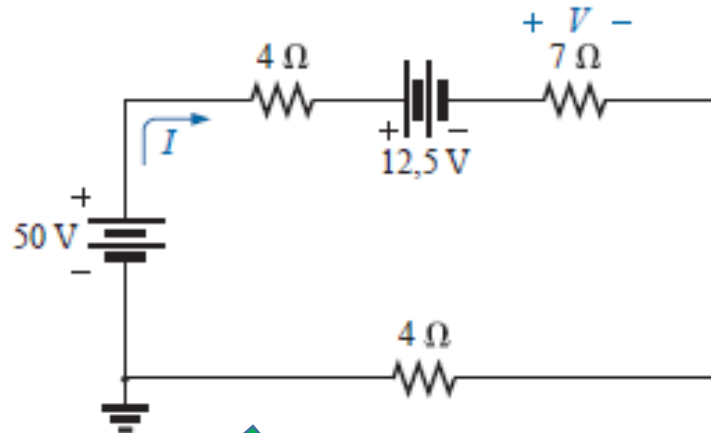
Intercâmbio de elementos em série

Os elementos de circuitos em série podem ser intercambiados sem que a **resistência total**, **a corrente que atravessa o circuito** e **a potência consumida** pelos diferentes elementos sejam afetadas.





Intercâmbio de elementos em série

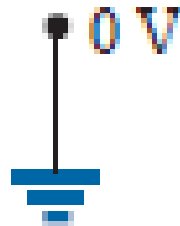


Notação

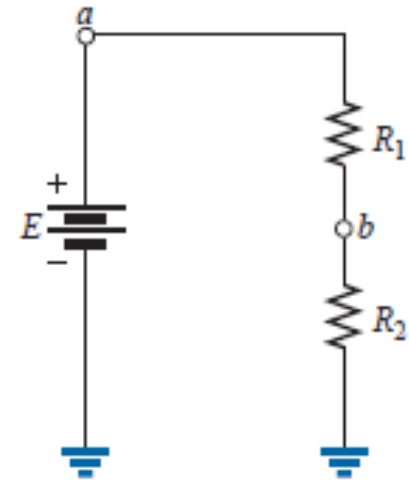
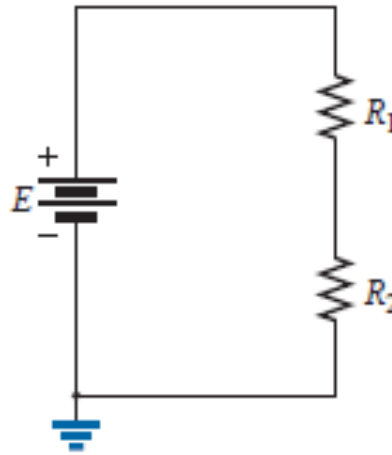
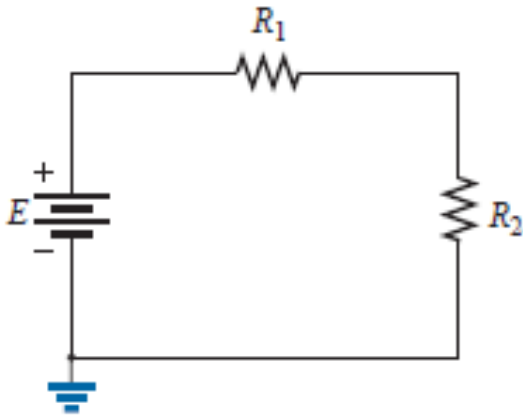


Notação

Fontes de tensão e terra:



Potencial do ponto
de terra

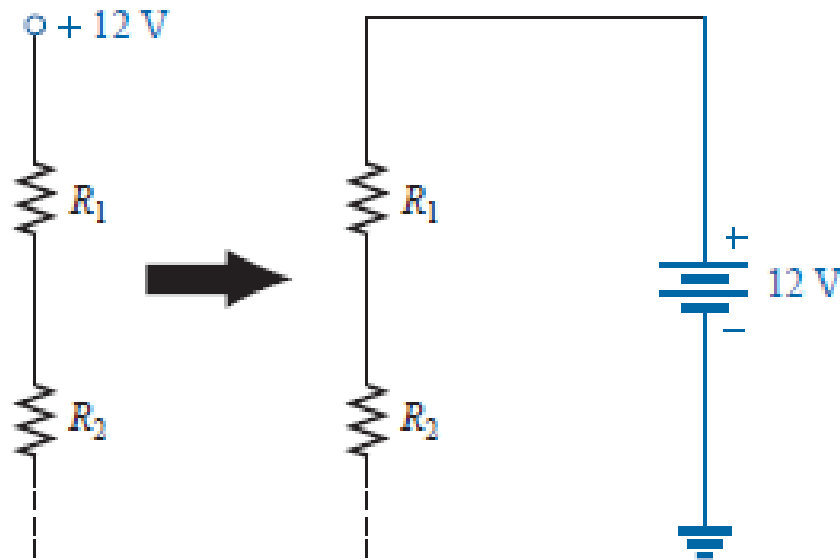


Três formas de mostrar o mesmo circuito CC em série



Notação

Fontes de tensão e terra:

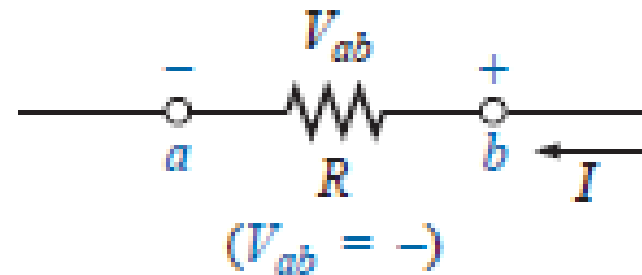
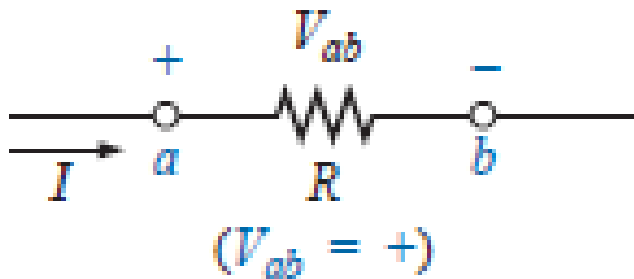


Notação simplificada e notação pelo símbolo-padrão de uma fonte de tensão CC



Notação

Notação de duplo índice inferior:



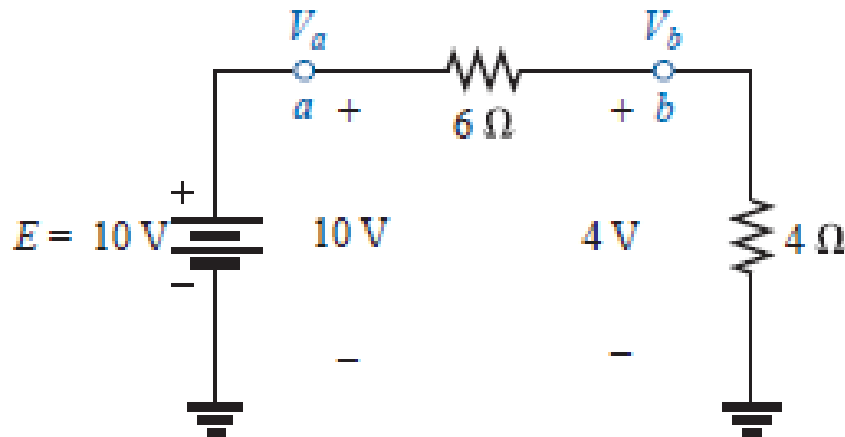
Definição do sinal para a notação de duplo índice inferior.

A notação de duplo índice inferior V_{ab} especifica o ponto a como o de maior potencial. Se esse não for o caso, um sinal negativo deve ser associado ao valor de V_{ab} .



Notação

Notação de índice inferior único:



Definição do uso da notação de índice único para valores de tensão.

