



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3211 - Mecânica dos Sólidos II

Aula #04

Prof. Dr. Roberto Ramos Jr.

13/08/2025



Estudo das Tensões – Aula 3

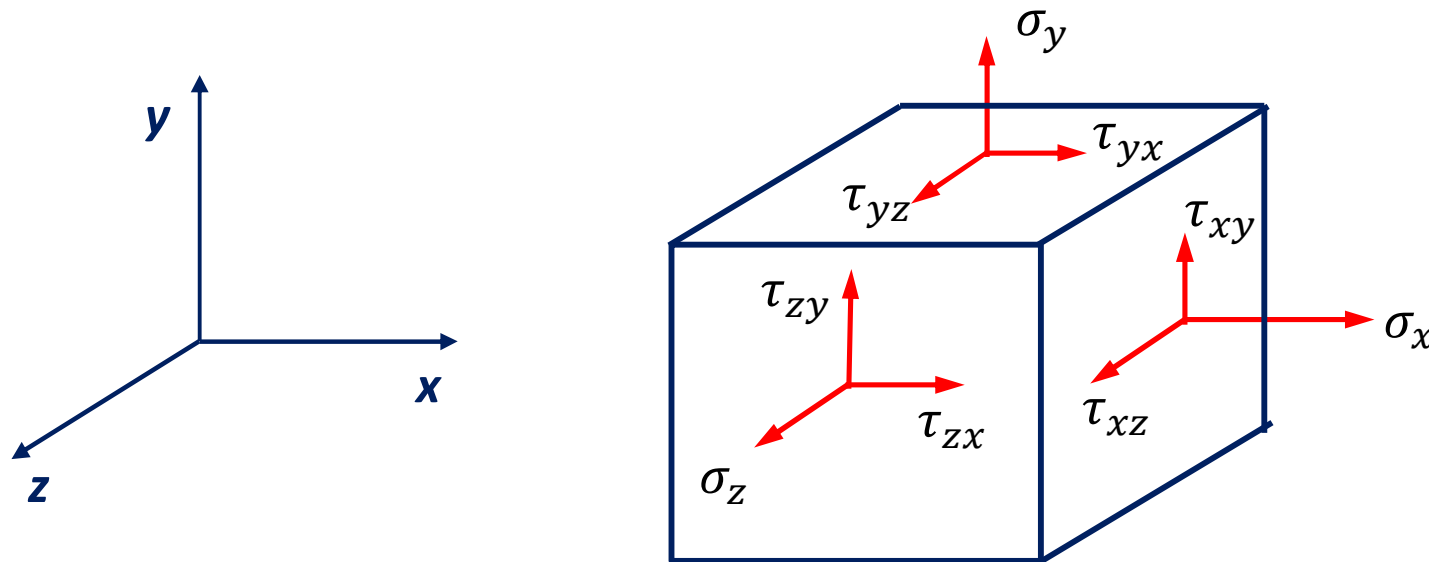
Agenda:

1. Tensões principais e direções principais de tensão;
2. Obtenção das tensões principais e das direções principais de tensão;
3. Exemplos;
4. Exercício.



1. Tensões principais e direções principais de tensão

Vimos que o estado de tensões em um ponto de um sólido fica totalmente definido se conhecermos as componentes do vetor tensão em três planos ortogonais entre si:

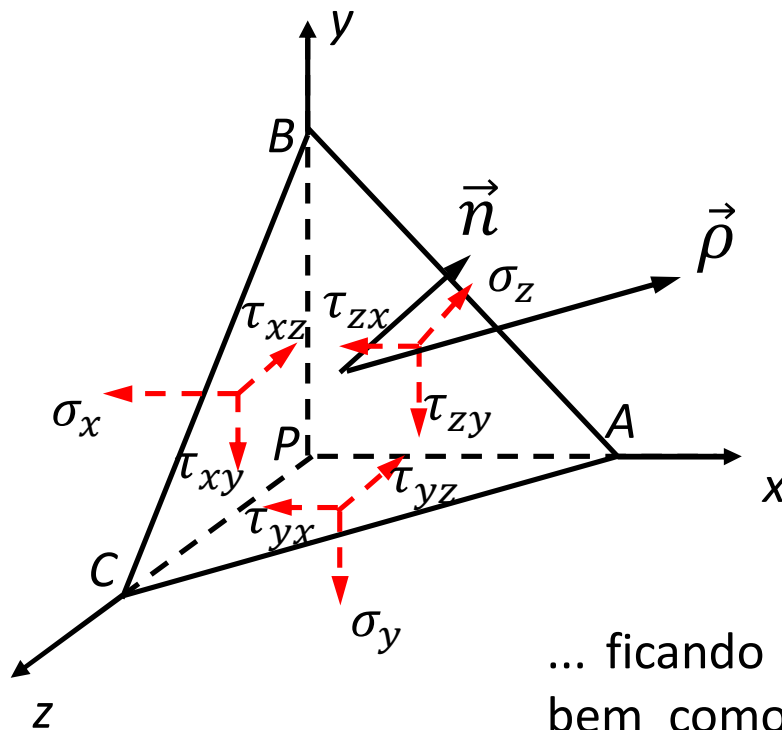
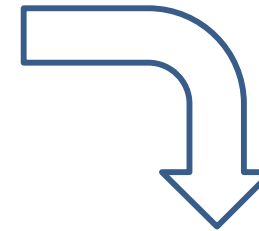




Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Vimos também que o vetor tensão de Cauchy, associado a um dado ponto P e a um dado plano de normal $\vec{n}$ é dado por:

$$\{\vec{\rho}\} = [T] \{\vec{n}\}$$



$$\begin{Bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix}$$

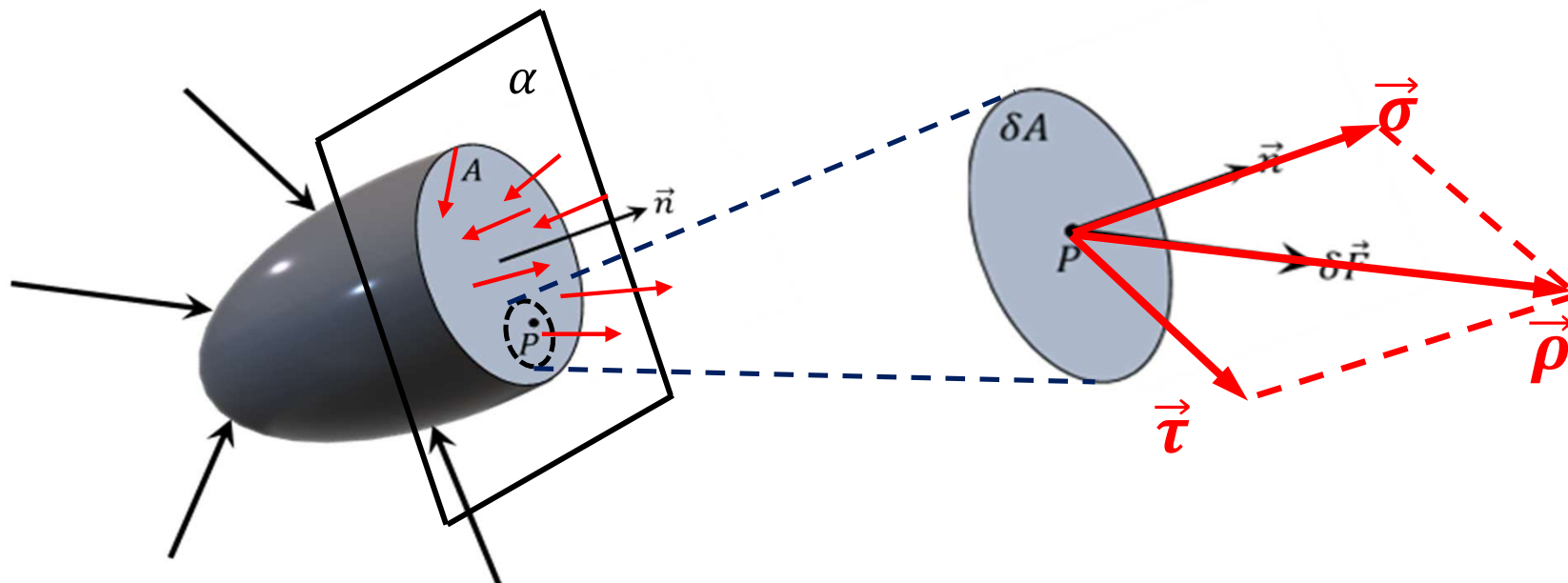
... ficando implícito que o tensor das tensões no ponto P , bem como o vetor tensão e a normal unitária $\vec{n}$, estão todos escritos na MESMA base $\mathbf{b} = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Vimos, por fim, que o vetor tensão $\vec{\rho}$ pode ser decomposto segundo uma componente normal ao plano de corte α (denominada tensão normal) e uma componente paralela ao plano de corte (denominada tensão cisalhante). A relação entre o vetor tensão e suas componentes (normal e cisalhante) é, portanto, sempre dada por:

