



PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II

1ª Lista de Exercícios: Estruturas Reticuladas Isostáticas

Resumo: Esta lista de exercícios trata da determinação dos diagramas de esforços solicitantes em estruturas reticuladas isostáticas.

Observações:

Estruturas reticuladas isostáticas: estruturas formadas por barras, em condições de equilíbrio estático, submetidas a carregamentos externos genéricos (forças concentradas ou distribuídas e momentos concentrados ou distribuídos), de tal forma que a determinação dos esforços solicitantes internos (forças normais e cortantes, momentos fletores e torçores), em qualquer seção transversal de qualquer membro da estrutura, pode ser feita simplesmente com o uso das equações de equilíbrio estático.

Hipóteses admitidas:

- Linearidade Geométrica (L.G.): a hipótese de L.G. pressupõe que as deformações (alongamento ou distorções) em qualquer ponto da estrutura sejam muito pequenas quando comparadas à unidade ($\varepsilon \ll 1$ e $\gamma \ll 1$) e que os deslocamentos (lineares ou angulares) sejam muito pequenos ($\delta/L \ll 1$ e $\theta \ll 1$) de tal forma que a geometria da estrutura na configuração deformada (após a aplicação dos carregamentos) seja muito próxima da geometria da estrutura na configuração inicial (também chamada configuração de referência ou não-deformada), o que faz com que o equilíbrio de forças e momentos possa ser feito na configuração inicial da estrutura;
- Nos problemas apresentadas, admitiremos que o polo de redução de forças (em cada seção transversal) seja sempre o centroide da seção transversal, o que é válido, por exemplo, para seções transversais duplamente simétricas, comumente empregadas na construção mecânica.

Estruturas Reticuladas Planas submetidas a carregamentos no próprio plano:

1) Considere a estrutura formada pelas barras AB, BC e CD, todas de mesmo material e com mesma seção transversal (seção transversal uniforme). São dados:

F , força concentrada (em N) aplicada no ponto D da estrutura;

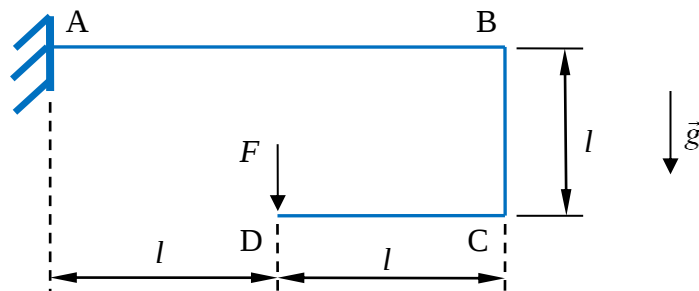
l , comprimento característico (em m), utilizado para facilitar a análise;

A , área da seção transversal (em m^2) das barras;

$\gamma = \mu \cdot g$, peso específico (em N/m^3) do material das barras;

μ , massa específica (em kg/m^3) do material das barras;

g , aceleração da gravidade local (em m/s^2).



Pede-se determinar os diagramas de esforços solicitantes (N , V e M) para a estrutura dada, em função dos parâmetros fornecidos.

2) A estrutura em arco indicada na figura abaixo é feita de um mesmo material e a seção transversal da barra é uniforme. Considerando a ação do peso próprio (distribuído ao longo da barra) do material e de uma única força concentrada de intensidade F aplicada no ponto B, determine os diagramas de esforços solicitantes (N , V e M). Sugestão: determine, inicialmente, as funções $N = N(\theta)$, $V = V(\theta)$, e $M = M(\theta)$ que fornecem os esforços solicitantes em função do ângulo θ , medido a partir da extremidade B da barra, no sentido anti-horário ($0 \leq \theta \leq \pi$). São dados:

F , força concentrada (em N) aplicada no ponto B da estrutura;

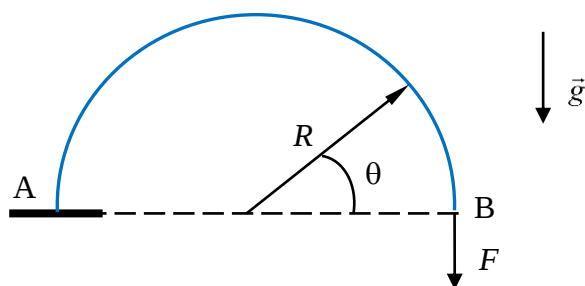
R , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra;

A , área da seção transversal (em m^2) da barra;

$\gamma = \mu \cdot g$, peso específico (em N/m^3) do material da barra;

μ , massa específica (em kg/m^3) do material da barra;

g , aceleração da gravidade local (em m/s^2).



