



LOQ4263 – Planejamento e Gestão da Manutenção

Prof. Dr. José Eduardo Holler Branco

Lorena



Aula III – Confiabilidade

Confiabilidade



- “A confiabilidade de um item corresponde à sua probabilidade de desempenhar adequadamente o seu propósito especificado, por um determinado período de tempo e sob condições ambientais predeterminadas.”

Confiabilidade *vs* Disponibilidade



- “Disponibilidade é definida como a capacidade de um item, mediante manutenção apropriada, desempenhar sua função requerida em um determinado instante do tempo ou em um período de tempo predeterminado. O conceito de disponibilidade varia conforme a capacidade de reparo de uma unidade. Em unidades não-reparáveis, os conceitos de disponibilidade e confiabilidade se equivalem. Em unidades reparáveis, os possíveis estados da unidade em um tempo t de análise são funcionando ou em manutenção (isto é, sofrendo reparo).”

(Fogliatto e Ribeiro, 2009)

Mantenabilidade, Segurança e Confiança



- “Mantenabilidade é definida como a capacidade de um item ser mantido ou recolocado em condições de executar suas funções requeridas, mediante condições preestabelecidas de uso, quando submetido à manutenção sob condições predeterminadas e usando recursos e procedimentos padrão. A manutenibilidade é um fator essencial no estabelecimento da disponibilidade de uma unidade.”;
- “Segurança é definida como a ausência de condições que possam causar morte, dano ou doenças ocupacionais a pessoas, bem como dano ou perda de equipamentos ou de propriedade. Uma definição alternativa de segurança substitui o termo “ausência” por “nível aceitável de risco”, já que em muitas atividades é impossível chegar-se a uma condição isenta de risco.”; e
- “O termo confiança (ou dependabilidade) é utilizado para designar um coletivo que inclui a disponibilidade e seus fatores determinantes: o desempenho da confiabilidade, da manutenibilidade e do suporte técnico. Pode-se considerar os conceitos de confiança e confiabilidade como análogos; o termo confiança, todavia, estaria associado a uma definição mais ampla, não estritamente probabilística de confiabilidade.”

(Fogliatto e Ribeiro, 2009)

Medidas de confiabilidade

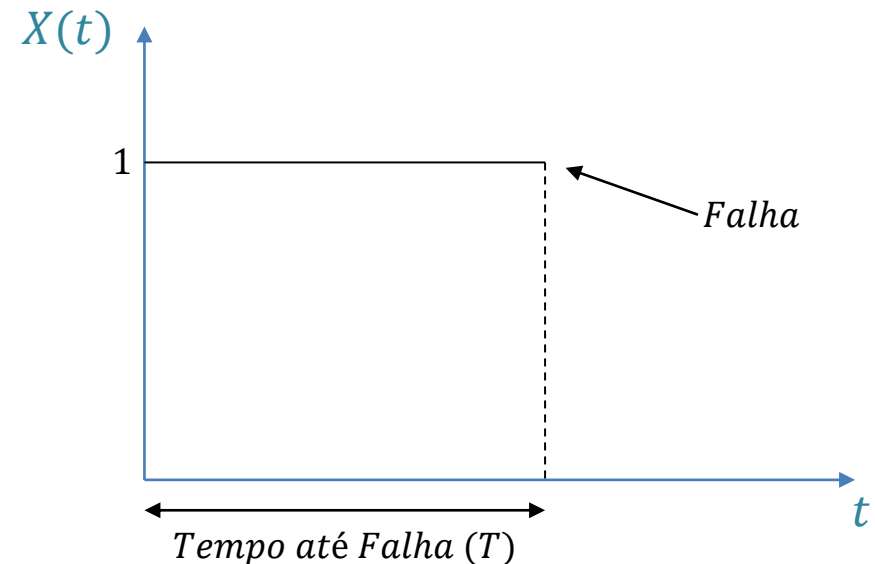


- Medida de confiabilidade para uma unidade (componente, subsistema ou sistema) não reparável:
- Por tempo até falha de uma unidade entende-se o tempo transcorrido desde o momento em que a unidade é colocada em operação até a sua primeira falha. Convenciona-se $t = 0$ como início da operação do sistema;