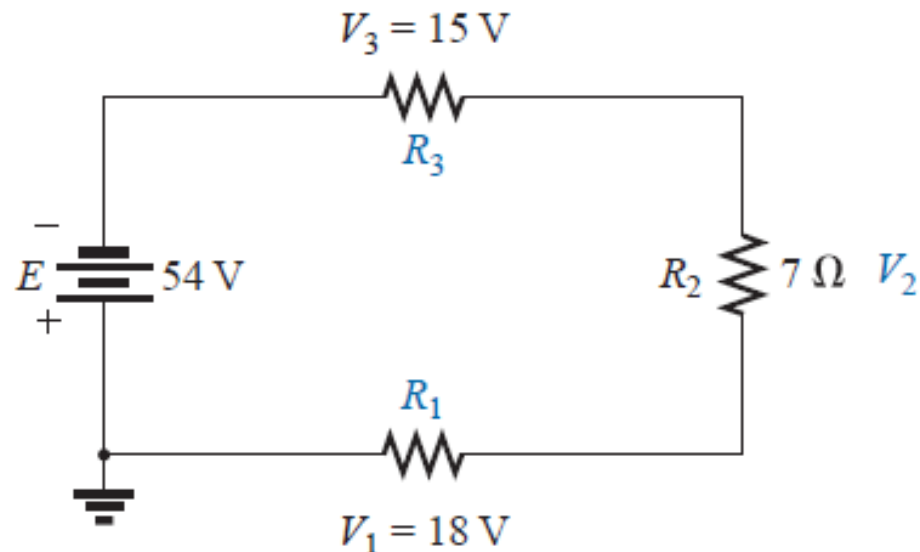
A notação de índice inferior único V_a especifica a tensão no ponto a em relação ao ponto de terra (zero volt). Se a tensão é menor do que zero, um sinal negativo deve ser associado ao valor de V_a .



Exercícios

1. Para o circuito da seguinte figura:

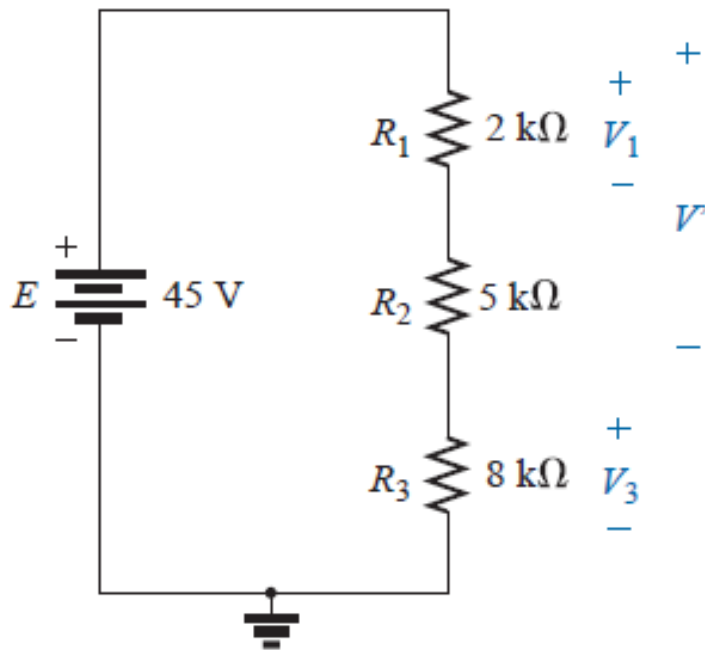
- a) Determine V_2 usando a LKT;
- b) Calcule a corrente I_2 ;
- c) Encontre os valores de R_1 e R_3 .