$$\vec{\rho} = \vec{\sigma} + \vec{\tau} = \sigma \vec{n} + \tau \vec{t}$$





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Definição: Dizemos que uma dada direção definida por um versor $\vec{n}$ é uma direção principal de tensão se, e somente se:

$$\{\vec{\rho}\} = [T]\{\vec{n}\} = \sigma\{\vec{n}\}$$

Em outras palavras, o vetor tensão associado a tal direção possui a componente cisalhante obrigatoriamente nula.

Nestes casos, dizemos que o plano de normal $\vec{n}$ é um plano principal de tensão, e que a tensão normal associada é uma tensão principal.



2. Obtenção das tensões principais e das direções principais de tensão

Considerando que $\vec{n}$ seja uma direção principal de tensão, segue da definição que:

$$\{\vec{\rho}\} = [T]\{\vec{n}\} = \sigma\{\vec{n}\}$$

$$[T]\{\vec{n}\} - \sigma\{\vec{n}\} = \{\vec{0}\}$$

$$[T]\{\vec{n}\} - \sigma[I]\{\vec{n}\} = \{\vec{0}\}$$

$$([T] - \sigma[I])\{\vec{n}\} = \{\vec{0}\}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Explicitamente:

$$\left(\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.(1)}$$

O sistema dado acima é um sistema linear nas incógnitas n_x , n_y e n_z , o qual sempre admitirá, ao menos, uma solução, que é a solução trivial ($n_x = n_y = n_z = 0$). Para que existam soluções diferentes da solução trivial (que nem mesmo tem interesse prático, já que $\vec{n} = \vec{0}$ não caracteriza a normal a um plano), devemos impor que:



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

$$\det \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} = 0$$

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad \text{Eq.(2)}$$

Onde:

$$I_1 = \text{tr}(T) = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \left\| \begin{matrix} \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{yz} & \sigma_z \end{matrix} \right\| + \left\| \begin{matrix} \sigma_x & \tau_{zx} \\ \tau_{xz} & \sigma_z \end{matrix} \right\| + \left\| \begin{matrix} \sigma_x & \tau_{yx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{matrix} \right\| =$$

$$= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2$$

$$I_3 = \det(T)$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

As três raízes de Eq.(2) serão sempre reais e seus valores fornecem as tensões principais atuantes nos planos principais. Denotaremos as três tensões principais encontradas por σ_1 , σ_2 e σ_3 , as quais serão ordenadas seguindo a convenção:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3,$$

Ou seja, σ_1 será sempre a maior tensão principal em valor algébrico e σ_3 será sempre a menor tensão principal em valor algébrico.

Para cada raiz $\sigma = \sigma_i$ encontrada, deve-se determinar a direção principal $\vec{n} = \vec{n}_i$ correspondente usando a Eq.(1), reescrita abaixo para uma dada tensão principal:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_i & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_i & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_{x,i} \\ n_{y,i} \\ n_{z,i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Com relação à multiplicidade das raízes podemos ter os seguintes casos possíveis:

- As três tensões principais são iguais ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$): neste caso, mostra-se que toda direção é uma direção principal de tensão e tal estado de tensão é denominado estado hidrostático de tensão;
- Duas tensões principais são iguais ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ou $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$): no 1º caso, todas as direções ortogonais à direção $\vec{n}_3$ serão direções principais associadas à tensão principal $\sigma_1 = \sigma_2$; e, no 2º caso, todas as direções ortogonais à direção $\vec{n}_1$ serão direções principais associadas à tensão principal $\sigma_2 = \sigma_3$;
- As três tensões principais são diferentes ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$): neste caso, mostra-se que as três direções principais são ortogonais entre si, formando uma base ortonormal (denominada base das direções principais de tensão).



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Os coeficientes I_1 , I_2 e I_3 do polinômio característico dado por Eq.(2) são denominados invariantes de tensão, pois seus valores não podem depender da base $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ escolhida inicialmente para representar o estado de tensões no ponto, sendo, portanto, invariantes com relação à base escolhida.