Estruturas Reticuladas Planas submetidas a carregamentos fora do plano:

3) Considere novamente a estrutura formada pelas barras AB, BC e CD, todas de mesmo material e com mesma seção transversal (seção transversal uniforme), apresentada no exercício 1, porém disposta agora em um plano horizontal (conforme ilustra a figura a seguir). São dados:

F , força concentrada (em N) aplicada no ponto D da estrutura;

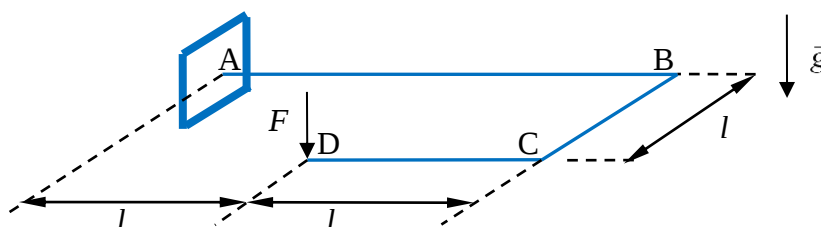
l , comprimento característico (em m), utilizado para facilitar a análise;

A , área da seção transversal (em m^2) das barras;

$\gamma = \mu g$, peso específico (em N/m^3) do material das barras;

μ , massa específica (em kg/m^3) do material das barras;

g , aceleração da gravidade local (em m/s^2).

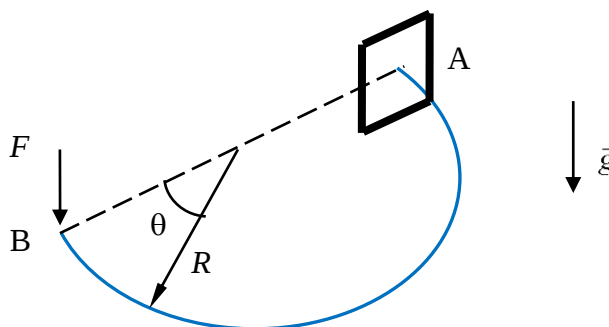


Pede-se determinar os diagramas de esforços solicitantes (V , M e T) para a estrutura dada, em função dos parâmetros fornecidos.

4) Considere novamente a estrutura em arco apresentada no exercício 2, porém disposta em um plano horizontal, conforme mostra a figura abaixo. Considerando, por ora, apenas a ação de uma única força concentrada de intensidade F aplicada no ponto B, determine os diagramas de esforços solicitantes (V , M e T). Sugestão: determine, inicialmente, as funções $V = V(\theta)$, $M = M(\theta)$, e $T = T(\theta)$ que fornecem os esforços solicitantes em função do ângulo θ , medido a partir da extremidade B da barra ($0 \leq \theta \leq \pi$). São dados:

F , força concentrada (em N) aplicada no ponto B da estrutura;

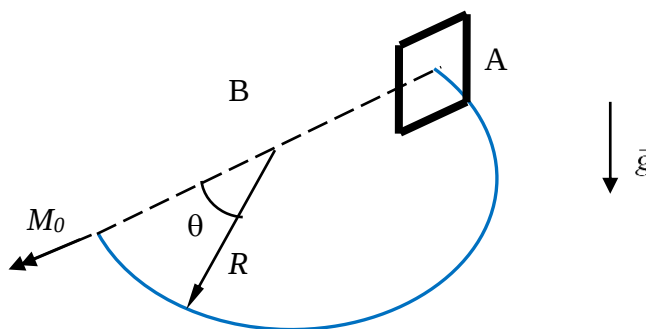
R , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra;



5) Considere novamente a estrutura em arco apresentada no exercício 4, submetida agora apenas a ação de um binário de intensidade M_0 aplicado no ponto B, conforme ilustra a figura a seguir (desconsidere, por ora, a ação do peso próprio da barra). Determine os diagramas de esforços solicitantes (M e T). Sugestão: determine, inicialmente, as funções $M = M(\theta)$, e $T = T(\theta)$ que fornecem os esforços solicitantes em função do ângulo θ , medido a partir da extremidade B da barra ($0 \leq \theta \leq \pi$). São dados:

M_0 , intensidade do binário concentrado (em N.m) aplicado no ponto B da estrutura;

R , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra.



