Aula 17: Ondas

Prof[a] Nair Stem
Instituto de Física da USP

Conceito de Onda

- Onda: qualquer sinal que se transmite de um ponto a outro de um meio com velocidade definida. Transmissão de sinais entre dois pontos sem que haja transporte direto de matéria.

Objeto flutuante se move para cima e para baixo, para frente e para trás, mas permanecendo em média na mesma posição.

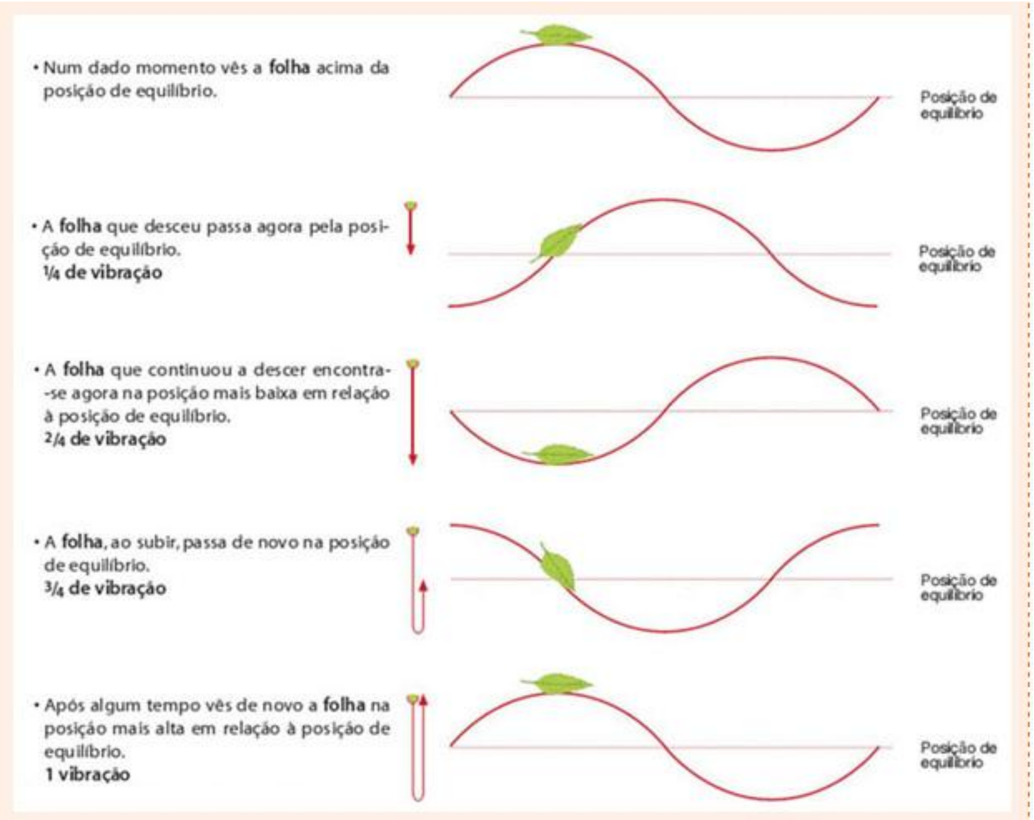
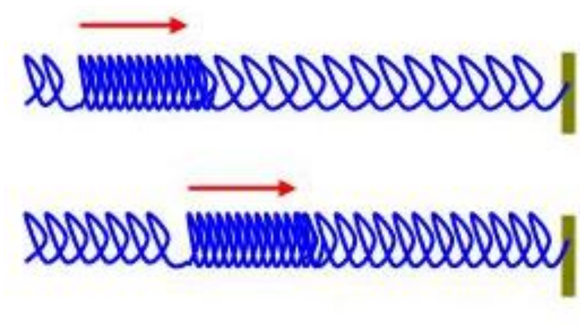