Observamos, por fim, que este é mais um exemplo (dentre os vários encontrados na Engenharia) de problema de determinação de autovalores e autovetores:

$$T: (\vec{n} \in V^3) \rightarrow (\vec{\rho} \in V^3) \quad (T \text{ é denominado um operador vetorial linear})$$

Quando $\vec{n}$ é direção principal de tensão:

$$[T]\{\vec{n}\} = \{\vec{\rho}\} = \sigma\{\vec{n}\}$$



$\vec{n}$, neste caso, é um autovetor associado ao autovalor σ .



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Deve-se, notar, por fim que, sempre que substituirmos a tensão σ na Eq.(1) por uma das tensões principais (isto é, tomando $\sigma = \sigma_i$), o sistema linear obtido nas incógnitas $n_{x,i}$, $n_{y,i}$ e $n_{z,i}$ será um sistema possível e indeterminado. Esta indeterminação pode ser entendida facilmente se observarmos que, sendo $\vec{n}_i = (n_{x,i}, n_{y,i}, n_{z,i})$ uma direção principal associada a σ_i , ou seja:

$$[T]\{\vec{n}_i\} = \sigma_i\{\vec{n}_i\}$$

Então, sendo T um operador vetorial linear:

$$[T]\{\alpha\vec{n}_i\} = \alpha[T]\{\vec{n}_i\} = \alpha\sigma_i\{\vec{n}_i\} = \sigma_i\{\alpha\vec{n}_i\}$$

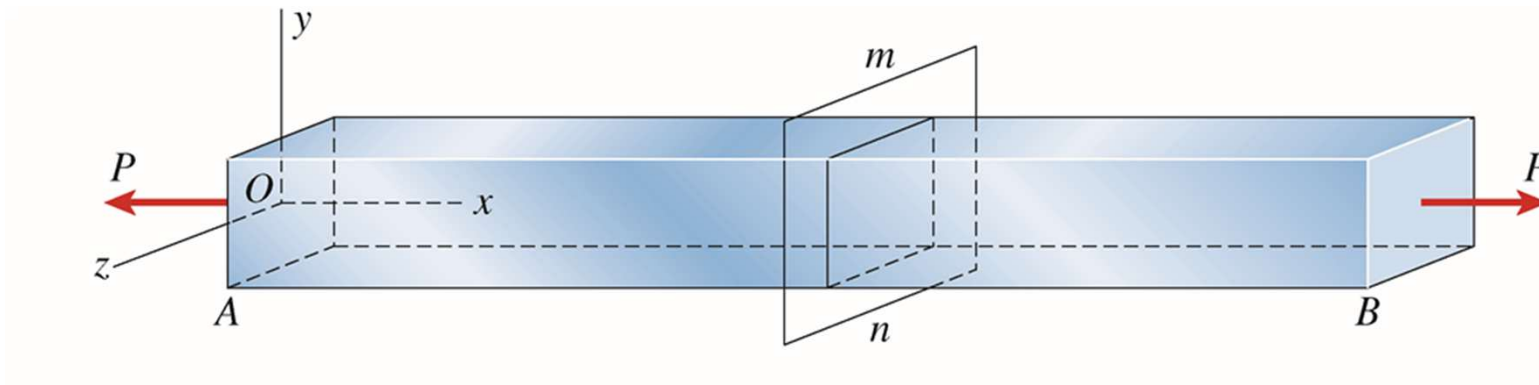


O que mostra que $\alpha\vec{n}_i$ também é um autovetor associado ao mesmo autovalor, ou seja, existem infinitos vetores (de módulos diferentes) que podem satisfazer a Eq.(1) para um mesmo autovalor.



3. Exemplos

3.1. Barra prismática sob tração/compressão simples



Dados:

P = força normal de tração (se $P > 0$) ou de compressão (se $P < 0$);

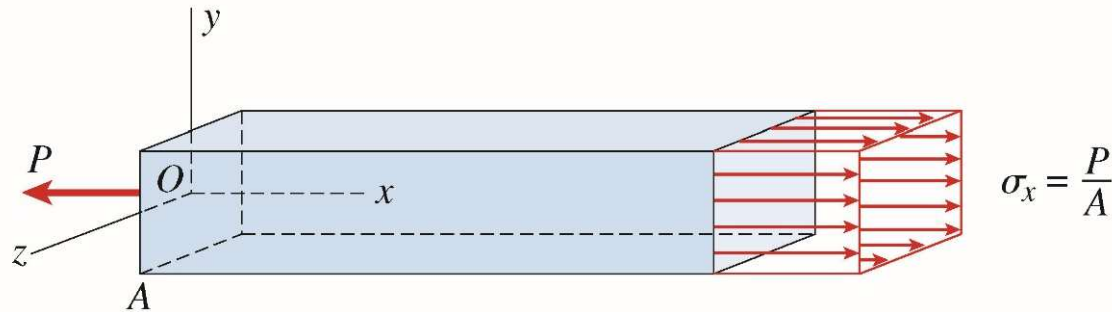
A = área da seção transversal da barra.