$X(t)$: Variável de estado

$X(t) = 1$: Unidade está operacional no tempo t

$X(t) = 0$: Unidade está não operacional no tempo t



(Fogliatto e Ribeiro, 2009)

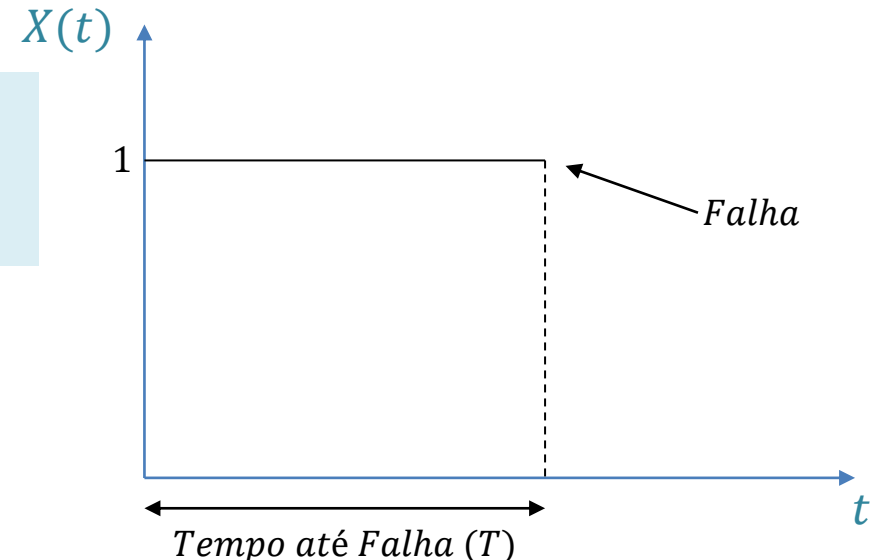
Medidas de confiabilidade



Sendo $f(t)$ a função densidade de T (nesse caso com distribuição contínua), e função de distribuição dada por:

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(u) du, t > 0$$

A função $F(t)$ denota, assim, a probabilidade de falha da unidade em uma missão de duração menor ou igual a t .



(Fogliatto e Ribeiro, 2009)

Medidas de confiabilidade



A densidade de probabilidade $f(t)$ é definida como:

$$f(t) = F'(t) = \frac{d}{dt}F(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t}$$

Para valores pequenos de Δt é possível valer-se da seguinte aproximação:

$$P(t < T \leq t + \Delta t) \approx f(t) \cdot \Delta t$$

Medidas de confiabilidade



- Função de confiabilidade $R(t)$:
- Suponha-se que n_0 unidades idênticas estão sendo testadas em condições predefinidas, e que transcorrido o intervalo de tempo $(t - \Delta t, t)$, $n_f(t)$ falharam e $n_s(t)$ obtiveram sucesso, tal que $n_f(t) + n_s(t) = n_0$.
- Definindo-se a confiabilidade da unidade como a probabilidade acumulada de sucesso, logo, em um tempo t a função de confiabilidade $R(t)$ é dada por:

$$R(t) = \frac{n_s(t)}{n_f(t) + n_s(t)} = \frac{n_s(t)}{n_0(t)}$$

(Fogliatto e Ribeiro, 2009)

Medidas de confiabilidade



- Adotando-se a variável aleatória anterior de tempo até (ou entre falhas) (T), é possível definir a função de confiabilidade como o complemento de $F(t)$

$$R(t) = P(T > t)$$

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(u) du = \int_t^{\infty} f(u) du$$

Assim, $R(t)$ significa a probabilidade de a unidade apresentar sucesso na operação no intervalo de tempo t (com ausência de falhas).