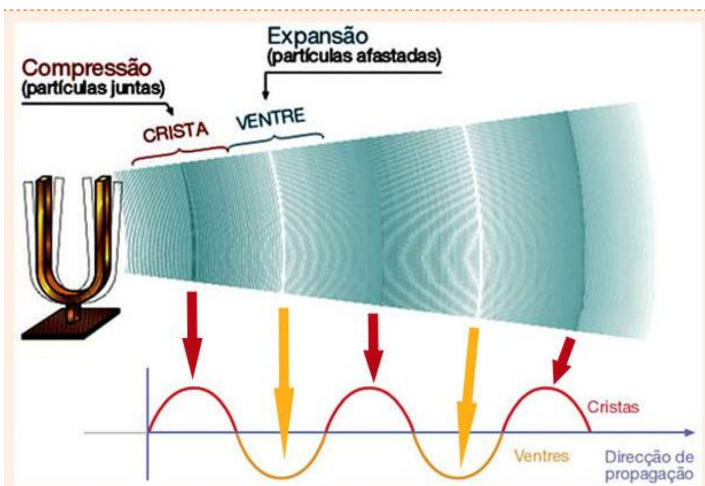
Imagem do livro "FQ8 - Sustentabilidade na Terra - Edições ASA".

Ondas Longitudinais

Onda de compressão ao longo de uma mola que está em equilíbrio.



Ondas longitudinais: a perturbação transmitida pela onda (compressão ou rarefação) tem lugar ao longo da direção de propagação (x) da onda.
As ondas sonoras estudadas adiante são ondas longitudinais.

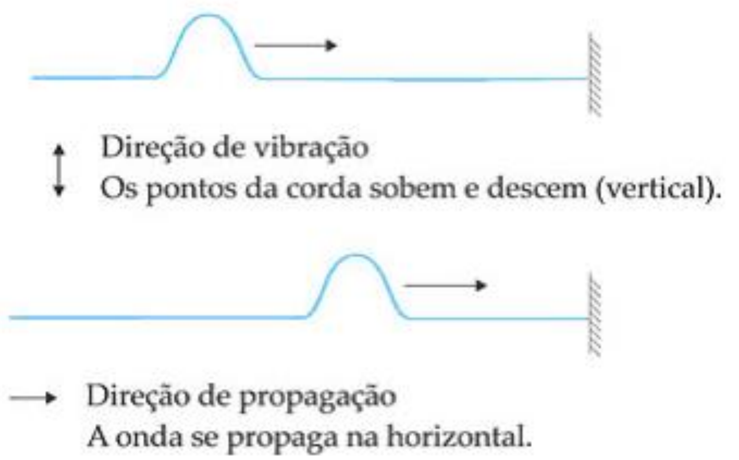


Zonas de compressão – azul escuro
Zonas de expansão – zonas " rarefeitas"
- Azul claro

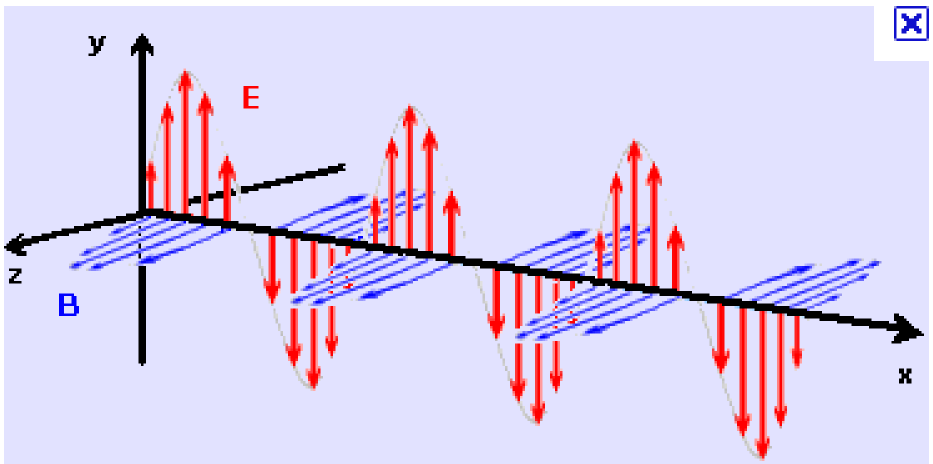
Ondas sonoras na atmosfera...