Hipótese:

- Linha de ação de P passa pelos centroides das seções transversais.



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



Como vimos na aula anterior, o tensor das tensões, para qualquer ponto da barra (desde que suficientemente distante das extremidades), é escrito na base $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, fica:

$$[T]_b = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P/A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Note que a ausência de tensões de cisalhamento nos planos paralelos aos planos ortogonais yz , xz e xy já mostra que as direções dadas pelos versores $\vec{n}_1 = \vec{e}_x = (1,0,0)_b$, $\vec{n}_2 = \vec{e}_y = (0,1,0)_b$ e $\vec{n}_3 = \vec{e}_z = (0,0,1)_b$ já são direções principais de tensão. Vamos, contudo, aplicar o procedimento padrão para uma investigação completa dos autovalores e autovetores...



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Como vimos, os autovalores do tensor das tensões são obtidos a partir da relação:

$$\det([T] - \sigma[I]) = 0$$

...que, neste caso, fica:

$$\det \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma \end{bmatrix} = 0$$

$$\sigma^2(\sigma_x - \sigma) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} \sigma = 0 \quad (\text{raiz de multiplicidade 2}) \\ \text{ou} \\ \sigma = \sigma_x \quad (\text{raiz de multiplicidade 1}) \end{array} \right.$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Uma vez encontradas as raízes, devemos ordená-las em valor algébrico, seguindo a convenção adotada. Considerando que a força P seja de tração, teremos $\sigma_x = P/A > 0$, logo:

$$\sigma_1 = \sigma_x = P/A \quad \text{e} \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

- **Autovetor associado ao autovalor $\sigma_1 = \sigma_x = P/A$**

Da Eq.(3), teremos, utilizando o autovalor $\sigma_1 = \sigma_x = P/A$:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_x & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

A 1ª equação é satisfeita para quaisquer valores de n_x, n_y e n_z , ao passo que a 2ª e a 3ª equações exigem, respectivamente, que $n_y = 0$ e $n_z = 0$.



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Logo, o autovetor correspondente ao autovalor $\sigma_1 = \sigma_x = P/A$ é:

$$\vec{n}_1 = (n_x, 0, 0)$$

Como devemos ter $\|\vec{n}_1\| = 1$, devemos tomar $n_x = 1$ ou $n_x = -1$ (as duas escolhas são possíveis e corretas). Assim:

$$\vec{n}_1 = (1, 0, 0) \quad \text{ou} \quad \vec{n}_1 = (-1, 0, 0)$$

Autovetores associados ao autovalor $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

De forma análoga, utilizando o autovalor $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ em Eq.(1), virá :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

A 1ª equação é satisfeita quando $n_x = 0$, ao passo que a 2ª e a 3ª equações são satisfeitas para quaisquer valores de n_x , n_y e n_z . Assim, os autovetores associados ao autovalor $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ são da forma:

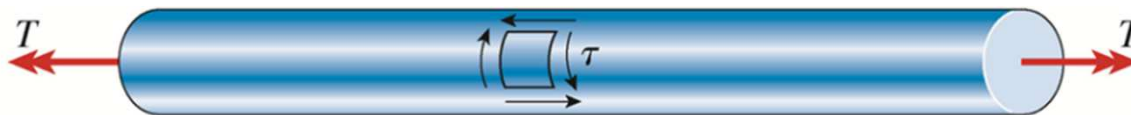
$$\vec{n} = (0, n_y, n_z) \quad \text{com} \quad n_y^2 + n_z^2 = 1$$

Ou seja: $\vec{n} = (0, \cos\theta, \sin\theta), \quad 0 \leq \theta < 2\pi.$

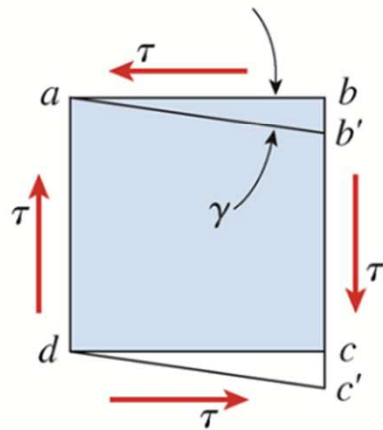
O que significa que qualquer versor contido no plano yz é uma direção principal associada ao autovalor $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (existem infinitos autovetores neste caso).



