



LOQ4263 – Planejamento e Gestão da Manutenção

Prof. Dr. José Eduardo Holler Branco

Lorena



Aula IV – Confiabilidade

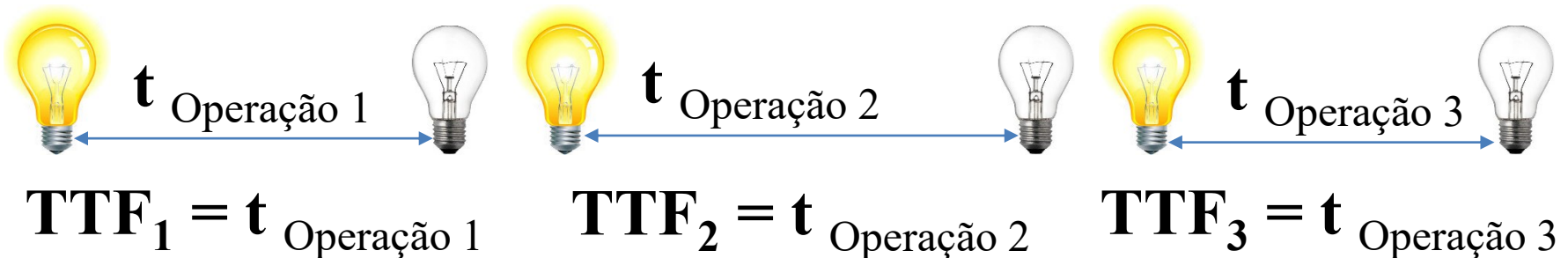
Obs.: Parte desse material faz uso dos slides de aula do Prof. Dalton Borges.

Tempo até falha



Tempo até a falha (TTF – Time to Faile): Corresponde ao tempo transcorrido desde o momento que o item é colocado em operação até o momento de sua PRIMEIRA FALHA.

Aplicado apenas à itens não reparáveis, que são descartados após a falha.

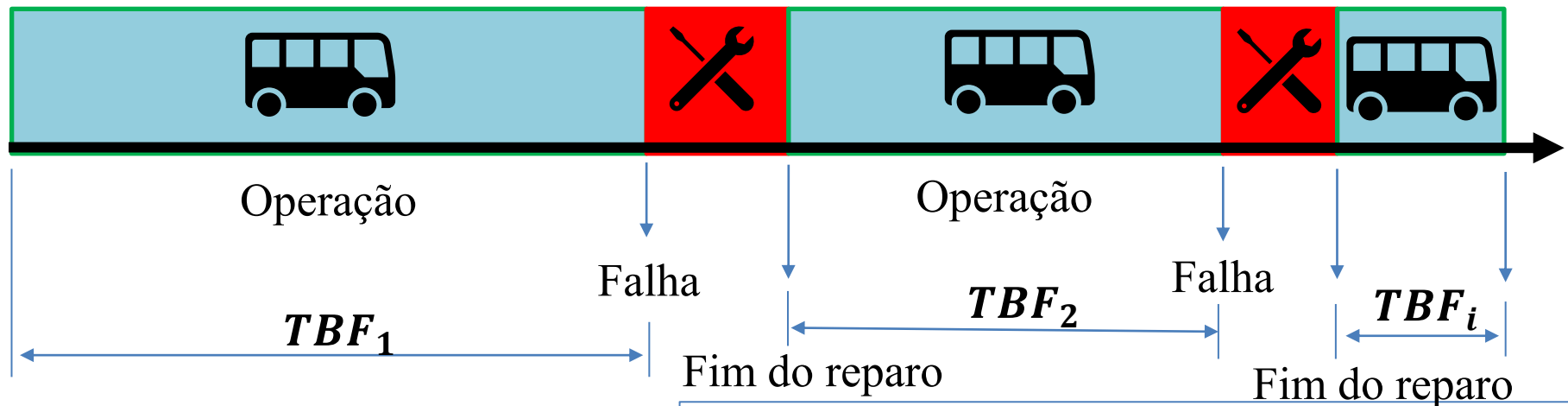


$$MTTF \text{ (Mean Time to Fail)} = \frac{\sum_{i=1}^n TTF_i}{n}$$

Quanto maior o número de amostras (n), mais próximo do real será o valor do MTTF estimado

