



PME-3554 – Introdução às Estruturas Aeronáuticas

Lista de Exercícios – Problemas 2D em Coordenadas Polares

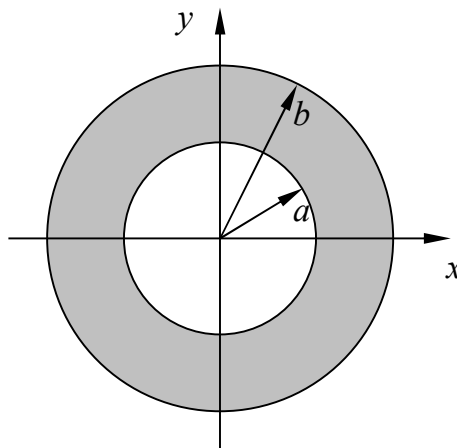
1) Diga qual problema de EPT é resolvido com a função de tensão dada por:

$$\phi(r, \theta) = C\theta, \text{ (onde } C \text{ é uma constante),}$$

aplicado ao anel circular de raio interno a e raio externo b (vide figura abaixo).

Em outras palavras, pede-se:

- verificar que a função dada é, de fato, uma função de tensão;
- determinar a distribuição de tensões decorrente da função de tensão dada;
- determinar o carregamento sobre os contornos interno e externo do anel;
- mostrar que os esforços aplicados sobre o contorno são estaticamente equivalentes a dois binários iguais e opostos, de intensidade M , correspondendo ao problema de um anel sob torção (note, porém, que as tensões cisalhantes não ocorrem na seção transversal do anel, ou seja, não ocorrem no plano xy). Obs: Considere $C > 0$ e determine os sentidos corretos dos binários produzidos no bordo interno e no bordo externo do anel;
- obter a relação existente entre a constante C e os parâmetros M , a e b .



2) Considere que o anel do problema anterior tenha os pontos do bordo interno fixos. Obtenha o campo de deslocamentos dos pontos do anel. São dados: M = momento de torção, a = raio interno do anel, b = raio externo do anel, E e ν : constantes elásticas do material.

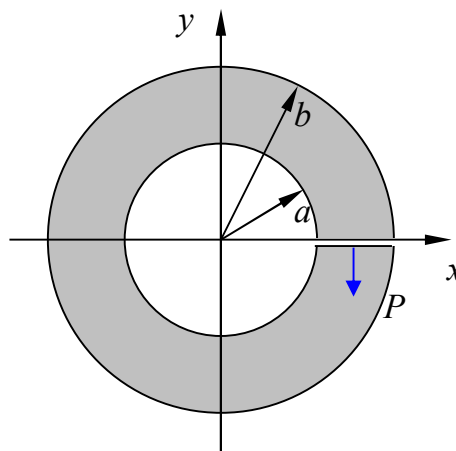
Obs: Considere $M > 0$, ou seja, momento aplicado no bordo externo do anel no sentido anti-horário.

3) O anel circular indicado na figura a seguir possui um corte separando totalmente a seção transversal em $\theta = 0$ da seção transversal em $\theta = 2\pi$. Considere que os movimentos de corpo rígido do anel estejam impedidos através das seguintes condições de vínculo:

$$\begin{aligned} u_r(R_m, 0) &= 0 \\ u_\theta(R_m, 0) &= 0 \quad , \text{ onde } R_m = \frac{(a+b)}{2} \\ \frac{\partial u_r(R_m, 0)}{\partial \theta} &= 0 \end{aligned}$$

Se na seção extrema ($\theta = 2\pi$) forem aplicados esforços distribuídos estaticamente equivalentes a uma força vertical de intensidade P (ver figura), determine:

- a distribuição de tensões no anel, utilizando uma função de tensão adequada ao problema;
- o campo de deslocamentos dos pontos do anel;
- as tensões máximas que ocorrem na seção $\theta = \pi$ (comparar os resultados da distribuição de tensões nesta seção com a distribuição obtida pela Resistência dos Materiais);
- o afastamento entre os centróides das seções extremas (comparar o resultado com o obtido pela Resistência dos Materiais).



