



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3211 - Mecânica dos Sólidos II

Aula #23

Prof. Dr. Roberto Ramos Jr.

12/11/2025

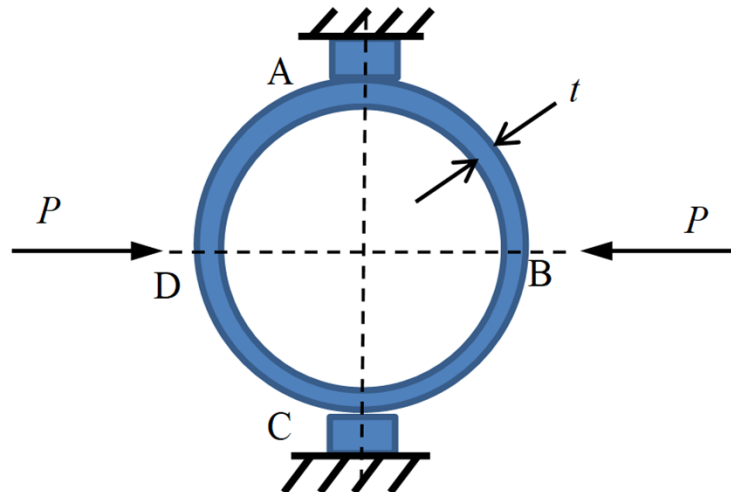


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.1 (P3/2016): A figura abaixo mostra um anel de largura b (dimensão não indicada na figura), raio médio R e espessura t (sendo $t/R \ll 1$), fabricado com um material com módulo de elasticidade E . Considere que na configuração inicial (não deformada) o anel seja colocado entre dois batentes rígidos, fixos, e de dimensões desprezíveis (pontos A e C da figura), de tal forma que não existam folgas nem esforços de reação entre anel e batentes. Considerando que na configuração final (deformada) duas forças concentradas, de magnitude P , sejam aplicadas nos pontos diametralmente opostos B e D do anel, pede-se:

- Determinar as reações verticais dos batentes sobre o anel;
- Determinar a aproximação entre os pontos B e D após a aplicação do carregamento;
- Determinar a energia total acumulada pelo anel após a aplicação do carregamento.

Obs: Despreze as parcelas da energia complementar associadas às forças normais e cortantes



Respostas:

a) $|V_A| = |V_C| \cong 0,9183P$

b) $|\delta_{BD}| \cong \frac{3P}{Eb} \left(\frac{R}{t}\right)^3 \left(\frac{32+\pi^3-20\pi}{\pi^2-8}\right) \cong \frac{0,28P}{Eb} \left(\frac{R}{t}\right)^3$

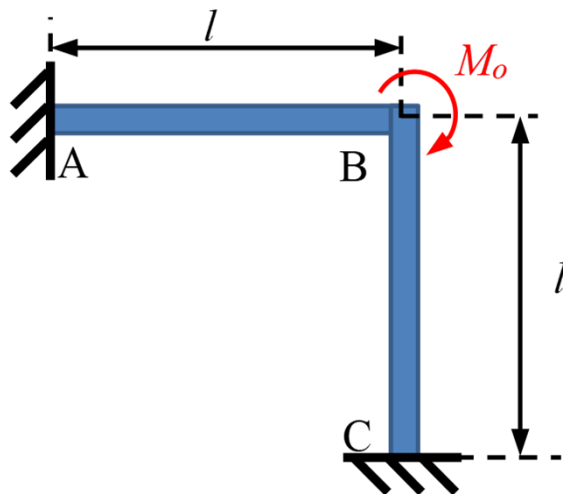
c) $U^* = U \cong \frac{0,14P^2}{Eb} \left(\frac{R}{t}\right)^3$



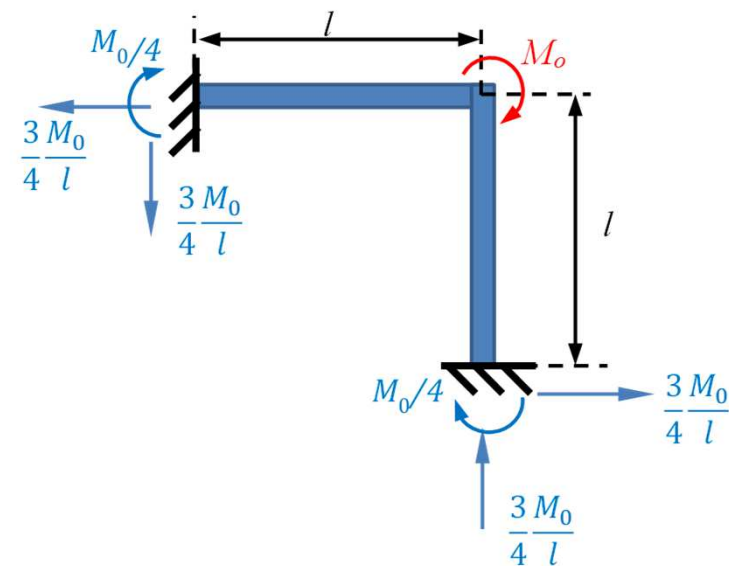
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.2 (P3/2019): A estrutura ABC indicada na figura é formada pelas barras AB e BC, de mesmo comprimento (L) e mesma rigidez flexional (EI), engastada nas seções A e C e rigidamente ligadas em B. Sobre a seção B é aplicado um binário de intensidade M_0 no sentido indicado. Pede-se:

- a) o D.C.L. final da estrutura com as indicações corretas dos valores e dos sentidos das reações de apoio em A e em C;
- b) a rotação em B, em função dos dados fornecidos.