Exercícios

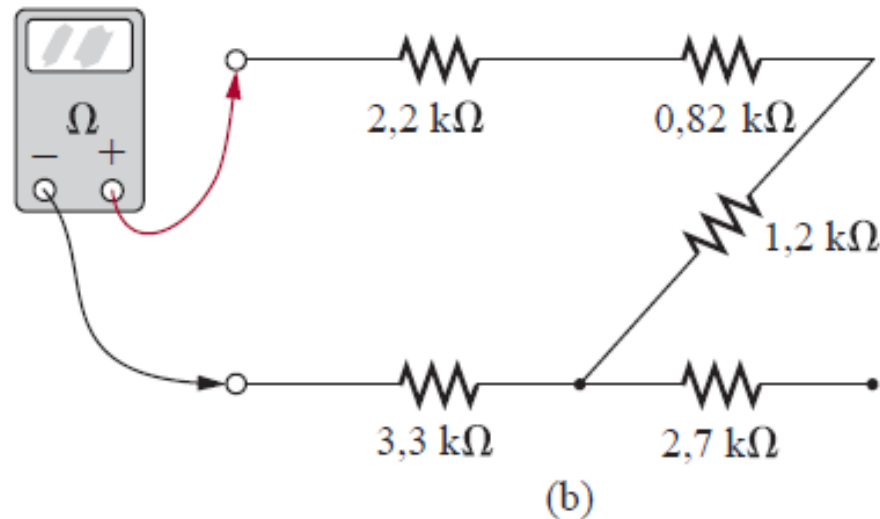
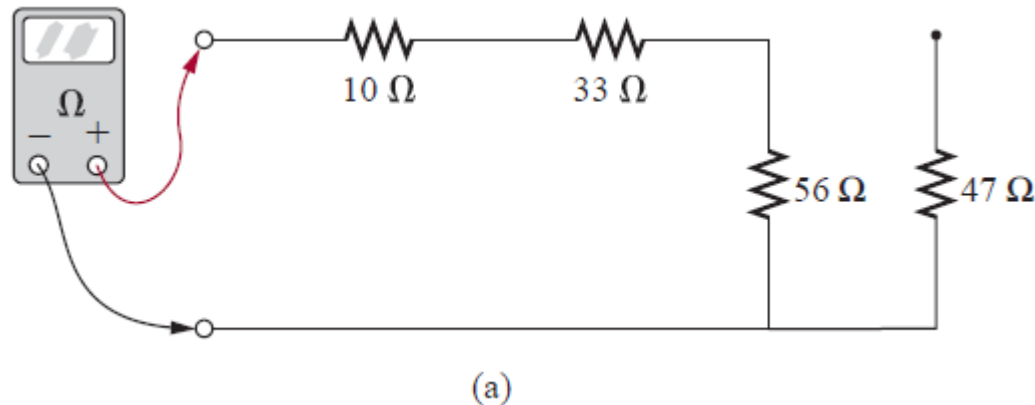
2. Determine a tensão V' .