6) Considere novamente a estrutura em arco apresentada no exercício 4, disposta em um plano horizontal e submetida a ação da força concentrada de intensidade F aplicada no ponto B, já considerada anteriormente, e do peso próprio da barra. Determine os diagramas de esforços solicitantes (V, M e T). Sugestão: determine, inicialmente, as funções $V = V(\theta)$, $M = M(\theta)$, e $T = T(\theta)$ que fornecem os esforços solicitantes em função do ângulo θ , medido a partir da extremidade B da barra ($0 \leq \theta \leq \pi$). São dados:

F , força concentrada (em N) aplicada no ponto B da estrutura;

R , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra;

A , área da seção transversal (em m^2) das barras;

$\gamma = \mu \cdot g$, peso específico (em N/m^3) do material das barras;

μ , massa específica (em kg/m^3) do material das barras;

g , aceleração da gravidade local (em m/s^2).

Estruturas Reticuladas Espaciais:

7) Considere a estrutura formada pelas barras AB, BC e CD, todas de mesmo material, mesma seção transversal (seção transversal uniforme) e com mesmo comprimento l , sendo AB // eixo Ay, BC // eixo Az e CD // eixo Ax. Admitindo que o único carregamento atuante na estrutura seja o devido ao peso próprio das barras, determine os diagramas de esforços solicitantes (N, V, M e T) para a estrutura dada, em função dos parâmetros fornecidos. São dados:

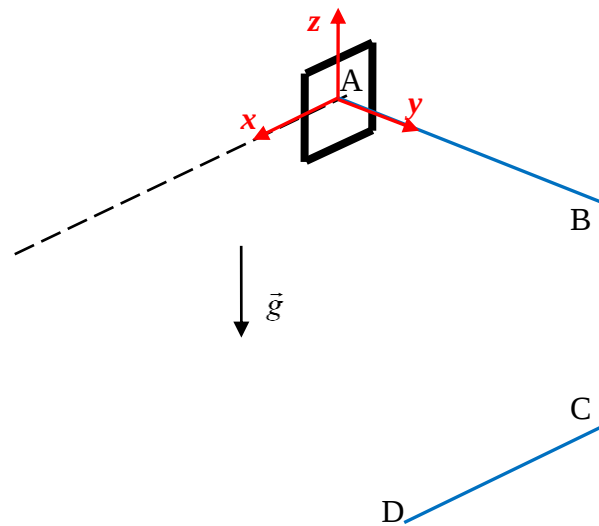
l , comprimento característico (em m) das barras;

A , área da seção transversal (em m²) das barras;

$\gamma = \mu \cdot g$, peso específico (em N/m³) do material das barras;

μ , massa específica (em kg/m³) do material das barras;

g , aceleração da gravidade local (em m/s²).



8) Considere a estrutura formada pelo arco AB (disposto no plano vertical Ayz) e pela barra BC, ambos de mesmo material e mesma seção transversal (seção transversal uniforme). O comprimento da barra BC é tal que $l = R$ (sendo R o raio de curvatura, constante, do arco AB). Admitindo que os únicos carregamentos atuantes na estrutura sejam uma força concentrada de intensidade F atuante no ponto C e o peso próprio das barras, determine os diagramas de esforços solicitantes (N, V, M e T) para a estrutura dada, em função dos parâmetros fornecidos. São dados:

F , força concentrada (em N) aplicada no ponto C da estrutura;

R , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra AB;

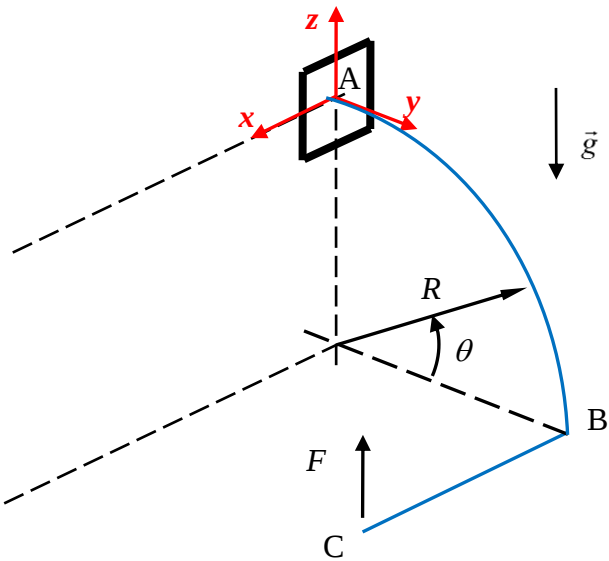
$l = R$, comprimento da barra CD (em m);

A , área da seção transversal (em m²) das barras;

$\gamma = \mu \cdot g$, peso específico (em N/m³) do material das barras;