Ondas Transversais

O pulso se propaga como uma onda ao longo da corda, na direção x. Cada ponto da corda oscila para baixo e para cima, ou seja, a perturbação é um deslocamento na direção y, perpendicular à direção de propagação da onda.



Outros Exemplos

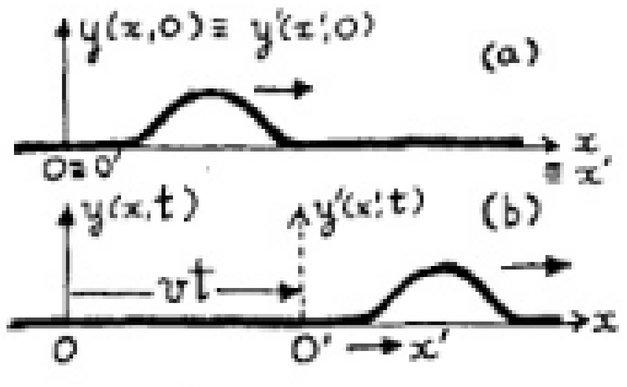


Ondas eletromagnéticas: os campos elétricos, E e magnéticos, B, oscilam perpendicularmente à direção de propagação. Não precisam de um meio material para se propagar => podem se propagar no vácuo!!!!

Utilizações: TV, rádio, internet, telefonia, forno microondas, radioterapia, cirurgias utilizando laser, mísseis tele-guiados, sensores infra-vermelhos, sensores, na previsão do tempo, entre outros

Ondas em uma dimensão: Ondas Transversais em uma corda infinita

Infinita? => intervalos de tempos apreciáveis, numa corda suficientemente longa, ou para qualquer tempo no caso limite ideal



(a) y(x,0) para t=0
(b) Perfil no instante t. Onda progressiva que se desloca para direita com velocidade, v.

Se observamos a onda em referencial O´x´y´ que se move com velocidade v ao longo do eixo x (e coincidente com Oxy para t=0), O PERFIL DA ONDA NÃO MUDA COM O TEMPO NESTE REFERENCIAL!!!!!