Exercícios

3. Para os seguintes circuitos, determine a leitura do ohmímetro.

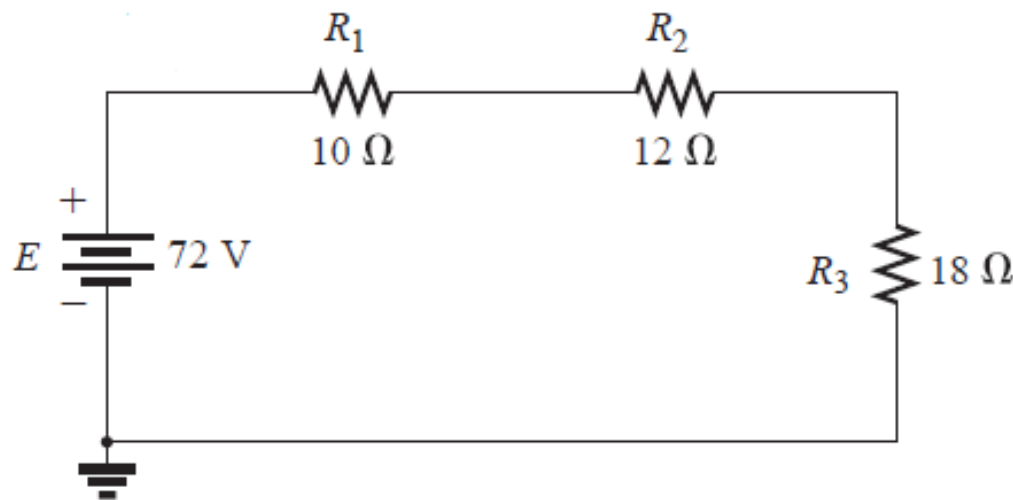




Exercícios

4. Para o circuito série mostrado na figura (construído de valores-padrão):

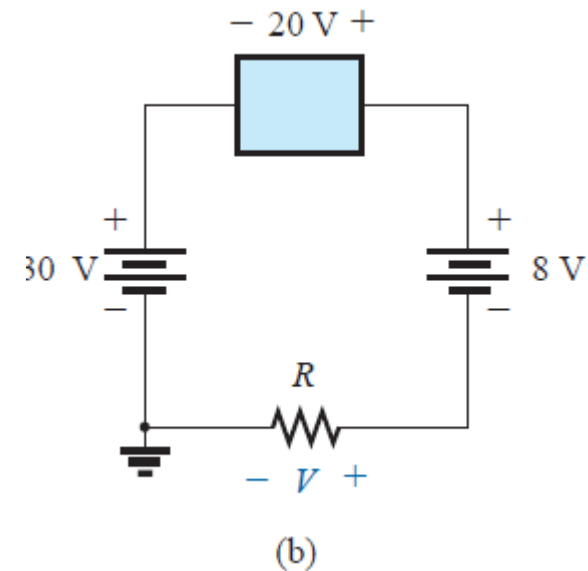
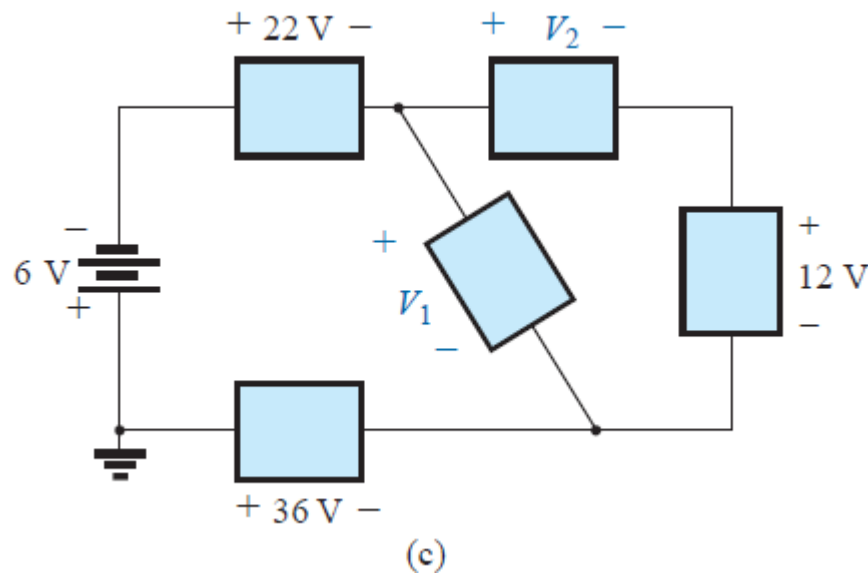
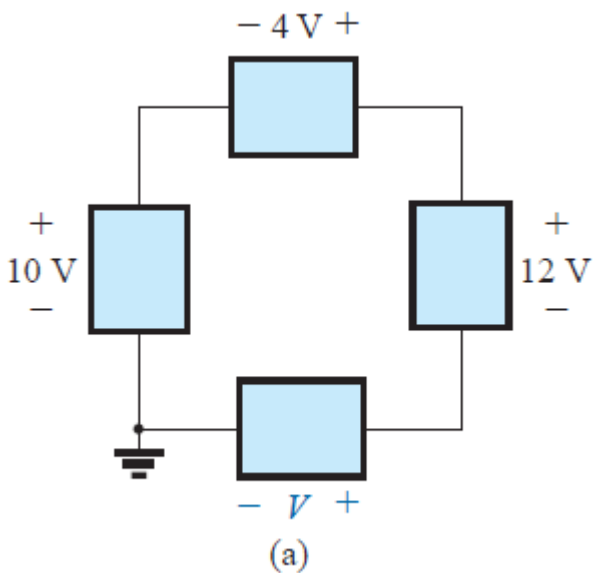
- a) Determine a resistência total;
- b) Calcule a corrente;
- c) Indique a tensão através de cada elemento resistivo;
- d) Calcule a potência fornecida pela fonte;
- e) Determine a potência fornecida a R_3 .





