



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II

Aula #15

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

07/10/2025



Critério de Rankine (1876)

- Materiais frágeis
- Material frágil é um material com ruptura abrupta, como uma fratura
- O material sofre ruptura quando a tensão de tração atinge um valor limite f_t

$$\mathbb{F}([T]) = \sigma_1$$

- Fator de segurança

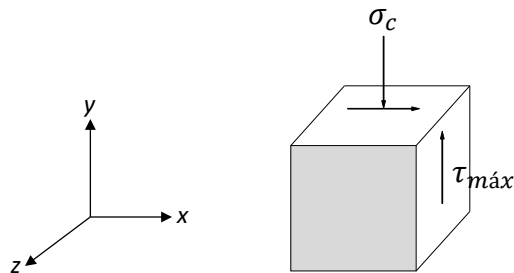
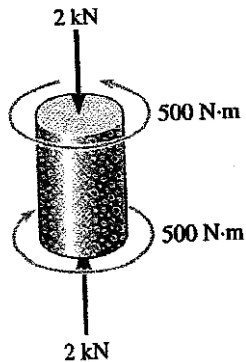
$$FS = \frac{f_t}{\sigma_1}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Exercício

Um cilindro de concreto com diâmetro de 50 mm está sujeito a um torque e a uma força de compressão. Determinar se ele falhará, sabendo que a resistência à tração do concreto é $f_t = 28 \text{ MPa}$.



$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{m\acute{a}x} & 0 \\ \tau_{m\acute{a}x} & -\sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{T d}{I_p 2} = \frac{16T}{\pi d^3} = 20,4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = \frac{N}{A} = \frac{4N}{\pi d^2} = 1,02 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = 19,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = -20,9 \text{ MPa}$$

Material frágil $\Rightarrow$ critério de Rankine

$$FS = \frac{28}{19,9} = 1,4 \Rightarrow \text{Não falha}$$

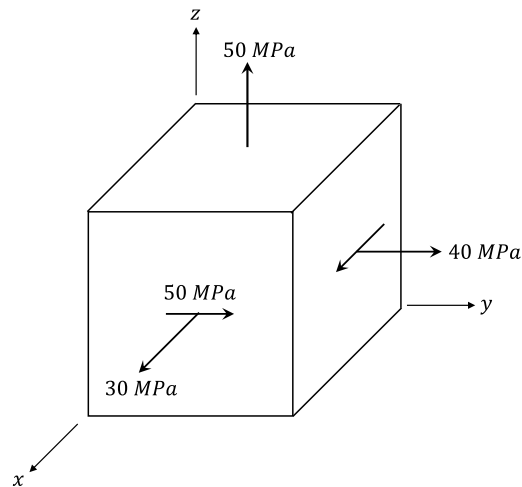


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Exercício

O elemento cúbico orientado da figura representa o estado de tensão em um certo ponto P de uma estrutura. Pedem-se, para esse ponto:

- a) o fator de segurança, se a estrutura for formada por um material dúctil com tensão de escoamento $\sigma_y = 200 \text{ MPa}$;
- b) o fator de segurança, se a estrutura for formada por um material frágil com tensão de ruptura à tração $\sigma_t = 100 \text{ MPa}$.



$$\sigma_1 = 85,2 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = 50,0 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = -15,2 \text{ MPa}$$

a)

$$FS=1,99 \text{ (pelo critério de Tresca)}$$

ou

$$FS=2,26 \text{ (pelo critério de von Mises)}$$

b)

$$FS=1,17 \text{ (pelo critério de Rankine)}$$



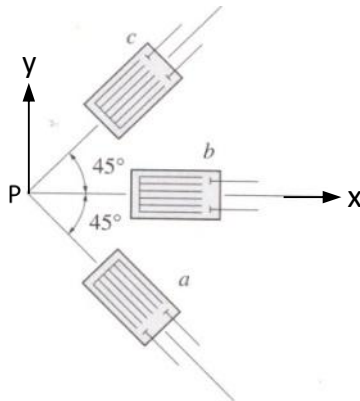
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Exercício

A roseta da figura está colada a um ponto P da superfície de um corpo submetido a um certo carregamento. As leituras dos seus extensômetros são $\varepsilon_a = 150\mu$, $\varepsilon_b = 100\mu$ e $\varepsilon_c = 150\mu$. Sabendo que o corpo é feito de um material dúctil, pede-se determinar qual é o fator de segurança no ponto em que está colada a roseta, para o carregamento aplicado.