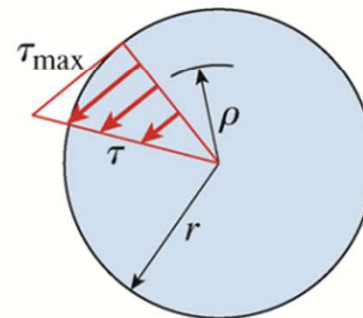
3.2. Barra sob torção pura



(a)



(b)

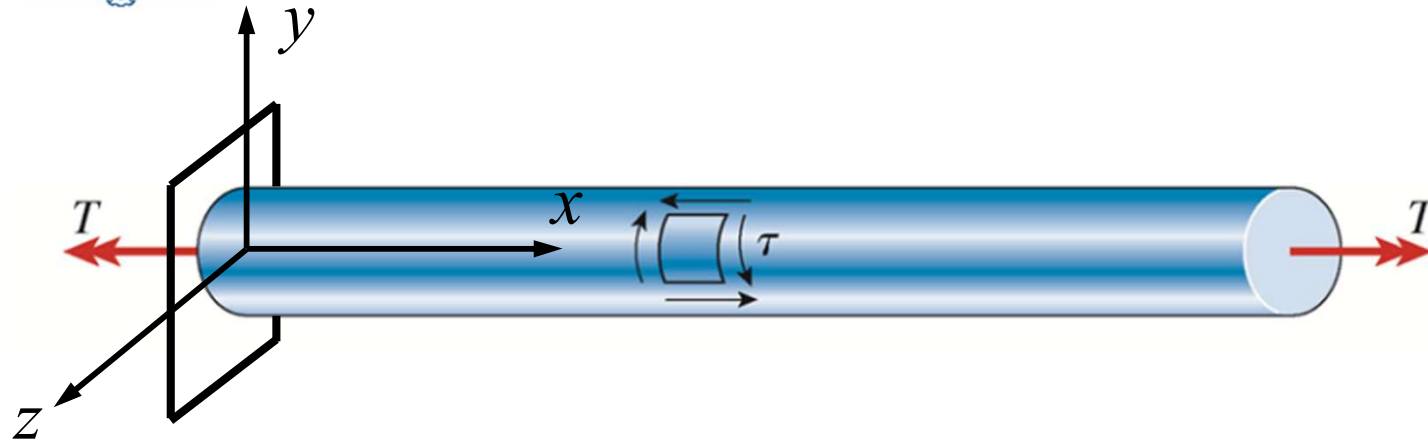


(c)

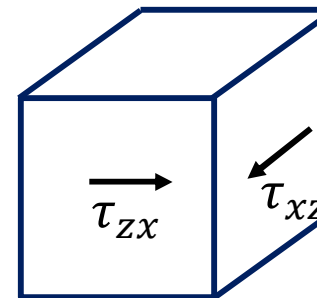
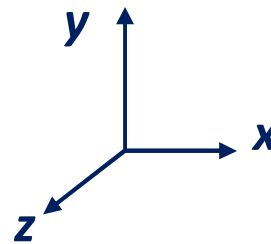
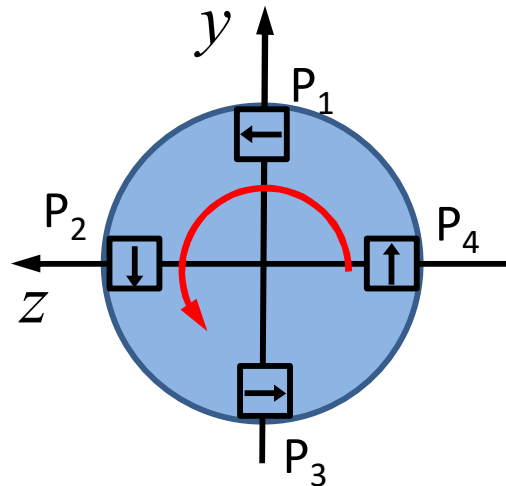
$$\tau_{\text{máx}} = \tau_0 = \frac{T}{I_p} r > 0$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



