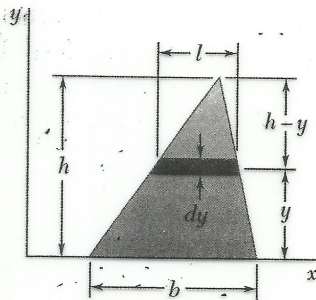


PROBLEMA RESOLVIDO 9.1

Determine o momento de inércia de um triângulo em relação à sua base.

SOLUÇÃO



Um triângulo de base b e altura h está desenhado; o eixo x é escolhido de modo a coincidir com a base. Uma faixa diferencial paralela ao eixo x é escolhida com área dA . Como todas as porções da faixa estão à mesma distância do eixo x , escrevemos

$$dI_x = y^2 dA \quad dA = l dy$$

Usando triângulos semelhantes, temos

$$\frac{l}{b} = \frac{h-y}{h} \quad l = b \frac{h-y}{h} \quad dA = b \frac{h-y}{h} dy$$

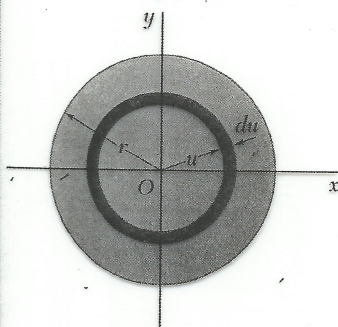
Integrando dI_x de $y = 0$ até $y = h$, obtemos

$$\begin{aligned} I_x &= \int y^2 dA = \int_0^h y^2 b \frac{h-y}{h} dy = \frac{b}{h} \int_0^h (hy^2 - y^3) dy \\ &= \frac{b}{h} \left[h \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right]_0^h \quad I_x = \frac{bh^3}{12} \end{aligned}$$

PROBLEMA RESOLVIDO 9.2

(a) Determine o momento de inércia polar centroidal de uma superfície circular por integração direta. (b) Usando o resultado da parte a, determine o momento de inércia de uma superfície circular em relação a um diâmetro.

SOLUÇÃO



a. Momento de inércia polar. Um elemento diferencial anelar de superfície é escolhido com área dA . Como todas as porções da superfície diferencial estão à mesma distância da origem, escrevemos

$$\begin{aligned} dJ_O &= u^2 dA \quad dA = 2\pi u du \\ J_O &= \int dJ_O = \int_0^r u^2 (2\pi u du) = 2\pi \int_0^r u^3 du \\ J_O &= \frac{\pi}{2} r^4 \end{aligned}$$

b. Momento de inércia em relação a um diâmetro. Devido à simetria da superfície circular, temos $I_x = I_y$. Logo, escrevemos

$$J_O = I_x + I_y = 2I_x \quad \frac{\pi}{2} r^4 = 2I_x \quad I_{\text{diâmetro}} = I_x = \frac{\pi}{4} r^4$$