

# 4300156 - Gravitação

Marcos Vinicius de Moraes

---

## Estudo dirigido IV *Lei da gravitação universal*

Nesse estudo dirigido seguiremos alguns argumentos apresentados por Isaac Newton, no livro *O Sistema do Mundo (Tratado Matematicamente)*, para derivar a lei da gravitação universal. Apesar dos movimentos planetários seguirem um formato elíptico, em muitos casos podemos considerar uma aproximação para um movimento circular. Da segunda lei de Kepler, induzimos que se o movimento em questão é circular, é um movimento circular uniforme (MCU). A expressão que descreve a aceleração centrípeta  $\mathbf{a}_c$  de um MCU é

$$\mathbf{a}_c = -\frac{v^2}{r}\hat{\mathbf{r}}, \quad (1)$$

onde  $v$  é o módulo da velocidade linear,  $r$  é o raio que determina o movimento do corpo e  $\hat{\mathbf{r}}$  é um vetor unitário que aponta na direção radial. Definimos a velocidade linear como

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \quad (2)$$

e portanto

$$\mathbf{a}_c = -\frac{4\pi^2 r}{T^2}\hat{\mathbf{r}}, \quad (3)$$

A segunda lei de Newton é

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}, \quad (4)$$

Da 3ª lei de Kepler (lei dos períodos)

$$\frac{r^3}{T^2} = \text{constante} = C, \quad (5)$$

Por fim, com todas as expressões acima, escrevemos a força gravitacional para um corpo celeste de massa  $m$  em movimento circular de raio  $r$  como

$$\mathbf{F} = -4\pi^2 C \frac{m}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \quad (6)$$

A equação abaixo, embora equivalente à equação acima, pode ser mais familiar

$$\mathbf{F} = -G \frac{mM}{r^2}\hat{\mathbf{r}}, \quad (7)$$

onde  $M$  é a massa do corpo no centro do movimento e  $G$  a constante da gravitação universal, calculada em  $(6,67430 \pm 0,00015) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  pelo Comitê de Dados do Conselho Internacional de Ciência (ISC).

---

## Atividade proposta

Leia abaixo alguns extratos retirados do livro *O Sistema do Mundo (Tratado Matematicamente)*. Em seguida, com suas próprias palavras, argumente sobre cada um dos teoremas apresentados.

PROPOSIÇÃO II. TEOREMA II: “ *Que as forças com que os planetas primários são continuamente desviados dos movimentos retilíneos e mantidos em suas próprias órbitas tendem ao sol e são inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias dos lugares destes planetas ao centro do sol.*”

PROPOSIÇÃO VII. TEOREMA VII: “ *Que há um poder da gravidade pertencente a todos os corpos, proporcional às várias quantidades de matéria que eles contêm.*”

PROPOSIÇÃO IX. TEOREMA IX: “ *Que a força da gravidade, considerada para baixo a partir da superfície dos planetas, decresce aproximadamente na proporção das distâncias ao centro dos planetas.*”

PROPOSIÇÃO XII. TEOREMA XII: “ *Que o sol é agitado por um movimento contínuo, mas nunca se afasta muito do centro comum de gravidade de todos os planetas.*”