São dados, para o material do corpo:

- módulo de elasticidade: $E = 300GPa$;
- coeficiente de Poisson: $\nu = 0,5$;
- tensão de escoamento: $\sigma_e = 200MPa$



$$\varepsilon(\theta) = \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\varepsilon_x = 100\mu \quad \varepsilon_y = 200\mu \quad \gamma_{xy} = 0$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) = 80 MPa$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) = 100 MPa$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_1 = 100 MPa \quad \sigma_2 = 80 MPa \quad \sigma_3 = 0$$

$$FS = \frac{\sigma_e}{\sigma_1 - \sigma_3} = 2$$



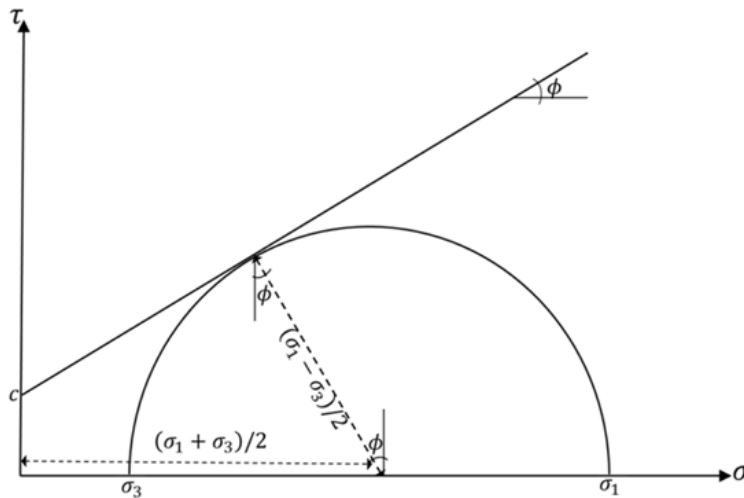
Outros critérios de falha

- Critério de Mohr-Coulomb
 - Usado para solos e rochas

$$\tau = \sigma \tan \phi + c$$

$c \rightarrow$ coesão

$\phi \rightarrow$ ângulo de atrito do material





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Outros critérios de falha

- Critério de Griffith
 - Material frágil
 - Baseado na Mecânica da Fratura
 - Quando a fratura atingir um valor limite ela cresce até o material falhar



Outros critérios de falha

- Critério de Hashin-Rotem
 - Materiais compósitos anisotrópicos
(Materiais com propriedades diferentes em direções distintas)
 - Tem expressões matemáticas distintas para cada modo de falha
 - Falha por tração na direção da fibra
 - Falha por compressão na direção da fibra
 - Falha por tração na matriz
 - Falha por compressão na matriz
 - Delaminação



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Principais critérios de falha (usando IA):



Para materiais metálicos

Critério	Aplicação principal	Características-chave
Von Mises	Metais dúcteis	Baseado na energia de distorção
Tresca	Metais dúcteis	Baseado na máxima tensão de cisalhamento
Rankine	Metais frágeis	Considera a máxima tensão principal



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Principais critérios de falha (usando IA):



Para materiais compósitos

Critério	Aplicação principal	Características-chave
Hashin-Rotem	Compósitos unidirecionais	Diferencia falha na fibra e na matriz
Tsai-Wu	Compósitos laminados	Critério geral com interação entre tensões
Puck	Compósitos com falha interlaminar	Considera delaminação e falha por cisalhamento



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Principais critérios de falha (usando IA):



Para cerâmicas e materiais frágeis

Critério	Aplicação principal	Características-chave
Griffith	Cerâmicas, vidros, rochas	Fratura por propagação de trincas
Irwin	Materiais frágeis	Extensão do Griffith com fator de intensidade de tensão



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Principais critérios de falha (usando IA):

 Para materiais geotécnicos (solos e rochas)

Critério	Aplicação principal	Características-chave
Mohr-Coulomb	Solos e rochas	Combina coesão e atrito interno
Griffith	Rochas frágeis, cerâmicas	Baseado em energia de fratura e presença de trincas
Hoek-Brown	Rochas intactas ou fraturadas	Empírico, mais realista para maciços rochosos



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência

Martins, C.A. *Introdução ao Estudo das Tensões*. Disponível no Moodle