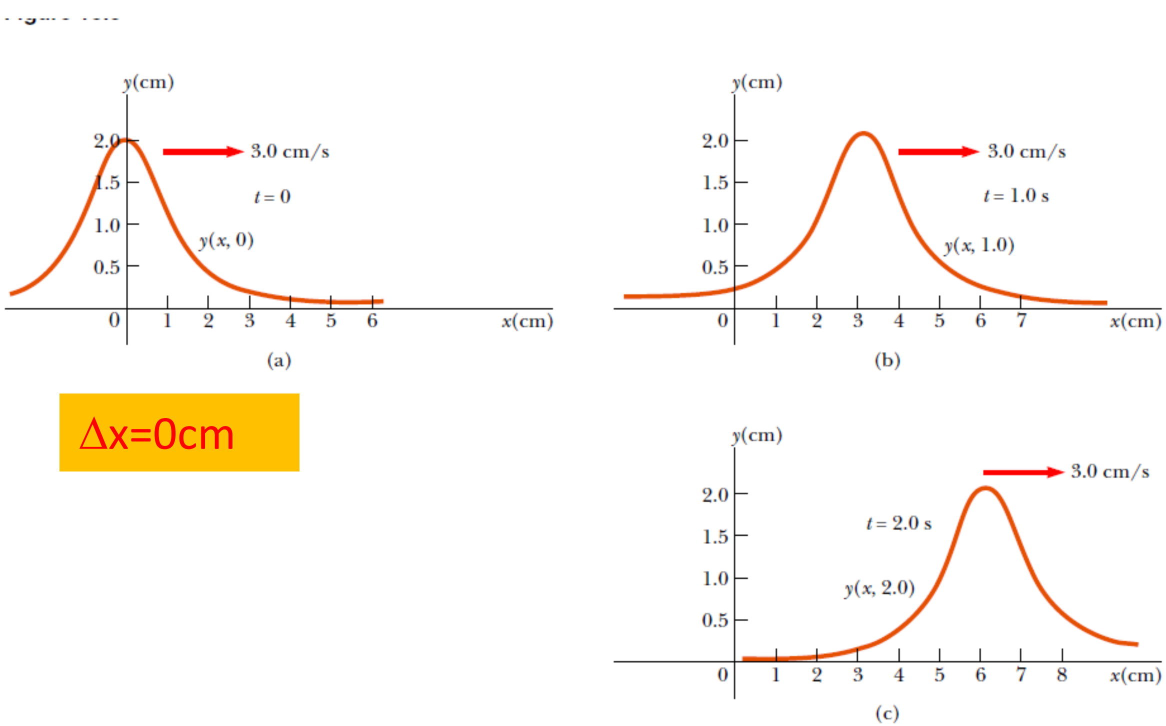
$y'(x', t)=y'(x',0)=f(x')$

SOMENTE FUNÇÃO DE X´

- Relação entre os dois referenciais é dada por uma transformação de Galileu: x´=x-vt, y´=y =>
- no referencial original y(x,t)=f(x-vt) (onda progressiva que se propaga para a direita com velocidade v) **=> y depende de x e t através de x´=x-vt, podendo ser uma função qualquer de x´.**

$$y(x,t) = y(x+\Delta x, t+\Delta t) \text{ para } \Delta x = v\Delta t$$

=> No instante t+Δt, o pulso é deslocado de Δx=vt

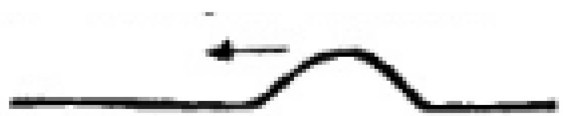


Δx=0cm

Δx=vt=3x1=3cm

Δx=vt=3x2=6cm

Um pulso se propagando para a esquerda...



$v \to -v$:

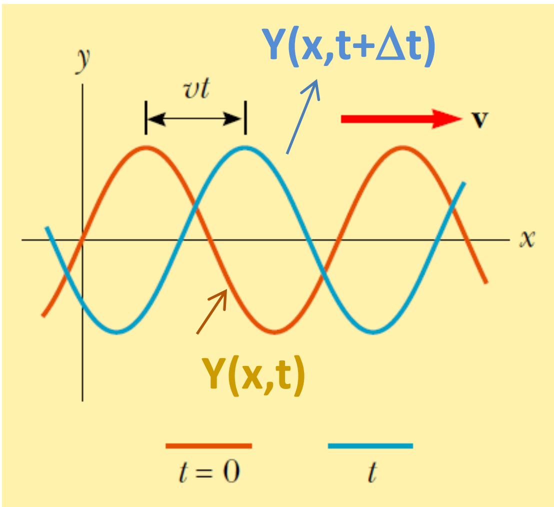
$$\boxed{y(x,t) = g(x + vt)}$$

Nesta expressão g(x´´) onde x´´=x+vt

Uma corda finita

- Uma onda progressiva ao atingir uma extremidade, é geralmente refletida, gerando onda progressiva em sentido oposto também => em uma corda finita teremos ondas progressivas nos dois sentidos:
- $y(x,t)=f(x-vt)+g(x+vt)$

Ondas Harmônicas



Ondas Harmônicas: Perturbação num dado ponto x, corresponde a uma oscilação harmônica simples.

$$f(x') = A\cos(kx' + \delta)$$

Onde x´ =x-vt, para uma onda progressiva que se propaga para a direita

$$y(x,t) = A\cos[k(x - vt) + \delta]$$

$\Delta x = vt$

Lembrete: Oscilador Harmônico

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{\omega = k v = 2\pi \nu = 2\pi / \tau}$$