Exercícios

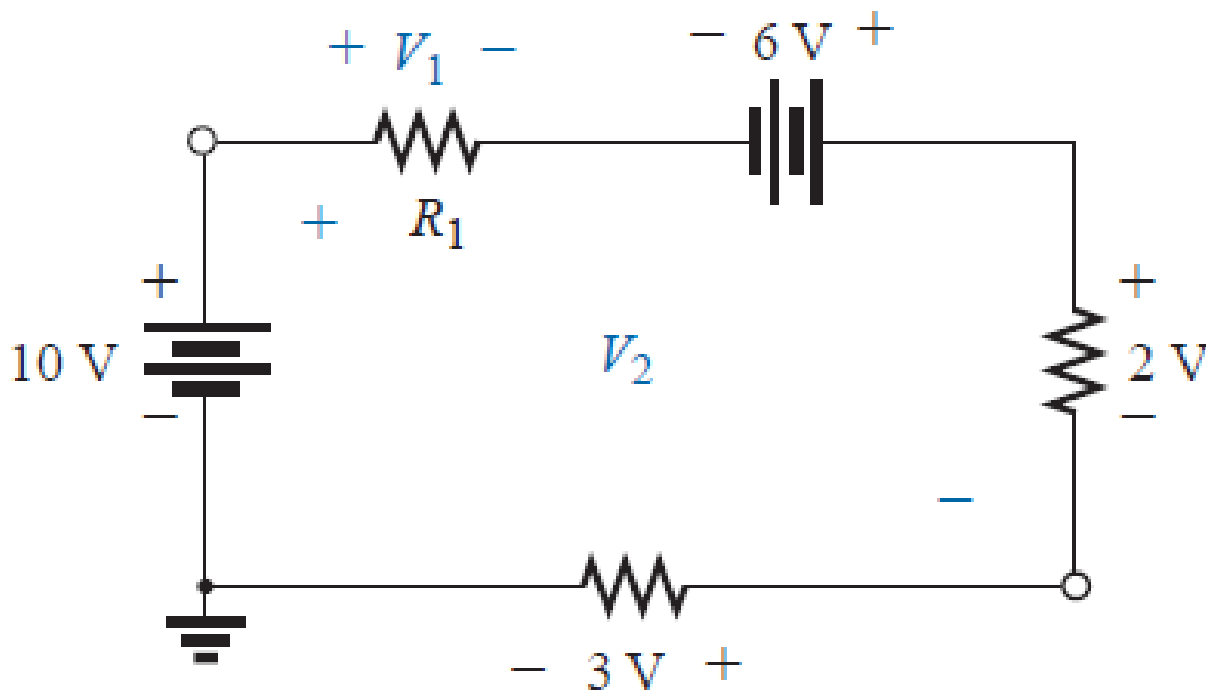
5. Usando a LKT, calcule as tensões desconhecidas para os circuitos nas seguintes figuras.