* $R(t)$ também pode ser denominada função de sobrevivência.

Medidas de confiabilidade



- Função de risco: retorna a quantidade de risco associada a uma unidade no tempo t .

$$R(t) = P(T > t)$$

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(u) du = \int_t^\infty f(u) du$$

- Deriva-se a função de risco, baseando-se no princípio de probabilidade condicional. Considere inicialmente a probabilidade de falha entre t e $t + \Delta t$, dada por:

$$P(t \leq T \leq t + \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} f(u) du = R(t) - R(t + \Delta t)$$

- Dada a condição de que a unidade está operando no intervalo entre t e $t + \Delta t$, chega-se à seguinte expressão:

$$P(t \leq T \leq t + \Delta t | T \geq t) = \frac{P(t \leq T \leq t + \Delta t)}{P(T \geq t)} = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)}$$

(Fogliatto e Ribeiro, 2009)

Medidas de confiabilidade



- A taxa média de risco pode ser calculada dividindo-se a função risco por Δt .

$$P(t \leq T \leq t + \Delta t | T \geq t) = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t) \Delta t}$$

- Fazendo $\Delta t \rightarrow 0$ obtém-se a taxa de falha instantânea:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t) \Delta t} = \frac{-1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t + \Delta t) - R(t)}{\Delta t} = \frac{-1}{R(t)} \cdot R'(t)$$

$$\text{Se } R(t) = 1 - F(t) \rightarrow R'(t) = -F'(t) = -f(t)$$

$$\therefore h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}, \forall t \geq 0$$

- Funções de risco devem atender às seguintes condições:

$$\text{i) } \int_0^{\infty} h(t) dt = +\infty \quad \text{ii) } h(t) \geq 0, \forall t \geq 0$$

Medidas de confiabilidade

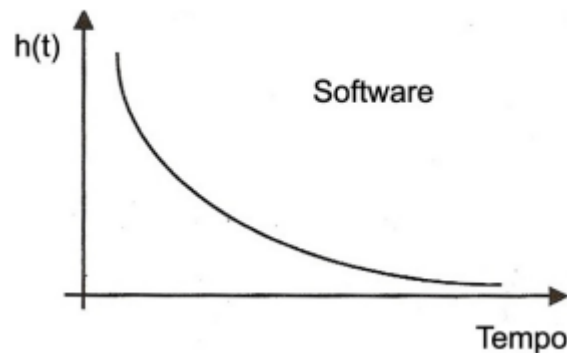


- “A unidade de medida em uma função de risco é normalmente dada em termos de falhas por unidade de tempo. A forma da função de risco é um indicativo da maneira como uma unidade envelhece. Como a função de risco pode ser interpretada como a quantidade de risco a que uma unidade está exposta em um tempo t , um valor pequeno para a função de risco implica uma unidade exposta a uma menor quantidade de risco. Existem três classificações básicas para a função de risco: (i) função de risco crescente, *FRC*, em que a incidência de risco cresce com o tempo; (ii) função de risco decrescente, *FRD*, em que a incidência de risco decresce com o tempo; e (iii) função de risco constante ou estacionária, *FRE*, em que a unidade está exposta a uma mesma quantidade de risco em qualquer momento do tempo.”