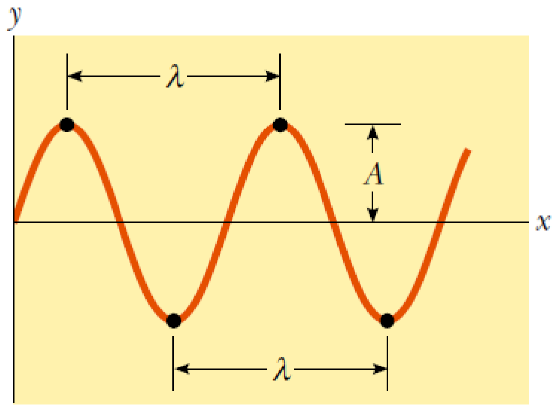
velocidade

ν => frequencia

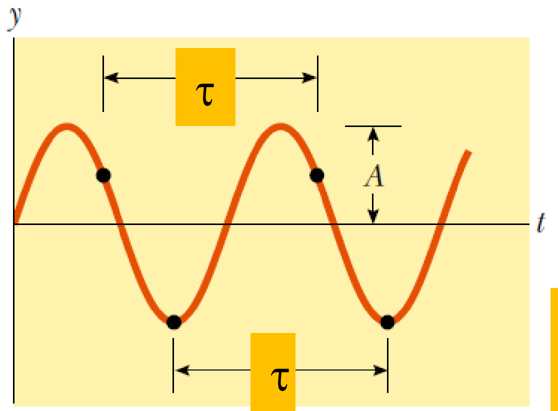
τ=> período

ONDAS HARMÔNICAS

Por exemplo: Fazendo perturbar a extremidade de uma corda com MHS



(a)



(b)

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \delta)$$

$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$$

Comprimento de onda
(período espacial)

k=2π/λ =>w = kv = (2π/λ)v =(2π)/τ => **λ=vτ**

velocidade

Interpretação: A onda se desloca de Δx=λ durante um período Δt=τ (s) => λ=vτ => v=λν

Mais algumas definições...

$\nu = 1/\tau$

Frequência = número de oscilações por unidade de tempo   1/s=1Hz (Hertz)

$$\omega = 2\pi \nu$$

frequência

Frequência Angular (rad/s)

$$\sigma = 1/\lambda$$

Número de onda (número de comprimentos de onda por unidade de tempo) (m^{-1})

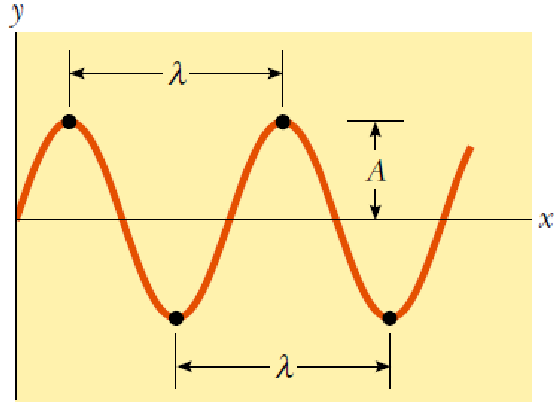
$$k = 2\pi\sigma = 2\pi/\lambda$$

Número de Onda Angular   (rad/m)

$$y(x,t) = A\cos(\underbrace{kx - \omega t + \delta}_{\varphi(x,t)})$$

A, Amplitude de oscilação ou amplitude de onda (m)

Argumento do cosseno chama-se fase de onda, e δ é a constante de fase



Observando-se a onda em um ponto onde a fase é constante, como por exemplo em uma dada crista de onda:

$$\varphi(x,t) = \varphi_0 = \text{constante}$$

$$\varphi(x,t) = kx - \omega t + \delta$$

Derivando-se em relação ao tempo a fase de onda:

$$\frac{d\varphi}{dt} = k\frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

$$\boxed{\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v = \nu\lambda}$$

Lembrete:

$$\boxed{\omega = kv = 2\pi\nu = 2\pi/\tau}$$

frequência

v ,velocidade de fase (PARA O CASO ONDE A FASE É CONSTANTE)

OUTRA NOTAÇÃO (números complexos)

- $y(x,t)=Re[Ae^{i(kx-wt+\delta)}]$

Equação de Ondas Unidimensional

- Considere a expressão geral de uma onda progressiva que se propaga para a direita:

