



PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II

5ª Lista de Exercícios: Métodos de Energia – Parte I

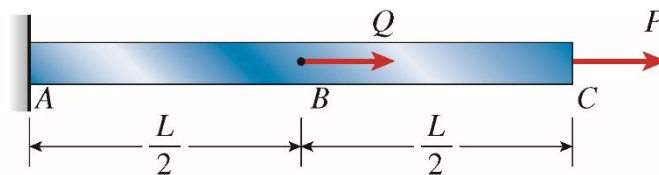
PARTE I: Exercícios do Livro-Texto (Cap.2 & Cap.3)

2.7-4. A barra ABC ilustrada na figura está engastada em A e é carregada por uma força P agindo na extremidade C e por uma força Q agindo em B. A barra tem rigidez axial constante EA . Pede-se:

- Determine a energia complementar U_1^* da barra quando a força P age sozinha;
- Determine a energia complementar U_2^* da barra quando a força Q age sozinha;
- Determine a energia complementar U_3^* quando as forças P e Q agem simultaneamente na barra.

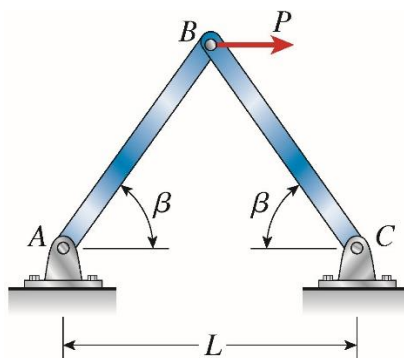
Verifique que, no tocante ao cálculo das energias, não é possível aplicar o princípio da superposição ou seja, não é verdade que $U_3^* = U_1^* + U_2^*$, mesmo considerando que a estrutura tenha comportamento elástico-linear. Explique!

- Em cada um dos itens anteriores veja se é possível determinar os deslocamentos longitudinais dos pontos B e C pelo Princípio do Trabalho e Energia. Em caso positivo, determine-os.

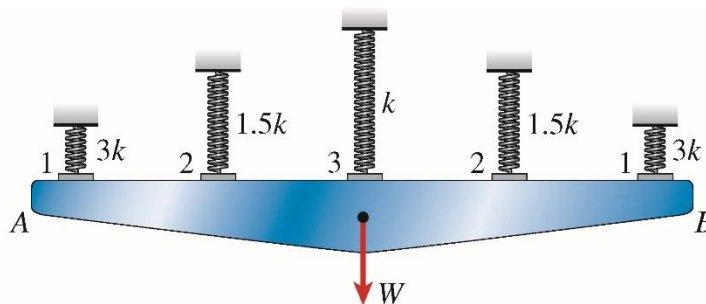


2.7-6. A treliça ABC ilustrada abaixo está submetida a uma carga horizontal P na junta B. As duas barras são idênticas, com rigidez axial EA . Considerando que $\beta = 60^\circ$, que existam condições de linearidade geométrica e que o material possua comportamento elástico-linear, determine:

- A energia complementar U^* da treliça; e b) o deslocamento horizontal $\delta_{H,B}$ da junta B.

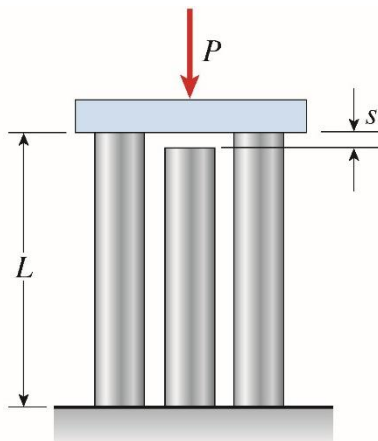


2.7-8. A estrutura indicada abaixo consiste em uma barra rígida (indeformável) horizontal AB sustentada por cinco molas igualmente espaçadas. As molas 1, 2 e 3 têm rigidez $3k$, $1,5k$ e k , respectivamente. As extremidades inferiores de todas as cinco molas permanecem numa linha horizontal quando as molas não estão tensionadas. A barra AB, que tem peso W , faz as molas se alongarem até um valor δ . Determine o deslocamento sofrido pelas molas e as forças em cada uma delas. Dados: $W = 400 \text{ N}$, $k = 5 \text{ N/mm}$.



2.7-10. Uma carga de compressão P é transmitida por meio de uma placa rígida para três barras de liga de magnésio idênticas, exceto que, inicialmente, a barra do meio é um pouco mais curta que as outras barras. As dimensões e propriedades do conjunto são: $L = 1,0 \text{ m}$ (comprimento), $A = 3000 \text{ mm}^2$ (área da seção transversal de cada barra), $E = 45 \text{ GPa}$ (módulo de elasticidade das barras) $s = 1,0 \text{ mm}$ (folga existente). Pede-se:

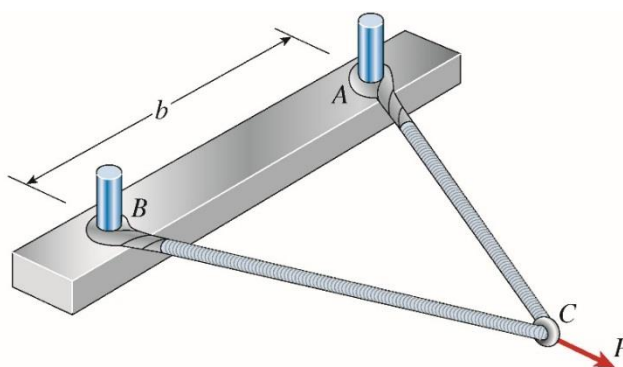
- Determinar a carga P_1 exigida para eliminar a folga;
- Determinar o deslocamento vertical δ da placa rígida quando $P = 400 \text{ kN}$;
- Determinar a energia de deformação total U das três barras quando $P = 400 \text{ kN}$;
- Explique por que a energia de deformação calculada no item anterior não é igual a $P\delta/2$ (Sugestão: faça um esboço do diagrama $P \times \delta$).