Estado de tensões e tensor das tensões em P_1 :



$$[T(P_1)]_b = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

- **Determinação dos autovalores do tensor das tensões:**

$$\det \begin{bmatrix} -\sigma & 0 & \tau_0 \\ 0 & -\sigma & 0 \\ \tau_0 & 0 & -\sigma \end{bmatrix} = 0$$

$$-\sigma^3 + \sigma\tau_0^2 = 0$$

$$-\sigma(\sigma^2 - \tau_0^2) = 0$$



$$\sigma = 0$$

ou

$$\sigma = \pm|\tau_0|$$

Uma vez encontradas as raízes, devemos ordená-las em valor algébrico, seguindo a convenção adotada. Notamos que, independentemente do sentido do torque aplicado, teremos:



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

$$\sigma_1 = +|\tau_0| \quad \sigma_2 = 0 \quad \sigma_3 = -|\tau_0|$$

- **Autovetor associado ao autovalor $\sigma_1 = +|\tau_0|$:**

$$\begin{bmatrix} -|\tau_0| & 0 & \tau_0 \\ 0 & -|\tau_0| & 0 \\ \tau_0 & 0 & -|\tau_0| \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Notamos que a 1ª e a 3ª equações algébricas são linearmente dependentes e levam a:

$$n_x = \frac{\tau_0}{|\tau_0|} n_z = \text{sign}(\tau_0) \cdot n_z$$

Como neste caso temos $\tau_0 > 0$, virá: $n_x = n_z$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Já, da 2ª equação algébrica, teremos: $n_y = 0$

E, portanto, o autovetor associado ao autovalor $\sigma_1 = +|\tau_0|$ é dado por:

$$\vec{n}_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Ou ainda por:

$$\vec{n}_1 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

- **Autovetor associado ao autovalor $\sigma_2 = 0$:**

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Neste caso, a 1ª equação leva a $n_z = 0$, e a 3ª equação leva a $n_x = 0$. Já a 2ª equação fica satisfeita para quaisquer valores de n_x , n_y e n_z . Logo, o autovetor associado ao autovalor $\sigma_2 = 0$ fica:

$$\vec{n}_2 = (0, 1, 0)$$

Ou ainda:

$$\vec{n}_2 = (0, -1, 0)$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

- **Autovetor associado ao autovalor $\sigma_3 = -|\tau_0|$:**

$$\begin{bmatrix} |\tau_0| & 0 & \tau_0 \\ 0 & |\tau_0| & 0 \\ \tau_0 & 0 & |\tau_0| \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \tau_0 & 0 & \tau_0 \\ 0 & \tau_0 & 0 \\ \tau_0 & 0 & \tau_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

A 1ª e a 3ª equações algébricas são linearmente dependentes e levam a:

$$n_x = -n_z$$

E a 2ª equação traz: $n_y = 0$

Logo, o autovetor associado ao autovalor $\sigma_3 = -|\tau_0|$ é dado por:

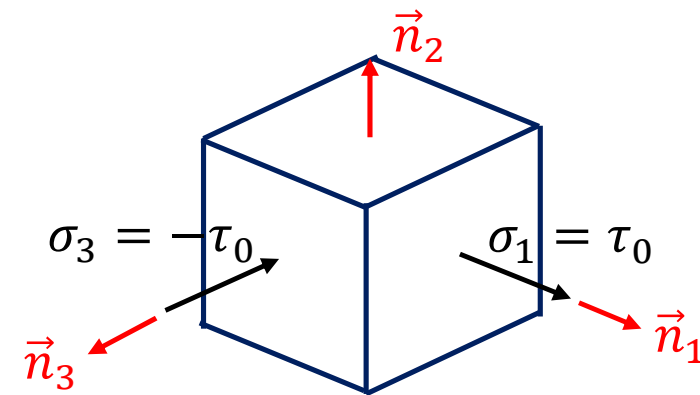
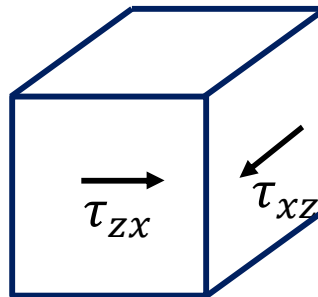
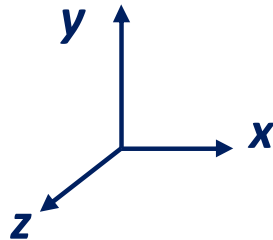
$$\vec{n}_3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad \text{ou} \quad \vec{n}_3 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Para obtermos uma base formada pelas direções principais de tensão podemos considerar então:

$$\vec{n}_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad \vec{n}_2 = (0, 1, 0) \quad \vec{n}_3 = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Lembrando que em uma base genérica $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, o tensor das tensões fica escrito como:

$$[T]_b = \begin{bmatrix} \boxed{\sigma_x} & \boxed{\tau_{yx}} & \boxed{\tau_{zx}} \\ \boxed{\tau_{xy}} & \boxed{\sigma_y} & \boxed{\tau_{zy}} \\ \boxed{\tau_{xz}} & \boxed{\tau_{yz}} & \boxed{\sigma_z} \end{bmatrix}$$

$\vec{\rho} \Big|_{\vec{n}=\vec{e}_x} \quad \vec{\rho} \Big|_{\vec{n}=\vec{e}_y} \quad \vec{\rho} \Big|_{\vec{n}=\vec{e}_z}$

Então, na base formada pelas direções principais de tensão, $b' = (\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3)$, o tensor das tensões ficará escrito como:



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

$$[T]_{b'} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Diagram illustrating the stress tensor $[T]_{b'}$ in a principal coordinate system. The tensor is shown as a 3x3 matrix with diagonal elements σ_1 , σ_2 , and σ_3 , and off-diagonal elements all equal to zero. The matrix is partitioned into three columns by dashed lines: a blue dashed box around the first column, a red dashed box around the second column, and a green dashed box around the third column. Arrows point from each column to its corresponding principal stress vector:

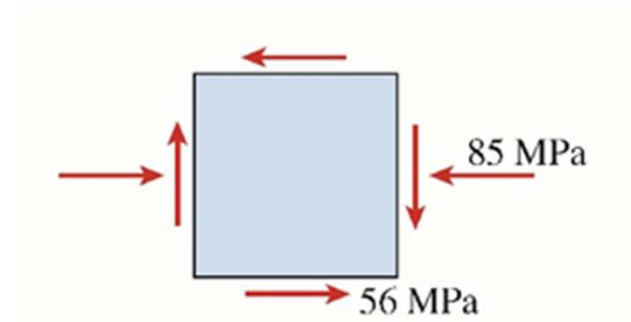
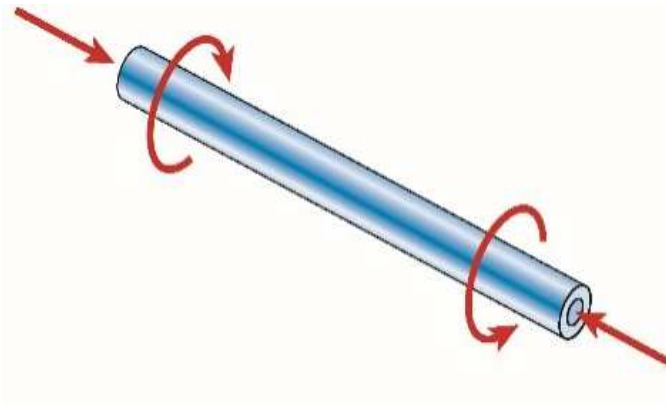
- Blue arrow from the first column to $\vec{\rho}|_{\vec{n}=\vec{n}_1}$
- Red arrow from the second column to $\vec{\rho}|_{\vec{n}=\vec{n}_2}$
- Green arrow from the third column to $\vec{\rho}|_{\vec{n}=\vec{n}_3}$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Exercício:

7.3-10. Um eixo propulsor, submetido à torção combinada com um carregamento axial de compressão, é projetado para resistir a uma tensão de cisalhamento de 56 MPa e a uma tensão de compressão de 85 MPa (conforme a figura). Determine as tensões principais e mostre-as em um elemento orientado adequadamente (em relação aos planos horizontal e vertical indicados na figura).



Resp. parcial: a) $\sigma_1 = 27,8 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -112,8 \text{ MPa}$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referências:

- [1] Martins, C.A. Introdução ao Estudo das Tensões, (2020), 66p.
- [2] Popov, E.P. Engineering Mechanics of Solids, 2nd ed., Prentice-Hall, Inc., 1998, 864p.
- [3] Gere, J.M.; Goodno, B.J.; Mecânica dos Materiais, Tradução da 7^a edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p.