Y(x,t)=f(x´), x´=x-vt

$\Rightarrow$velocidade: $$\text{velocidade} = \frac{\partial}{\partial t} y(x,t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{dx'}\frac{\partial x'}{\partial t} = -v\frac{df}{dx'}$$

Regra da cadeia

onde usamos $\partial x'/\partial t = \frac{\partial}{\partial t}(x - vt) = -v$

Velocidade

⇒Aceleração: $\text{aceleração} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x,t)$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{dx'}\frac{\partial x'}{\partial t} = -v\frac{df}{dx'}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{df}{dx'}\right) = -v\frac{d}{dx'}\left(\frac{df}{dx'}\right)\underbrace{\frac{\partial x'}{\partial t}}_{=-v}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \underbrace{\frac{d^2 f}{dx'^2}}_{\text{Reescrevendo}}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \underbrace{\frac{d^2 f}{dx'^2}}$$

Reescrevendo

Por outro lado, como $\partial x' / \partial x = \frac{\partial}{\partial x}(x - vt) = 1$, temos

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{dx'}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{df}{dx'} \left\{ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d^2 f}{dx'^2}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{d^2 f}{dx'^2} \right.$$

$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0}$$

Equação de Onda
Unidimensional

E se a onda se propagasse para esquerda?

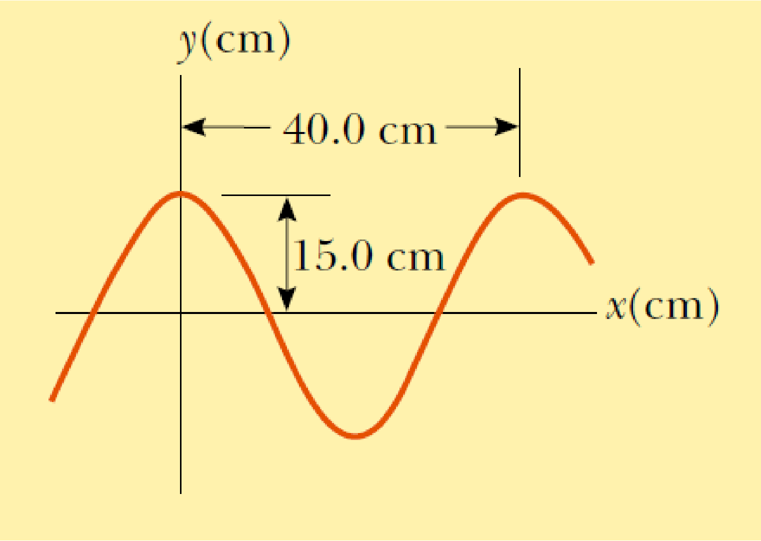
$$y(x,t) = g(x'') \quad , \quad x'' = x + vt$$

isto equivale a trocar $v \rightarrow -v$ e $x' \rightarrow x''$

Também continua válida

Exemplo 1

Uma onda senoidal progressiva que desloca no sentido positivo de x tem uma capacidade de amplitude de 15cm, um comprimento de onda de 40cm e uma frequencia de 8Hz. O deslocamento vertical do meio em t=0 e x=0 também é 15cm como mostra a figura. (a) Encontre o número de onda angular, o período, a frequencia angular e a sua velocidade de onda.
(b) Determine a constante de fase e escreva uma expressão geral para a função de onda.



Solução

- (a) $k=2\pi/\lambda=2\pi/40=0.157$ rad/cm

  $\tau=1/\nu=1/8=0.125$ s

  $w=2\pi/\tau=2\pi/0.125=50.3$ rad/s

  $v=\lambda\nu=(8)(40)=320$cm/s

- (b) $y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \delta)$

p/ x=0,t=0 => y(0,0)=15cm (dado do problema)

$y(0,0)=A\cos(\delta)=15$cm, mas A=15cm => $\cos(\delta)=1 \Rightarrow \delta=0^o$ =>