Tempo entre falhas

Tempo Médio Entre Falhas (MTBF): trata-se de uma média aritmética entre o fim de uma falha e o início da próxima. Sendo assim, é a média dos tempos de funcionamento da máquina, contados desde a colocação da máquina em funcionamento até as próximas falhas. Este indicador é aplicado apenas às unidades reparáveis.

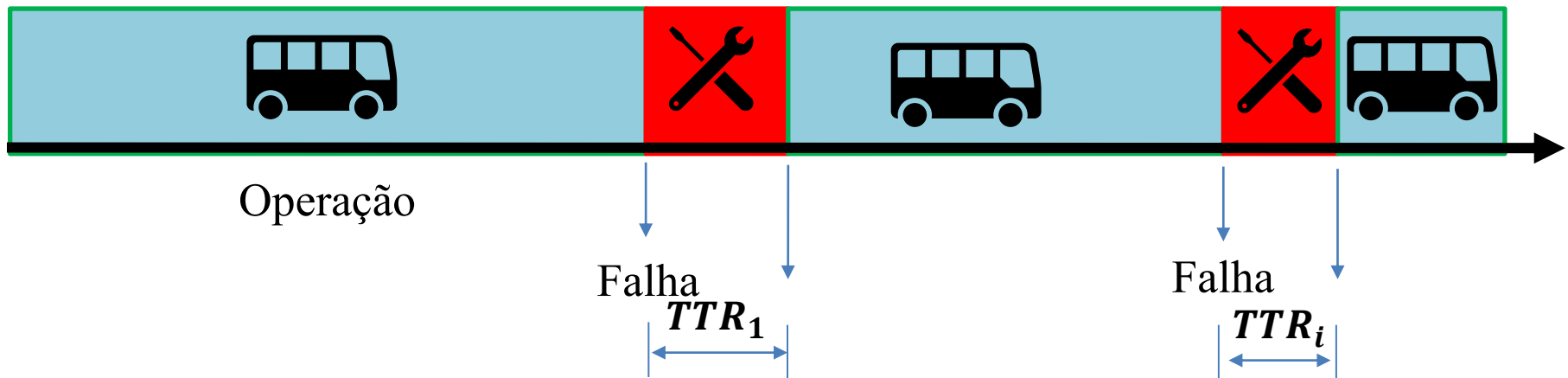


$$MTBF = \frac{\sum_{i=1}^n TBF_i}{n}$$

Normalmente, $TBF \gg$ Tempo de Reparo
Paradas para manutenção preventiva não entram nesse indicador.

Tempo de reparo

O MTTR consiste da média aritmética dos tempos de reparo de um sistema, equipamento ou item. Leva em consideração o tempo desde a máquina ter falhado até a equipe responsável colocar a máquina em operação.



$$MTTR = \frac{\sum_{i=1}^n TTR_i}{n}$$

Tempo médio até falha



Tempo médio até falha – MTTF (*“Mean Time to Failure”*)

Uma empresa distribuidora de energia elétrica, localizada em uma região de alta instabilidade da voltagem, passou a utilizar um novo tipo de transformador nas suas redes. Toda vez que um transformador queimava era substituído por outro igual. Nos últimos 5 anos, a indústria trocou 8 vezes os transformadores de uma região. Qual O *MTTF* deste transformador?

Obs.: Considere que um ano padrão contenha 8000 horas.