2.7-12 Uma corda de *bungee jump* que se comporta de forma elástica linear tem um comprimento $L_0 = 760 \text{ mm}$ (quando não tensionada) e rigidez $k = 140 \text{ N/m}$. A corda está fixada a duas estacas, distanciadas por $b = 380 \text{ mm}$, e puxada pelo seu ponto médio por uma força $P = 80 \text{ N}$, conforme ilustra a figura. Nestas condições, determine:

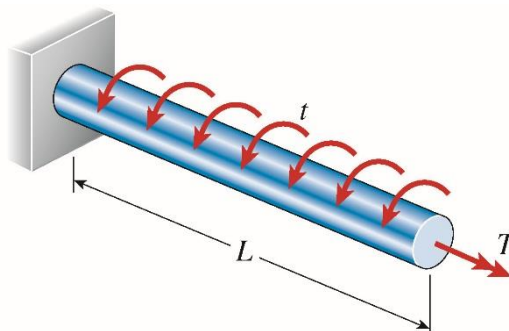
- a energia de deformação (U) e a energia complementar (U^*) da corda;
- o deslocamento δ_C do ponto de aplicação da carga;
- Compare as energias U e U^* à quantidade $P\delta_C/2$.

Nota: observe que, nas condições dadas, não existe linearidade geométrica.

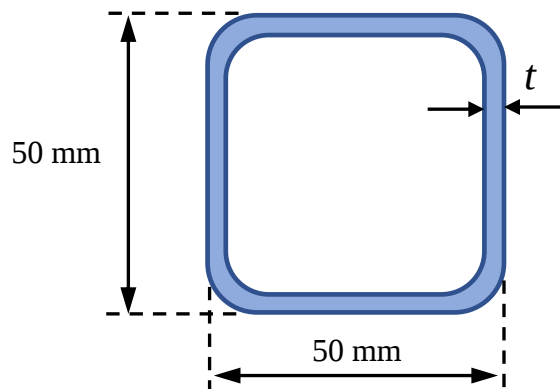


3.9-5. Uma barra engastada de seção transversal circular e comprimento L está fixa numa extremidade e livre na outra. A barra está carregada por um torque T na extremidade livre e por um torque distribuído (por unidade de comprimento) de intensidade t , constante, ao longo do comprimento da barra. Pede-se:

- Determinar a energia complementar U_1^* da barra quando o torque T age sozinho;
- Determinar a energia complementar U_2^* da barra quando o torque t age sozinho;
- Determinar a energia complementar U_3^* quando os dois torques agem simultaneamente na barra.

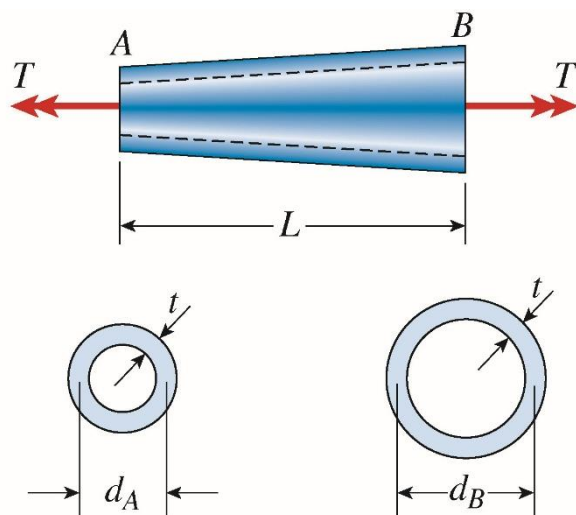


3.10-11. Uma barra tubular de alumínio ($G = 28 \text{ GPa}$) de seção transversal quadrada, com dimensões externas $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$, deve resistir a um torque $T = 300 \text{ N.m}$. Calcule a espessura de parede mínima requerida ($t_{\min}$) se a tensão de cisalhamento admissível for 20 MPa e a taxa de torção admissível for $0,025 \text{ rad/m}$.



3.10-13. Um longo tubo afilado AB, de paredes finas e seção transversal circular, está submetido a um torque T . O tubo tem comprimento L e espessura de parede t (constante). Os diâmetros das linhas médias das seções transversais nas extremidades A e B são d_A e d_B respectivamente. Deduza a fórmula a seguir para o ângulo de torção do tubo:

$$\phi = \frac{2TL}{\pi G t} \left(\frac{d_A + d_B}{(d_A d_B)^2} \right)$$



Parte II – Exercícios Complementares

1. A estrutura treliçada indicada abaixo é formada por barras de mesmo material (com módulo de elasticidade E) e mesma área de seção transversal A . Determine o deslocamento vertical do ponto de aplicação da força P utilizando o princípio do trabalho e energia. Indique o resultado em função de P , L e EA . Sugestão: utilize a simetria da estrutura e do carregamento para calcular as forças nas barras simétricas uma única vez.

Importante: o resultado obtido não está considerando a ação do peso próprio da estrutura, mas, em projetos reais, o peso próprio deve ser devidamente considerado.

Resp.: $\delta = (2\sqrt{2} + 3)(PL/EA) \cong 5,83(PL/EA)$