$y(x,t)=15\cos(0.157x - 50.3t)$ –

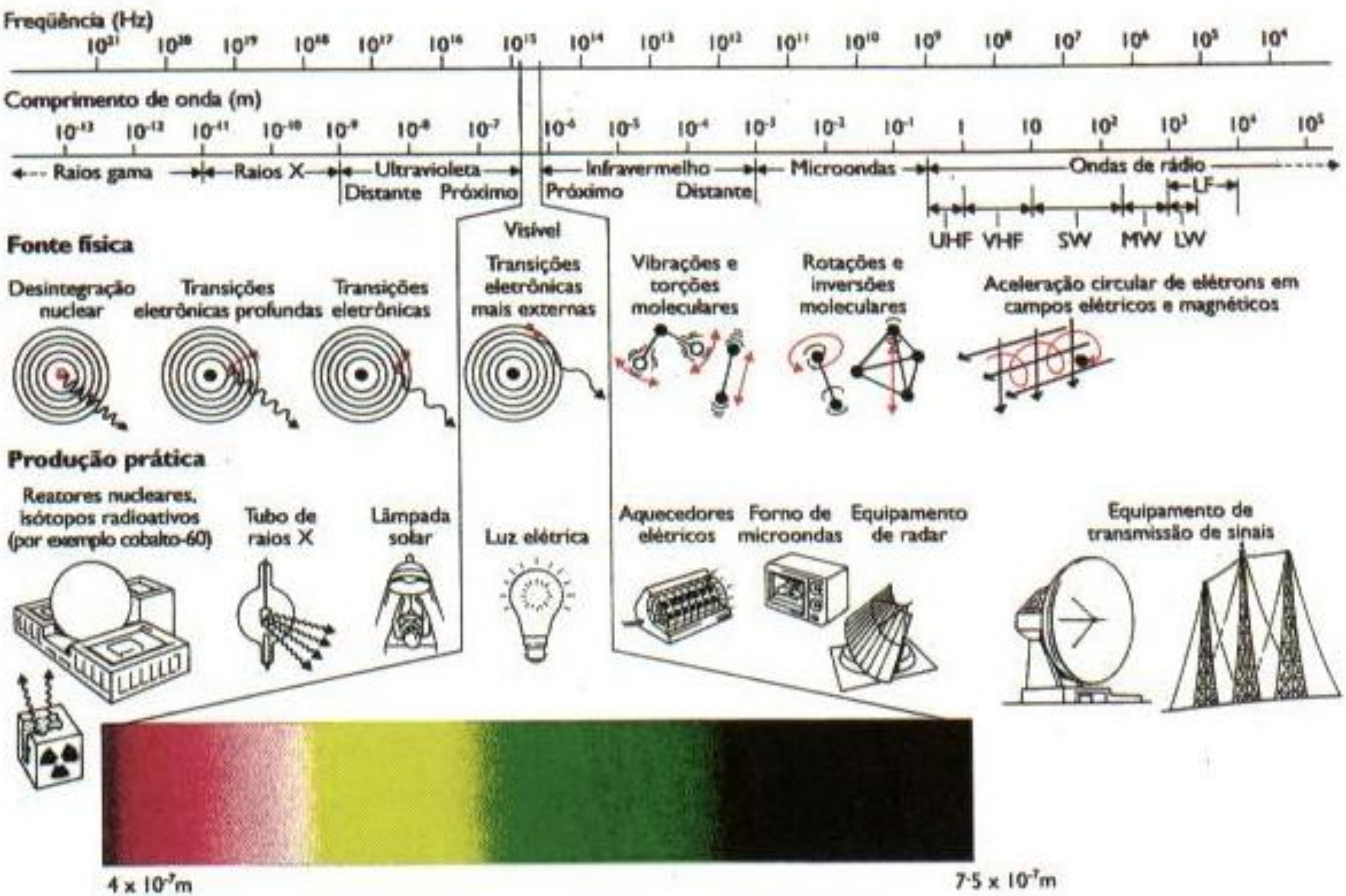
função de onda y(x,t) será dada em cm.