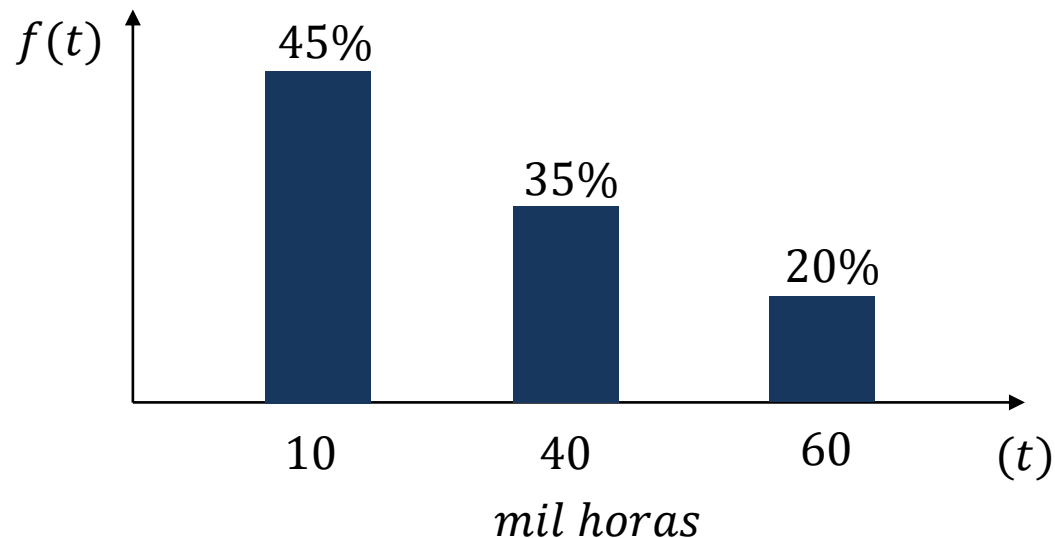
$$MTTF = \frac{5 \cdot 8000}{8} = 5000 \text{ h}$$

Tempo médio até falha



- Tempo médio até falha – MTTF (“*Mean Time to Failure*”)

Função de densidade discreta



$$MTTF = E(T) = 10 \times 45\% + 40 \times 35\% + 60 \times 20\% \approx \sum_t t \cdot f(t) = 30,5 \text{ mil h}$$

Tempo médio até falha



- Tempo médio até falha – MTTF (“*Mean Time to Failure*”)

$$MTTF = E(T) = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt$$

Sabendo que:

$$f(t) = F'(t) = -R'(t)$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} t \cdot -R'(t) dt$$

Definindo-se:

$$u = t \rightarrow du = dt$$

$$dv = -R'(t) dt \rightarrow v = -R(t)$$

Fazendo integração por partes:

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

$$\therefore MTTF = -[t \cdot R(t)]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -R(t) dt$$

Analisando o termo: $[t \cdot R(t)]_0^{\infty}$

$t = \infty$, logo $R(t) \rightarrow 0$ e $[t \cdot R(t)] \rightarrow 0$

(*a probabilidade de a unidade estar funcionando após um tempo infinito é zero).

Se $t = 0$, logo $[t \cdot R(t)] = 0$

(a probabilidade de a unidade estar funcionando após um tempo infinito é zero).

Tempo médio até falha



- Tempo médio até falha – MTTF (*“Mean Time to Failure”*)

$$\therefore [t \cdot R(t)]_0^\infty = 0 - 0 = 0$$

$$MTTF = -[t \cdot R(t)]_0^\infty - \int_0^\infty -R(t) dt$$

$$MTTF = 0 - \int_0^\infty -R(t) dt$$

$$MTTF = \int_0^\infty R(t) dt$$

O tempo médio MTTF também pode ser calculado a partir da função de confiabilidade $R(t)$, que retorna a probabilidade de “sobrevivência” da unidade até o tempo t .

