

Fig. 9.2. Qual é a resultante das forças exercidas pela água sobre a comporta e qual é o momento da resultante em relação à linha de interseção do plano da comporta e superfície da água (eixo  $x$ )?

Se a comporta fosse retangular, a resultante das forças de pressão poderia ser determinada da curva de pressão, como foi feito na Seção 5.9. Porém, como a comporta é circular, é preciso usar um método mais geral. Representando por  $y$  a profundidade de um elemento de área  $\Delta A$  e por  $\gamma$  o peso específico da água, a pressão em um elemento é  $p = \gamma y$  e a intensidade da força elementar exercida sobre  $\Delta A$  é  $\Delta F = p \Delta A = \gamma y \Delta A$ . Logo, a intensidade da resultante das forças elementares é

$$R = \int \gamma y \, dA = \gamma \int y \, dA$$

e pode ser obtida pelo cálculo do momento de primeira ordem  $Q_x = \int y \, dA$  da superfície da comporta em relação ao eixo  $x$ . O momento  $M_x$  da resultante deve ser igual à soma dos momentos  $\Delta M_x = y \Delta F = \gamma y^2 \Delta A$  das forças elementares. Integrando sobre a área da comporta, temos

$$M_x = \int \gamma y^2 \, dA = \gamma \int y^2 \, dA$$

Novamente aqui a integral obtida representa o momento de segunda ordem, ou momento de inércia,  $I_x$  da superfície da comporta em relação ao eixo  $x$ .

### 9.3 DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DE UMA SUPERFÍCIE POR INTEGRAÇÃO

Definimos na seção anterior o momento de segunda ordem, ou momento de inércia, de uma superfície  $A$  em relação ao eixo  $x$ . Definindo de modo semelhante o momento de inércia  $I_y$  da superfície  $A$  em relação ao eixo  $y$ , escrevemos (Fig. 9.3a)

$$I_x = \int y^2 \, dA \quad I_y = \int x^2 \, dA \quad (9.1)$$

Essas integrais, denominadas *momentos de inércia em relação aos eixos coordenados* da superfície  $A$ , podem ser mais facilmente calculadas se escolhermos  $dA$  como sendo uma faixa estreita paralela a um dos eixos coordenados. Para calcular  $I_x$ , escolhe-se a faixa paralela ao eixo  $x$ , de modo que todos os pontos da faixa estão à mesma distância  $y$  do eixo  $x$  (Fig. 9.3b); o momento de inércia  $dI_x$  da faixa é então obtido multiplicando-se a área  $dA$  da faixa por  $y^2$ . Para calcular  $I_y$ , escolhe-se a faixa paralela ao eixo  $y$  de modo que todos os pontos da faixa estão à mesma distância  $x$  do eixo  $y$  (Fig. 9.3c); o momento de inércia  $dI_y$  da faixa é  $x^2 \, dA$ .

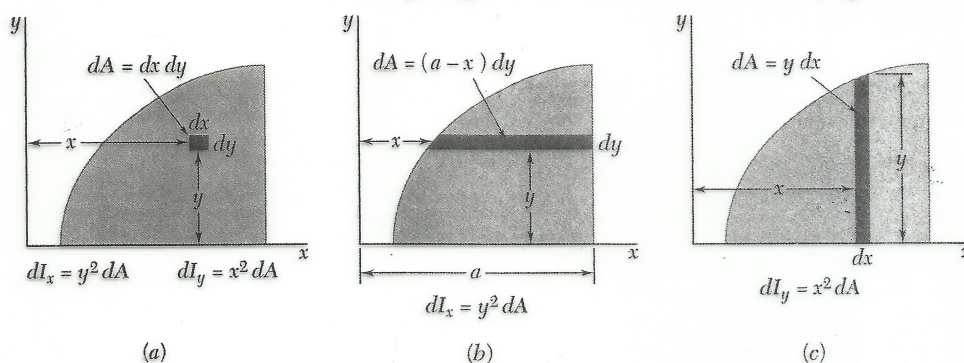


Fig. 9.3