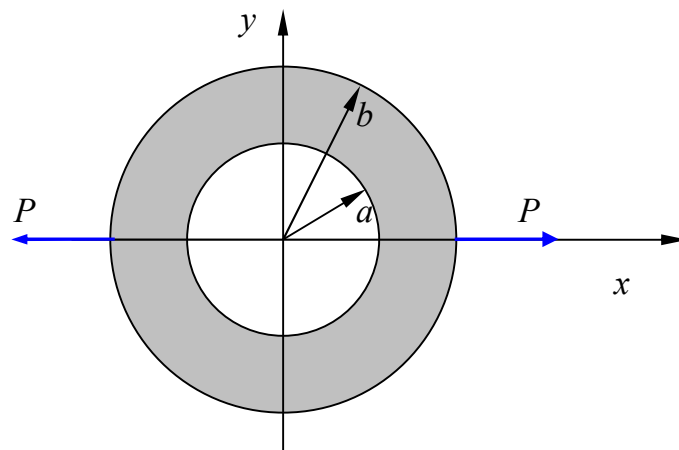
Obs: Considere para este problema: $b = 1,5.a$ e $\nu = 0,3$.

4) Repita as análises dos itens (c) e (d) do problema anterior para o caso em que $b = 1,1.a$.

5) Ache a forma geral de $f(r)$ na função de tensão $\phi(r, \theta) = f(r).\theta$ e determine as expressões para as componentes de tensão σ_r, σ_θ e $\tau_{r\theta}$. Poderia esta função de tensão ser aplicada a um anel fechado?

6) O anel circular fechado indicado na figura a seguir possui raio interno a e raio externo $b = 2.a$. O material do anel possui comportamento elástico linear com constantes elásticas E e ν (sendo $\nu = 0,3$). Considerando que sobre o anel atuem duas forças concentradas de magnitude P conforme indicado na figura, determine:

- a distribuição de tensões no anel, utilizando uma função de tensão adequada ao problema;
- o campo de deslocamentos dos pontos do anel;
- as tensões máximas que ocorrem no bordo interno e externo do anel (comparar os resultados da distribuição de tensões nesta seção com a distribuição obtida pela Resistência dos Materiais);
- o afastamento entre os pontos de aplicação das forças (compare o resultado com o obtido pela Resistência dos Materiais).

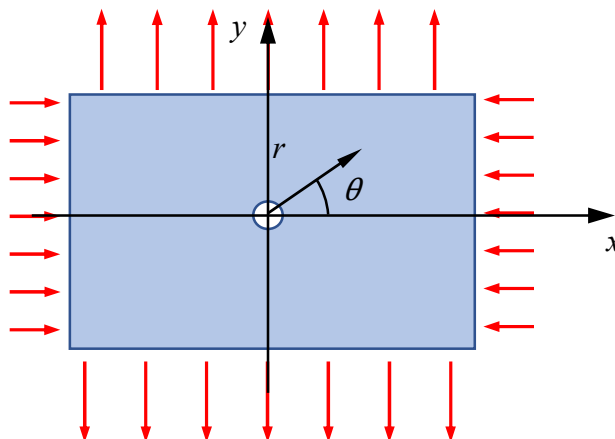


Obs: Considere que o anel esteja sob Estado Plano de Tensões.

7) Repita as análises dos itens (c) e (d) do problema anterior para o caso em que $b = 1,1.a$.

8) A chapa indicada a seguir é solicitada por esforços normais distribuídos uniformemente sobre as superfícies laterais (distantes do orifício central da chapa, de raio a) de intensidades $\sigma_x = -\sigma_0$ (compressão) e $\sigma_y = 3\sigma_0$ (tração), sendo $\sigma_0 > 0$ uma tensão de referência. Pede-se:

- determinar a distribuição de tensões circunferenciais, $\sigma_\theta = \sigma_\theta(\theta)$, no bordo do orifício, segundo o sistema de eixos indicado na figura, utilizando o princípio da superposição e os resultados obtidos por Kirsch;
- determinar o máximo valor possível de σ_0 para que o fator de segurança da estrutura com relação ao início de escoamento seja $FS = 1,5$ (utilize o critério da máxima tensão de cisalhamento).
Dado: $\sigma_e = 400$ MPa.



9) A chapa indicada a seguir é solicitada por esforços cisalhantes distribuídos uniformemente sobre as superfícies laterais (distantes do orifício central da chapa, de raio a) de intensidade $\tau_{xy} = \tau_o$. Pede-se:

- determinar a distribuição de tensões circunferenciais, $\sigma_\theta = \sigma_\theta(\theta)$, no bordo do orifício, segundo o sistema de eixos indicado na figura, utilizando o princípio da superposição e os resultados obtidos por Kirsch;
- determinar o máximo valor possível de τ_o para que o fator de segurança da estrutura com relação ao início de escoamento seja $FS = 2$ (utilize o critério da máxima tensão de cisalhamento). Dado: $\sigma_e = 400$ MPa.

