



*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Departamento de Engenharia Mecânica*

*PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II*

*Aula #08*

*Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins*

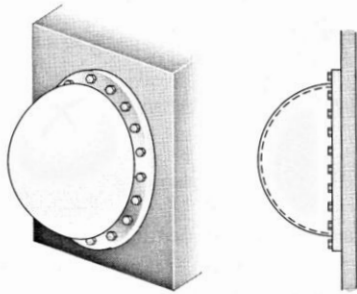
*27/08/2025*



**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

**8.2-3** Uma janela hemisférica em uma câmara de descompressão (veja a figura) está submetida a uma pressão do ar interna de 600 kPa. A janela é fixada à parede da câmara por 18 parafusos.

Encontre a força de tração  $F$  em cada parafuso e a tensão de tração  $\sigma$  na janela se o raio do hemisfério for de 400 mm e sua espessura for de 25 mm.



$$F = \frac{\pi p r^2}{n} \Rightarrow F = 16,76 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{pr}{2t} \Rightarrow \sigma = 4,8 \text{ MPa}$$

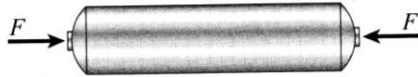


## Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

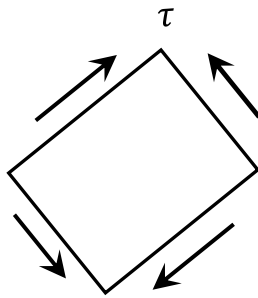
### Departamento de Engenharia Mecânica

**8.3-4** Um vaso de pressão cilíndrico de parede fina de raio  $r$  é submetido simultaneamente à pressão de gás interna  $p$  e a uma força de compressão  $F$  agindo nas extremidades (veja a figura).

Qual deve ser a intensidade da força  $F$  para produzir cisalhamento puro na parede do cilindro?



*Cisalhamento puro*



$$T = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -\sigma & \tau & 0 \\ \tau & -\sigma & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \sigma(\sigma^2 - \tau^2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \tau \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = -\tau \end{cases} \Rightarrow \sigma_1 = -\sigma_3$$

$$\sigma_1 = \sigma_c = \frac{pr}{t}$$

$$\sigma_3 = \sigma_l - \frac{F}{A} = \frac{pr}{2t} - \frac{F}{2\pi r t}$$

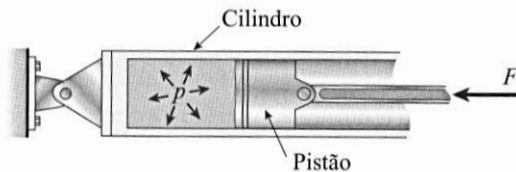
$$\sigma_1 = -\sigma_3 \Rightarrow \frac{pr}{t} = -\frac{pr}{2t} + \frac{F}{2\pi r t} \Rightarrow F = 3\pi r^2$$



## Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia Mecânica

**8.3-7** Um cilindro cheio de óleo é pressionado por um pistão, como mostrado na figura. O diâmetro  $d$  do pistão é de 48 mm e a força de compressão  $F$  é de 16 kN. A máxima tensão de cisalhamento admitida  $\tau_{adm}$  na parede do cilindro é de 42 MPa.

Qual é a mínima espessura permitida  $t_{min}$  da parede do cilindro?



$$\sigma_1 = \sigma_c = \frac{pr}{t}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = 0$$

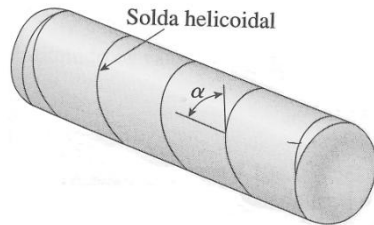
$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{pr}{2t}$$

$$p = \frac{F}{\pi r^2}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \tau_{adm} \Rightarrow t_{m\acute{i}n} = \frac{F}{2\pi r \tau_{adm}} \Rightarrow t_{m\acute{i}n} = 2,53 \text{ mm}$$



## Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia Mecânica



Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina, enrolando-se a placa de aço em torno de um mandril e então se soldando ao longo das bordas da placa para fazer uma junção helicoidal, conforme a figura. A solda helicoidal faz um ângulo  $\alpha = 45^\circ$  com o eixo longitudinal. O vaso tem raio interno  $r = 1,8 \text{ m}$  e espessura da parede  $t = 20 \text{ mm}$ . A pressão interna  $p$  é  $800 \text{ kPa}$ . Pede-se calcular:

- a) a tensão circunferencial na parede cilíndrica do vaso;
- b) a tensão longitudinal na parede cilíndrica do vaso;
- c) a tensão de cisalhamento máxima na parede cilíndrica do vaso;
- d) a tensão normal que age perpendicularmente à solda;
- e) a tensão de cisalhamento que age paralelamente à solda.

a) 
$$\sigma_c = \frac{pr}{t} = \frac{800 * 1,8}{0,02} \text{ kPa} \Rightarrow \sigma_c = 72 \text{ MPa}$$

b) 
$$\sigma_L = \frac{1}{2} \sigma_c \Rightarrow \sigma_L = 36 \text{ MPa}$$

c) 
$$\sigma_1 = \sigma_c; \sigma_2 = \sigma_L; \sigma_3 = 0;$$
$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \Rightarrow \tau_{\text{máx}} = 36 \text{ MPa}$$

d) e e)

$$[T] = \begin{bmatrix} 72 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \vec{n} = \cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}$$

$$\vec{\rho} = T[\vec{n}] = 72 \cos \alpha \vec{i} - 36 \sin \alpha \vec{j}$$

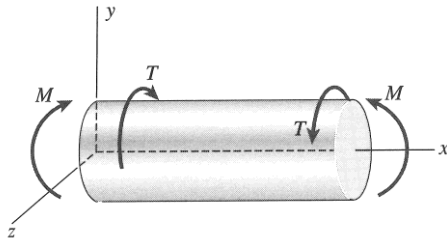
$$\sigma = \vec{\rho} \cdot \vec{n} = 72 \cos^2 \alpha + 36 \sin^2 \alpha$$

$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow \sigma_w = 54 \text{ MPa}$$

$$\tau^2 = \rho^2 - \sigma^2 \Rightarrow \tau_w = 18 \text{ MPa}$$

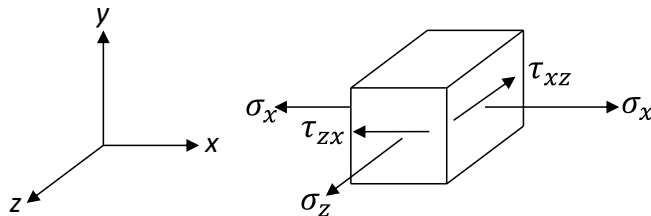


## Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia Mecânica



Um vaso de pressão cilíndrico de parede fina com extremidades planas está submetido a uma pressão interna  $p$ , a um torque  $T$  e a um momento fletor  $M$  conforme a figura. O raio externo do cilindro é  $R$  e a espessura de sua parede é  $t$ . É dado o momento polar em relação ao centro da seção transversal do vaso:  $I_p = 2\pi R^3 t$ . Pede-se determinar o fator de segurança em um ponto  $P$  situado na parte mais inferior da superfície externa do vaso, dada a tensão de escoamento em cisalhamento  $\tau_e$ .

Dados:  $p = 4\text{MPa}$     $R = 40\text{cm}$     $T = 128\pi\text{ kN.m}$     $t = 1\text{cm}$     $M = 32\pi\text{ kN.m}$     $\tau_e = 135\text{ MPa}$



$$[T] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \Rightarrow [T] = \begin{bmatrix} 100 & 0 & -40 \\ 0 & 0 & 0 \\ -40 & 0 & 160 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_1 = 180\text{MPa} \quad \sigma_2 = 80\text{MPa} \quad \sigma_3 = 0$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 90\text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\tau_e}{\tau_{\text{máx}}} = 1,5$$

$$\sigma_x = \frac{pR}{2t} + \frac{MR}{\pi R^3 t} = (80 + 20)\text{MPa} \Rightarrow \sigma_x = 100\text{ MPa}$$

$$\sigma_z = \frac{pR}{t} \Rightarrow \sigma_z = 160\text{MPa}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = -\frac{TR}{2\pi R^3 t} \Rightarrow = -40\text{ MPa}$$



***Escola Politécnica da Universidade de São Paulo***  
***Departamento de Engenharia Mecânica***

***Referência***

Gere, J.M. & Goodno, B.J. *Mecânica dos Materiais* – 7ª edição – Capítulo 8