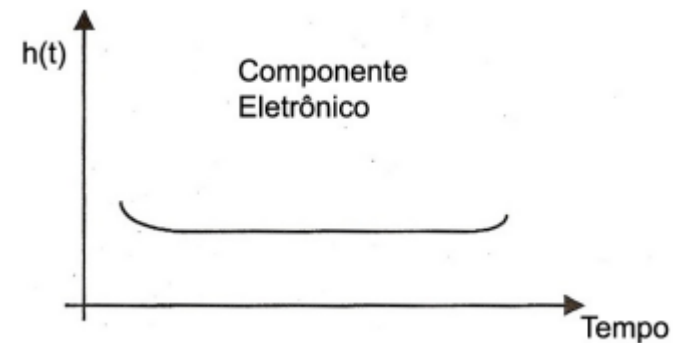
Medidas de confiabilidade



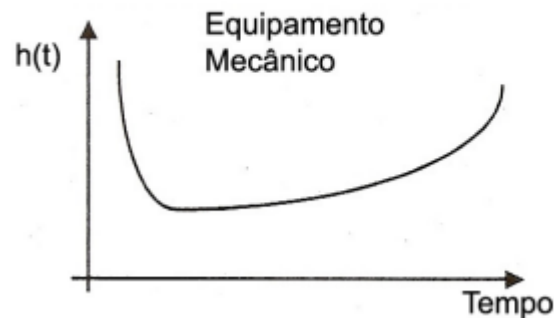
- Curva de risco decrescente



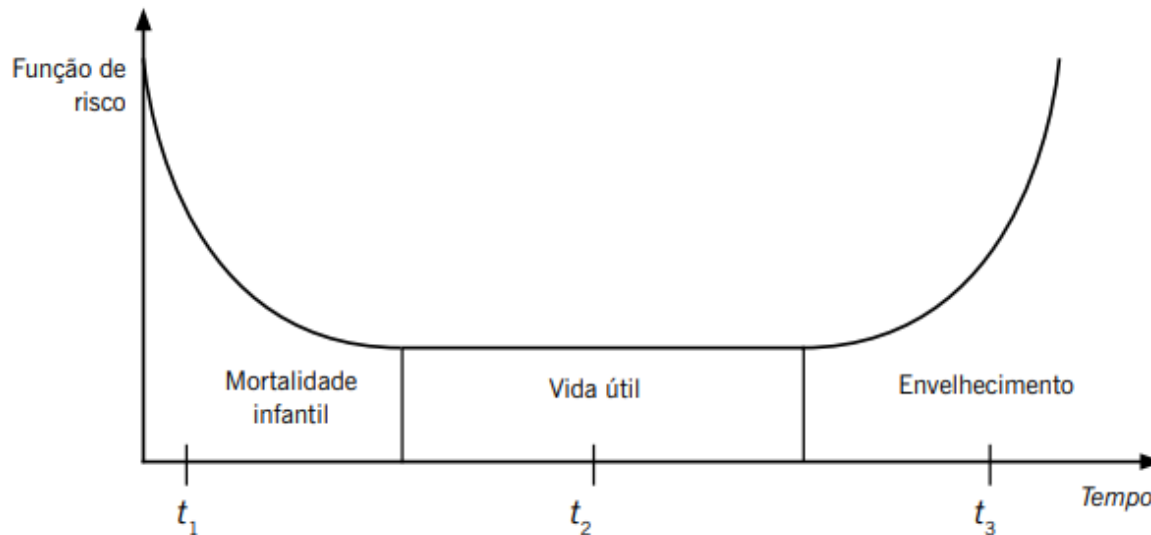
- Curva de risco do tipo banheira



- Curva de risco para equipamentos mecânicos



Medidas de confiabilidade



“Deficiências no processo de manufatura de um produto levam a falhas precoces, que se concentram no início de sua vida, na chamada fase de mortalidade infantil. As falhas que incidem na fase de vida útil do produto devem-se tipicamente a condições extremas no ambiente de operação do produto e podem ocorrer, uniformemente, em qualquer momento no tempo. Finalmente, a deterioração do produto frequentemente leva a falhas por desgaste, concentradas no final da vida útil do produto, na fase de envelhecimento”.