Exercícios

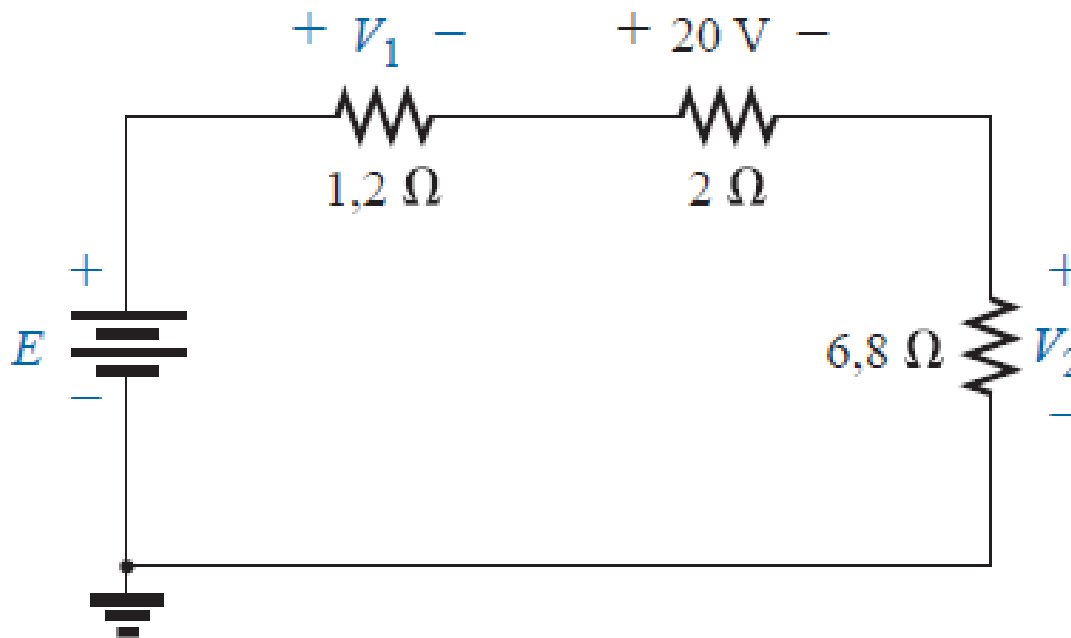
6. Calcule as tensões V_1 e V_2 .





Exercícios

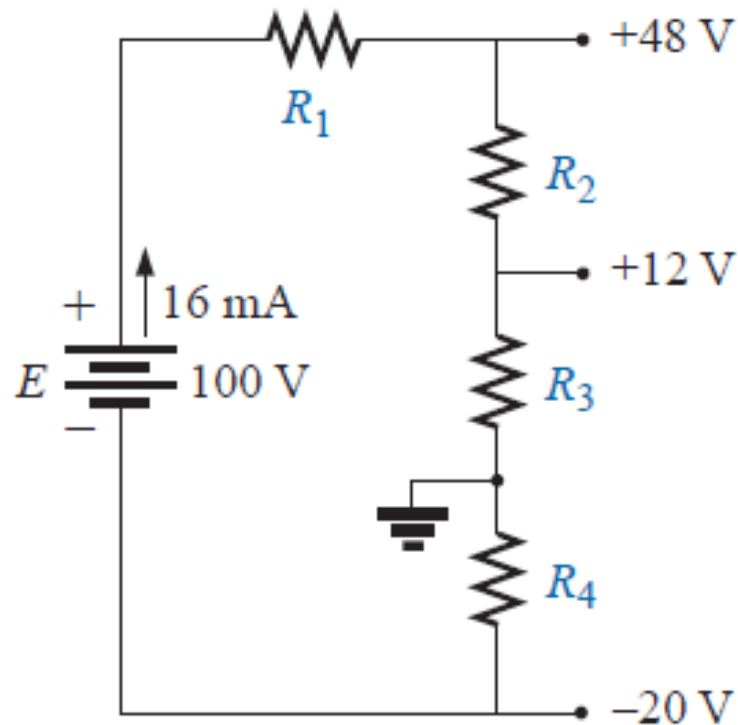
7. Determine as tensões desconhecidas na seguinte figura.





Exercícios

8. Encontre os valores de R_1 , R_2 , R_3 e R_4 para o divisor de tensões da Figura.





Referências

Boylestad, R., L. Introdução à análise de circuitos, 12nd ed. Pearson, 2012.

Alexader, C. K., Sadiku, M., N., O. Fundamentos Circuitos Elétricos , 5ta ed. Mc Graw Hill, 2013.



Universidade de São Paulo (USP), Escola
de Engenharia de Lorena (EEL),
Curso de Engenharia Física



Obrigado

Prof. Andy Blanco Rodriguez

andy.blanco@usp.br