

Momento de inércia de uma superfície retangular. Como exemplo, vamos determinar o momento de inércia de um retângulo em relação à sua base (Fig. 9.4). Dividindo o retângulo em faixas paralelas ao eixo x , obtemos

$$\begin{aligned} dA &= b \, dy & dI_x &= y^2 b \, dy \\ I_x &= \int_0^h b y^2 \, dy = \frac{1}{3} b h^3 \end{aligned} \quad (9.2)$$

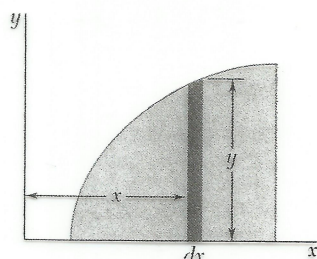
Cálculo de I_x e I_y pelo uso da mesma faixa elementar. A fórmula que acabamos de deduzir pode ser usada para se determinar o momento de inércia dI_x em relação ao eixo x de uma faixa retangular paralela ao eixo y tal como a faixa mostrada na Fig. 9.3c. Estabelecendo $b = dx$ e $h = y$ na fórmula (9.2), escrevemos

$$dI_x = \frac{1}{3} y^3 \, dx$$

Por outro lado, temos

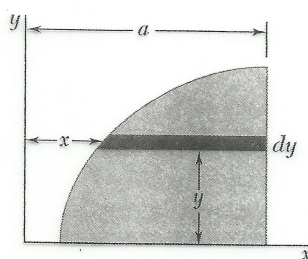
$$dI_y = x^2 \, dA = x^2 y \, dx$$

O mesmo elemento pode ser usado para o cálculo dos momentos de inércia I_x e I_y de uma dada superfície (Fig. 9.5a). Os resultados análogos para a superfície da Fig. 9.3b estão mostrados na Fig. 9.5b.



$$\begin{aligned} dI_x &= \frac{1}{3} y^3 \, dx \\ dI_y &= x^2 y \, dx \end{aligned} \quad (a)$$

Fig. 9.5



$$\begin{aligned} dI_x &= y^2 (a-x) \, dy \\ dI_y &= \left(\frac{1}{3} a^3 - \frac{1}{3} x^3 \right) dy \end{aligned} \quad (b)$$

9.4 MOMENTO DE INÉRCIA POLAR

Uma integral de grande importância em problemas concernentes à torção de eixos cilíndricos e em problemas que tratam da rotação de placas é

$$J_O = \int r^2 \, dA \quad (9.3)$$

sendo r a distância entre O e o elemento de área dA (Fig. 9.6). Essa integral é o *momento de inércia polar* da superfície A em relação ao "pólo" O .

O momento de inércia polar de uma dada superfície pode ser calculado a partir dos momentos de inércia retangulares I_x e I_y da superfície se essas grandezas já forem conhecidas. Com efeito, notando que $r^2 = x^2 + y^2$, escrevemos

$$J_O = \int r^2 \, dA = \int (x^2 + y^2) \, dA = \int y^2 \, dA + \int x^2 \, dA$$

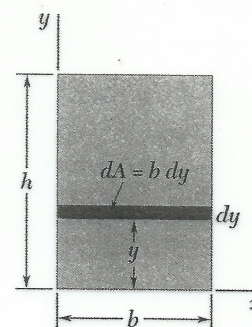


Fig. 9.4

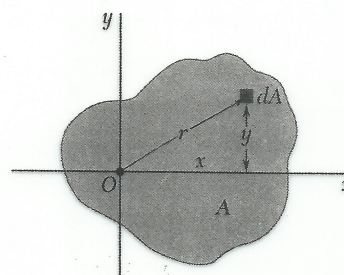


Fig. 9.6