# Eletromagnetismo: potenciais e campos

- Resolução numérica da equação de Laplace/Poisson.

$$\boxed{\nabla^2 V(\mathbf{r}) = 0}$$

$$\boxed{\nabla^2 V(\mathbf{r}) = -\frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0}}$$

(**+ condições de contorno**)

- Campos magnéticos gerados por uma corrente

(Lei de Biot-Savard)

# Solução numérica da Eq. de Laplace

Eq. de Laplace em 2D: $$\boxed{\frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial y^2} = 0}$$

Condições de contorno: $V(x_p, y_p) = V_p$

Aproximação da 2a derivada.

$$\frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial x^2} \approx \frac{V(x+\Delta x, y) - 2V(x,y) + V(x-\Delta x, y)}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial y^2} \approx \frac{V(x, y+\Delta y) - 2V(x,y) + y(x, y-\Delta y)}{(\Delta y)^2}$$

A soma destas duas expressões é igual a zero.

# Solução numérica da Eq. de Laplace

Assumindo $\Delta x = \Delta y$ temos a seguinte aproximação para V(x,y):

$$V(x,y) = \frac{1}{4}[V(x+\Delta x, y) + V(x-\Delta x, y) + V(x, y+\Delta y) + V(x, y-\Delta y)]$$

Forma discretizada:

$$x_i = (i-1)\,\Delta x \qquad V(x_i, y_j) \rightarrow V(i,j)$$
$$y_j = (j-1)\,\Delta y$$

$$\boxed{V(i,j) = \frac{1}{4}[V(i+1,j) + V(i-1,j) + V(i,j+1) + V(i,j-1)]}$$

Mas todos os pontos dependem dos vizinhos!
("iterando" a partir da borda não é possível)

Como resolver?

# Método de relaxação de Jacobi

"Chute" inicial para V(x,y): $V_1(i,j)$

Calculamos uma nova aproximação $V_2$(x,y)

$$V_2(i,j) = \frac{1}{4}\left[V_1(i+1,j) + V_1(i-1,j) + V_1(i,j+1) + V_1(i,j-1)\right]$$

Usamos $V_2$(x,y) para calcular uma nova aproximação $V_3$(x,y)...

... e assim por diante!

$$\boxed{V_{n+1}(i,j) = \frac{1}{4}\left[V_n(i+1,j) + V_n(i-1,j) + V_n(i,j+1) + V_n(i,j-1)\right]}$$

Critério de convergência: $$\sum_{i,j} |V_{n+1}(i,j) - V_n(i,j)| < \epsilon$$

Importante: todos os $V_n$(x,y) devem satisfazer as **condições de contorno.**

# Aula 14 – Tarefa (Fazer upload!)

Resolva a equação de Laplace para um sistema de duas placas paralelas com condições de contorno:

$$V(x=0,y) = -1 \quad V(x=1,y) = +1$$

$$V(x,y=0) = V(x,y=1) = \frac{2x}{L} - 1$$

- *Utilize como condição inicial*

$$V_1(i,j)=0$$

*(exceto nas bordas onde vale as condições de contorno)*

- *Obtenha a convergência até 1000 passos.*
- *Utilize a função:*

contour(V(: , : , n )’)

*para plotar o n-ésimo perfil do potencial.*