Respostas: a) Diagrama de corpo livre:



b) $\theta_B = M_0 L / 8EI$

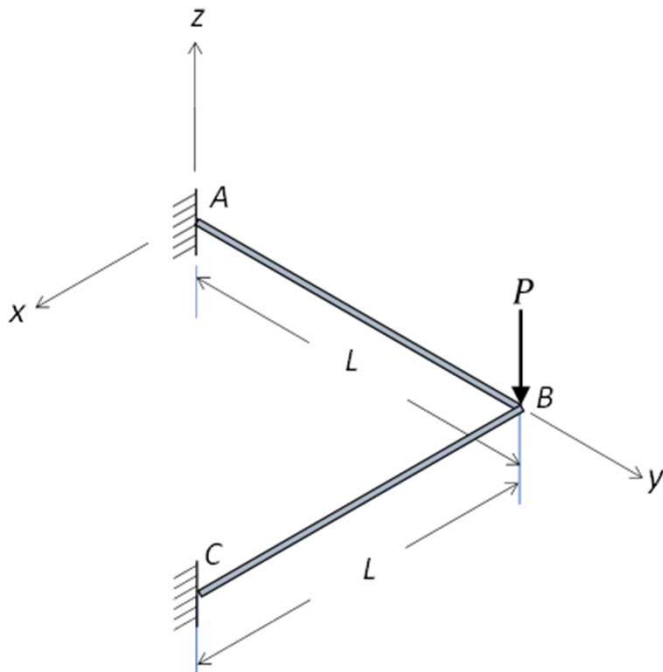


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.3 (P3/2023): A estrutura ABC da figura está contida em um plano horizontal. Ela é formada por uma barra dobrada em ângulo de 90° , de comprimento $2L$, engastada em A e em C . Essa barra tem rigidez flexional EI e rigidez à torção GI_p . Pede-se calcular o deslocamento vertical sofrido pelo ponto B quando a ele é aplicada uma força vertical P .

Notas:

- 1) Despreze a contribuição das forças cortantes à energia complementar.
- 2) Adotar $GI_p = \frac{4}{5}EI$.



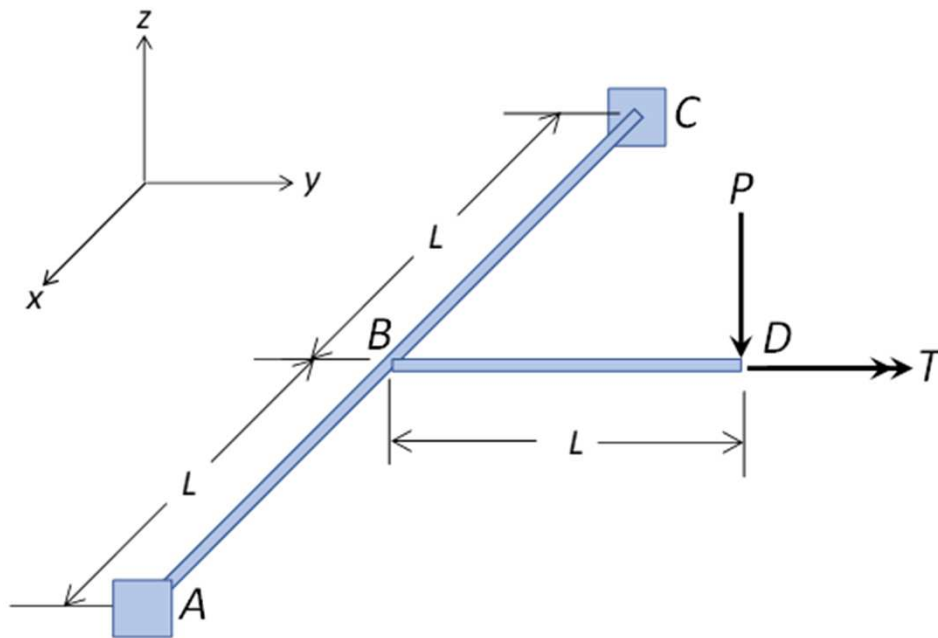
Resposta: $\delta = PL^3/9EI$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Ex.4 (P3/2017): A estrutura $ABCD$ da figura é horizontal. A barra BD está soldada em B à barra ABC e forma com ela um ângulo reto. A estrutura está engastada nos pontos A e C . Em D estão aplicados uma força vertical P e um torque T . As barras têm mesma rigidez flexional EI e mesma rigidez à torção $GI_p = \frac{4}{5}EI$. Sabendo que a energia de deformação devida à força cortante é desprezível, pedem-se:

- a) o deslocamento vertical do ponto D ;
- b) a rotação do ponto D em torno da direção y .



Respostas:

a) $\delta = PL^3/EI$

b) $\theta = 11TL/8EI$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referências:

- [1] Martins, C.A. Introdução ao Estudo das Energias de Deformação e Complementar, (2021), 105p.
- [2] Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Cap.10.