Apêndice – As ondas em nossas vidas

Aplicações de Ondas transversais: Caso particular- Ondas Eletromagnéticas

Utilizações: TV, rádio, internet, telefonia, forno microondas, radioterapia, cirurgias utilizando laser, mísseis tele-guiados, sensores infra-vermelhos, sensores, na previsão do tempo, entre outros

Diferentes Frequências, ν => Diferentes Aplicações

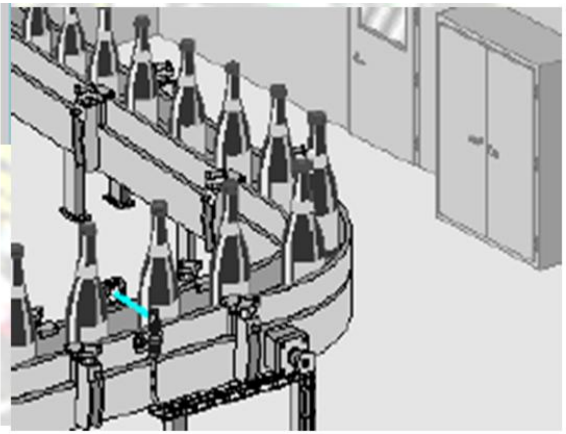


Microondas

As microondas têm alta capacidade de penetração na comida, o que possibilita o cozimento por dentro e não a partir da superfície, como ocorre nos fornos convencionais.

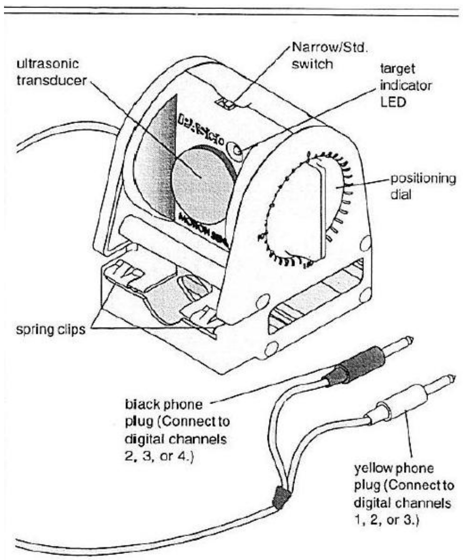
Sensores - Fotodiodos

- É comum as lojas terem um feixe de luz cruzando o espaço perto da porta e um fotosensor do outro lado desse espaço. Quando um cliente quebra o feixe, o fotosensor detecta a mudança na quantidade de luz e toca uma campainha;

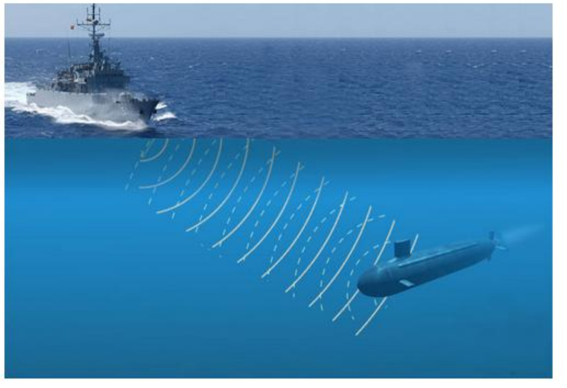


Esteiras de Fábricas: objetos interrompem o feixe, indicando a sua presença na esteira... e operações programadas podem ser realizadas...

Outros Exemplos: Sensores de Movimento, Sonares, Radares, etc...



Sensor de Movimento (emissor e receptor): Emite sinal ultrasônico, o sinal é refletido pelo objeto em movimento, membrana piezoelétrica (deslocamentos no cristal) gera sinal elérico.



O pulso do sonar (para ouvir o "ping" do sonar ativo), é emitido e ao encontrar um obstáculo, retorna ao emissor. A precisão é "relativa" porque os pulsos do sonar sofrem diversos tipos de atenuação causados pela temperatura, salinidade e pressão da água, que mudam de acordo com as estações do ano, posições geográficas e condições atmosféricas.

Sonares dos Morcegos...