(Fogliatto e Ribeiro, 2009)

Medidas de confiabilidade



- A função de confiabilidade $R(t)$ e a função de densidade $f(t)$ podem ser derivadas a partir da função de risco, conforme demonstrado a seguir:

$$h(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)} = -\frac{d}{dt} \ln R(t)$$

$$\int_0^t h(t) dt = -\ln R(t)$$

$$e^{\int_0^t h(t) dt} = e^{-\ln R(t)}$$

$$e^{-\ln R(t)} = \frac{1}{R(t)} \rightarrow e^{\int_0^t h(t) dt} = \frac{1}{R(t)}$$

$$R(t) = \frac{1}{e^{\int_0^t h(t) dt}} = e^{-\int_0^t h(t) dt}$$

$$f(t) = h(t) \cdot e^{-\int_0^t h(t) dt}$$

Exercício aplicado 1



- “Uma fábrica de bobinas para motores está interessada em estimar a vida média de suas bobinas. Para tanto, foram submetidas a testes de confiabilidade 150 bobinas. As bobinas foram observadas e as falhas anotadas em intervalos de tempo. O número de falhas por intervalo de tempo é mostrado na tabela a seguir:

Intervalo de tempo (horas)	Falhas no intervalo
0 – 1,000	16
1,001 – 2,000	24
2,001 – 3,000	26
3,001 – 4,000	46
4,001 – 5,000	38

- Estime a função densidade $f(t)$, a função de risco $h(t)$, a função de probabilidade acumulada $F(t)$ e a função de confiabilidade $R(t)$ ”.

Exercício aplicado 1



Resposta

Intervalo de tempo (h)	Falhas no intervalo	Falhas acumuladas	nf / n0	f(t)	F(t)	R(t)	h(t)
0 - 1.000	16	16	11%	0,000107	0,106667	0,893333	0,00012
1.001 - 2.000	24	40	16%	0,000160	0,266667	0,733333	0,00022
2.001 - 3.000	26	66	17%	0,000173	0,440000	0,560000	0,00031
3.001 - 4.000	46	112	31%	0,000307	0,746667	0,253333	0,00121
4.001 - 5.000	38	150	25%	0,000253	1,000000	-	Indeterminado

$$P(t < T \leq t + \Delta t) \approx f(t) \cdot \Delta t \rightarrow \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \approx f(t)$$

$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Exercício aplicado 2



- “Um certo componente eletrônico apresenta função de risco constante com valor de $2,5 \times 10^{-5}$ falhas por hora. Calcule a probabilidade de o componente sobreviver pelo período de um ano (10^4 horas). Caso um comprador adquirisse um lote desse componente e fizesse um teste de 5.000 horas em uma amostra de 2.000 componentes, quantos deles falhariam durante o teste?”

$$h(t) = 2,5 \times 10^{-5}$$

$$R(t) = ?$$

$$R(t) = e^{-\int_0^t h(t) dt}$$

$$\text{Como } h(t) \text{ é constante, logo } \int_0^t h(t) dt \approx h(t) \cdot \Delta t$$

$$R(t) = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4} = e^{-0,25} = 2,71828^{-0,25} = 0,7788 = 77,88\% \text{ de sobreviver pelo período de um ano } (10^4 \text{ horas}).$$

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta t} = 1 - e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^3} = 1 - e^{-12,5 \cdot 10^{-2}} = 1 - 2,71828^{-0,125} = 0,1175 = 11,75\% \text{ de falha em um período de 5000 horas.}$$

Considerando uma amostra de 2.000 componentes, espera-se que 235 componentes falhem ao longo desse período.

(Fogliatto e Ribeiro, 2009)

Confiabilidade *vs* Disponibilidade



- No caso de sistemas reparáveis:

$$A = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$$

A: Availability (Disponibilidade);

MTTF: Mean time to failure (tempo médio entre falhas, ou seja o tempo médio de funcionamento); e

MTTR: Mean time to repair (tempo médio para reparar).

Barbosa, J. P., 2008. Modelagem da confiabilidade de equipamentos por combinações ou extensões de distribuições de Weibull / João Paulo Barbosa. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Espírito Santo.

Fogliatto, F. S.; Duarte, J. L. R. Confiabilidade e manutenção industrial— Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.