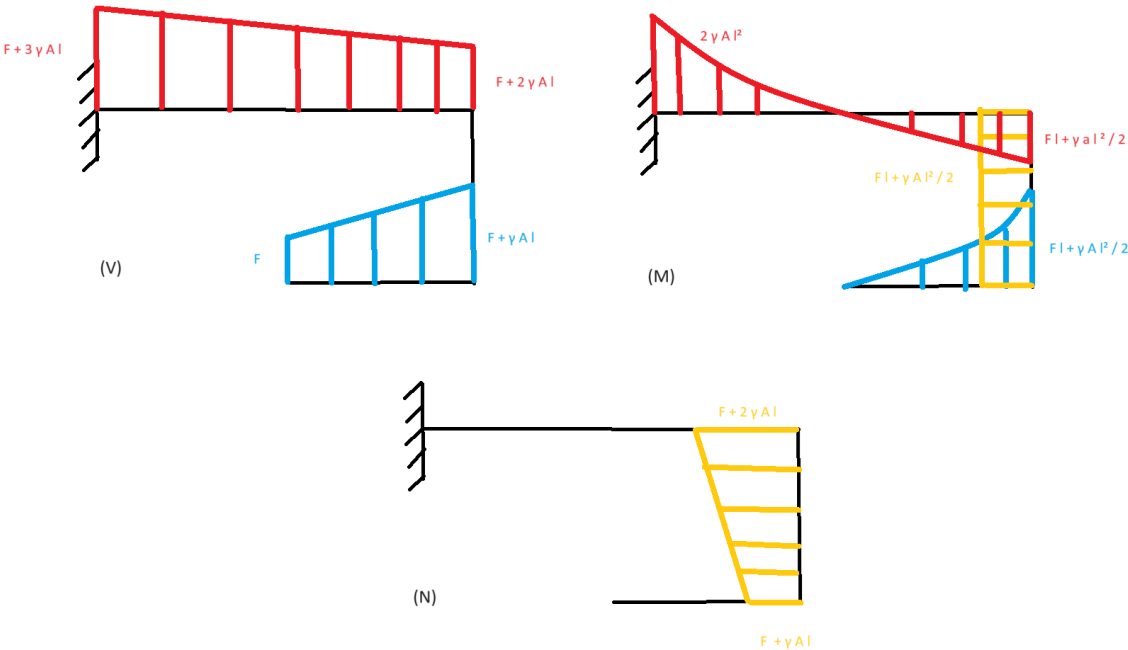
μ , massa específica (em kg/m³) do material das barras;

g , aceleração da gravidade local (em m/s²).



Gabarito (autoria de Augusto Cidral Boettcher)

1)



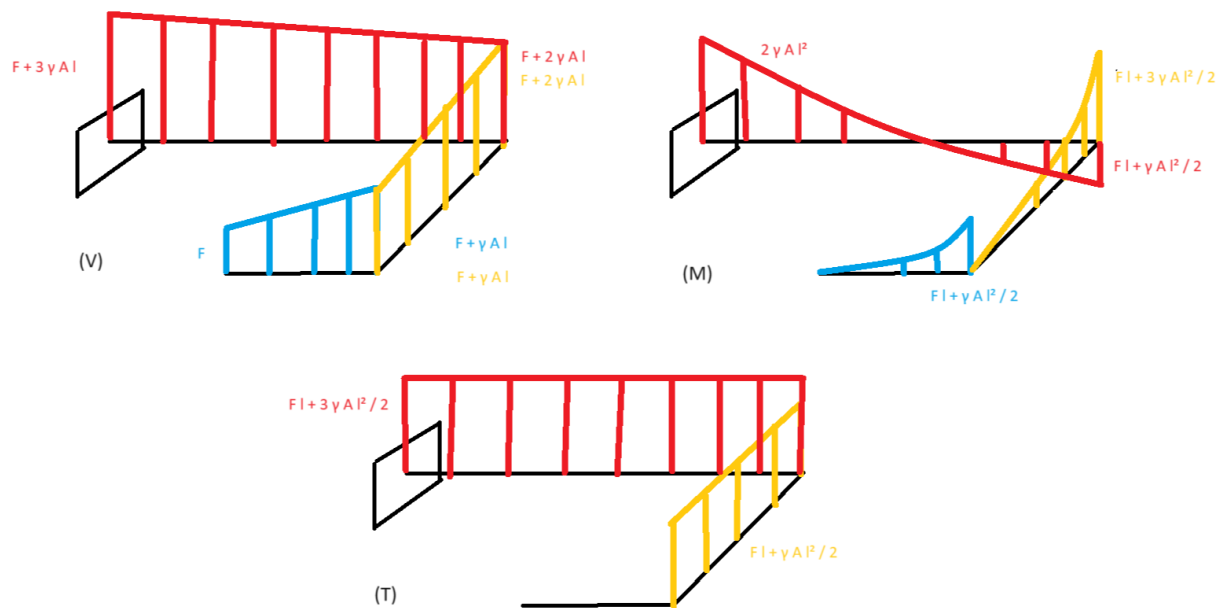
2)

$$N(\theta) = qR\theta\cos\theta + F\cos\theta$$

$$V(\theta) = qR\theta\sin\theta + F\sin\theta$$

$$M(\theta) = qR^2(\sin\theta - \theta\cos\theta) + FR(1 - \cos\theta)$$

3)



