

**5.6. Determinação do Centróide por Integração.** O centróide de uma superfície limitada por curvas analíticas (isto é, curvas definidas por equações algébricas) é determinado geralmente pelo cálculo das integrais da Eq. (5.3):

$$\bar{x}A = \int x \, dA \qquad \bar{y}A = \int y \, dA \qquad (5.3)$$

Se o elemento de área  $dA$  é escolhido como sendo um pequeno retângulo de lados  $dx$  e  $dy$ , a determinação do centróide requer uma *dupla integração*, em  $x$  e  $y$ . Uma dupla integração também será necessária se forem utilizadas coordenadas polares e  $dA$  for escolhido como sendo um pequeno quadrado de lados  $dr$  e  $r d\theta$ .

Contudo, é possível, na maioria dos casos, determinar as coordenadas do centróide de uma superfície efetuando-se uma única integração. Consegue-se isto escolhendo  $dA$  como um retângulo estreito ou uma faixa fina, ou um setor fino ou elemento em forma de setor circular (Fig. 5.12); o centróide de um retângulo estreito está localizado no seu centro e o centróide de um setor fino, a distância  $\frac{2}{3}r$  de seu vértice (como para um triângulo). As coordenadas do centróide da superfície sob consideração são, então, obtidas igualando-se o momento estático de toda a superfície, em relação a cada eixo coordenado, à soma (ou integral) dos correspondentes momentos dos elementos de área. Denominando  $\bar{x}_{el}$  e  $\bar{y}_{el}$  as coordenadas do elemento  $dA$ , escrevemos

$$Q_y = \bar{x}A = \int \bar{x}_{el} \, dA \qquad Q_x = \bar{y}A = \int \bar{y}_{el} \, dA \qquad (5.9)$$

Se a área em si ainda não for conhecida, também poderá ser calculada a partir desses elementos.

As coordenadas  $\bar{x}_{el}$  e  $\bar{y}_{el}$  do centróide do elemento de área devem ser expressas em função das coordenadas de um ponto localizado sobre a curva limitante dessa superfície. O elemento de área  $dA$  deve ser também expresso em termos das coordenadas do ponto e suas diferenciais. Isto foi feito na Fig. 5.12 para três tipos comuns de elementos; o elemento triangular da parte  $c$  deve ser usado quando a equação da curva limitante da superfície é dada em coordenadas polares. As expressões apropriadas devem ser substituídas nas fórmulas (5.9), e a equação da curva deve ser utilizada para exprimir uma das coordenadas em termos da outra. A integração é, então, reduzida a uma integral simples, que pode ser obtida segundo as regras usuais do cálculo. Quando a área e as integrais da Eq. (5.9) forem determinadas, podem-se obter as coordenadas  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  do centróide.