Exemplo



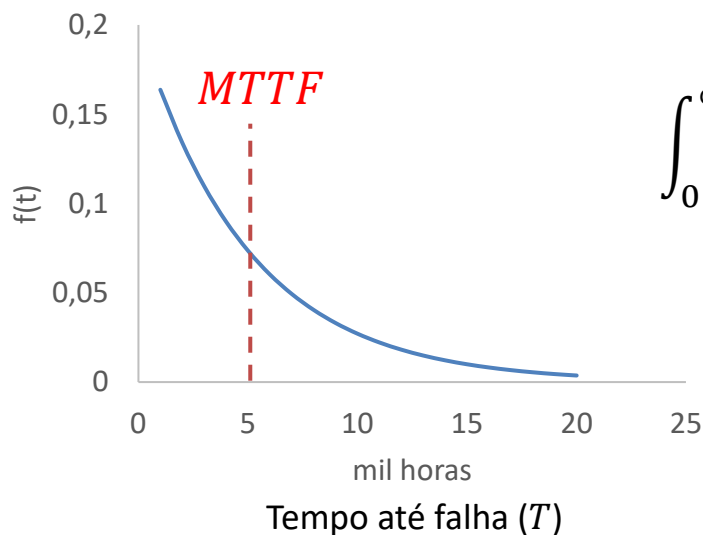
- Tempo médio até falha – MTTF (“*Mean Time to Failure*”)

Função de densidade exponencial

$$MTTF = E(T) = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt$$

$$f(t) = 0,2 \cdot e^{-0,2 \cdot t}$$

$$MTTF = E(T) = \int_0^{\infty} t \cdot 0,2 \cdot e^{-0,2 \cdot t} dt$$



$$\int_0^{\infty} t \cdot 0,2 \cdot e^{-0,2 \cdot t} dt \equiv \int_0^{\infty} \lambda \cdot x \cdot e^{-\lambda \cdot x} dx \equiv \lambda \cdot \int_0^{\infty} x \cdot e^{-\lambda \cdot x} dx$$

É possível demonstrar que:

$$\int_0^{\infty} x \cdot e^{-\lambda \cdot x} dx = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\therefore MTTF = \lambda \cdot \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ mil horas}$$

Generalizando: se $f(t) = \lambda e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow MTTF = \frac{1}{\lambda}$

Premissas do modelo exponencial



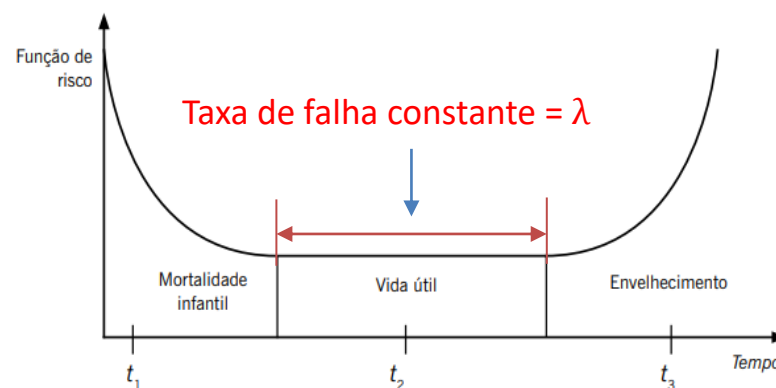
- Função de densidade exponencial

Quando adota-se uma função exponencial para representar a densidade da probabilidade do tempo até falha:

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$$

Lembrando que:

$$R(t) = 1 - F(t)$$



- A função de risco ou “taxa de falha” é dada por:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda$$

Premissas do modelo exponencial



Se a amostra apresentar distribuição exponencial, considera-se a Taxa de falhas constante (λ), e:

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

Geralmente, esse modelo é válido durante o período de vida útil do equipamento.

Distribuições exponenciais e a curva da banheira são aproximações matemáticas amplamente aceitas nos estudos de manutenção. No entanto, dependendo da situação, outras distribuições são utilizadas, assim como diferentes inferências quanto à função risco (ou taxa de falhas).