4)

$$V_z(\theta) = F$$

$$M(\theta) = Fa = FR \sin \theta$$

$$T(\theta) = Fb = FR(1 - \cos \theta)$$

5)

$$M(\theta) = M_0 \cos \theta$$

$$T(\theta) = M_0 \sin \theta$$

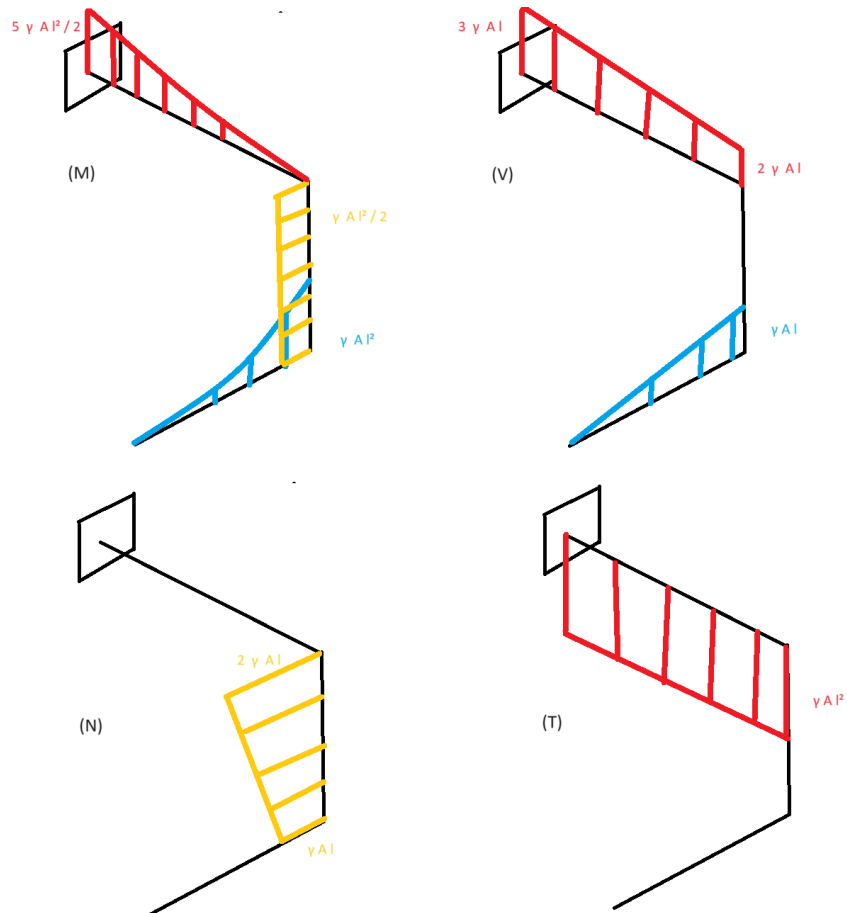
6)

$$V_z(\theta) = F + qR\theta$$

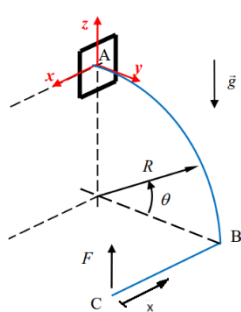
$$M(\theta) = FR \sin \theta + qR^2(1 - \cos \theta)$$

$$T(\theta) = FR(1 - \cos \theta) + qR^2(\theta - \sin \theta)$$

7)



8)



$$V(x) = -F + qx$$

$$M(x) = -Fx + \frac{qx^2}{2}$$

$$V(\theta) = qr \sin \theta + (ql - F) \sin \theta$$

$$N(\theta) = qr \cos \theta + (ql - F) \cos \theta$$

$$M_x(\theta) = qr^2(\theta - \sin \theta) + (qlr - Fr)(1 + \cos \theta)$$

$$M_r(\theta) = \left(\frac{ql^2}{2} - Pl\right) \cos \theta$$

$$T(\theta) = \left(\frac{ql^2}{2} - Pl\right) \sin \theta$$