Cálculo da taxa de falhas



- Métodos empíricos para determinarmos a taxa de falha:
 - 1) Não pré-definimos um tempo de teste. Conduzimos o teste até que todos os itens tenham falhado;
 - 2) Definimos um tempo de teste e os itens que falharem são reparados e posteriormente recolocados no teste;
 - 3) Definimos um tempo de teste e os itens que falharem não são reparados e não voltam ao teste.

Cálculo da taxa de falhas



- 1) Não pré-definimos um tempo de teste. Conduzimos o teste até que todos os itens tenham falhado.

$$\lambda = \frac{n_f}{t_{total}}$$

Onde:

- n_f é o número total de unidades que falharam. Nesse caso, como todas as unidades testadas falharam, $n_f = n_0$;
- t_{total} é o tempo total de teste.

Cálculo da taxa de falhas (Exemplo 1)



Sua empresa decidiu testar 5 componentes até a falha, simultaneamente. Os tempos de falha são os seguintes, em horas: 100, 150, 175, 134, 115. Qual a taxa de falha? Qual a vida média do componentes?

Taxa de falhas:

$$h(t) = \lambda = \frac{n_f}{t_{total}} = \frac{5}{100 + 150 + 175 + 134 + 115} = 0,007418$$

Vida média dos equipamentos:

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,007418} = 134,8 \text{ horas}$$

Cálculo da taxa de falhas



2) Definimos um tempo de teste e os itens que falharem são reparados e posteriormente recolocados no teste;

$$\lambda = \frac{n_f}{n_0 \cdot t}$$

Onde:

- n_f é o número total de unidades que falharam e voltaram ao teste;
- n_0 é o número total de equipamentos em teste;
- t é o tempo definido para cada teste.

Cálculo da taxa de falhas (Exemplo 2)



- 200 unidades de um componente foram submetidos a um teste de sobrevivência por 300 horas. Durante esse tempo, 30 componentes haviam falhado, sido reparados e recolocados em teste. Qual a taxa de falha após o término do teste? Considerando que o tempo de reparo é desprezível, qual a vida média dos componentes?

Taxa de falhas:

$$h(t) = \lambda = \frac{n_f}{n_0 \cdot t} = \frac{30}{200 * 300} = 0,0005$$

Vida média dos equipamentos:

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,0005} = 2.000 \text{ horas}$$

Cálculo da taxa de falhas



3) Definimos um tempo de teste e os itens que falharem não são reparados e não voltam ao teste;

$$\lambda = \frac{n_f}{(n_0 - n_f) \cdot t + \sum_{i=1}^n TTF_i}$$

Onde:

- n_f é o número total de unidades que falharam e voltaram ao teste;
- n_0 é o número total de unidades em teste;
- t é o tempo definido para cada teste;
- TTF_i é o tempo até a falha de cada unidade testada i que falhou.

Cálculo da taxa de falhas (Exemplo 3)



- Sua empresa decidiu testar alguns componentes para determinar a taxa de falha. Os componentes são descartados após a falha e constatou-se os tempos até a falha daqueles que falharam, em horas: 20, 15, 17, 8, 13, 31, 44, 37, 24 e 30. Sabe-se que o teste durou 50 horas e que 40 componentes foram testados. Qual a taxa de falha? Qual a vida média dos componentes?

Taxa de falhas:

$$\sum_{i=1}^n TTF_i = (20 + 15 + 17 + 8 + 13 + 31 + 44 + 37 + 24 + 30) = 239$$

$$h(t) = \lambda = \frac{n_f}{(n_0 - n_f) \cdot t + \sum_{i=1}^n TTF_i} = \frac{10}{(40 - 10) \cdot 50 + 239} = 0,00575$$

Vida média dos equipamentos:

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,00575} = 173,9 \text{ horas}$$

Referências Bibliográficas



Fogliatto, F. S.; Duarte, J. L. R. Confiabilidade e manutenção industrial— Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.