

AT1 - MATEMÁTICA IV - CCM0223 - 30/05/25

PROFESSOR: DANIEL LEVCOVITZ

E-mail: daniel.levcovitz@ime.usp.br

Exercício 1. Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do seu produto interno usual e seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = [(2, 1, -1, 2), (-1, 2, -2, -1)].$$

Se $v \in S$ e $w \in S^\perp$ são tais que

$$(6, -4, 2, 2) = v + w$$

e se $w = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ é igual a:

- (a) -4
- (b) -6
- (c) 2
- (d) 8
- (e) -2

Exercício 2. Considere os vetores $v_1 = (1, 2, -2)$, $v_2 = (1, -1, 4)$ e

$$e_1 = \frac{1}{n}(a, b, -b), e_2 = \frac{1}{n}(c, a, b), e_3 = \frac{1}{n}(b, -b, d).$$

Marque a alternativa que dá a sequência (n, a, b, c, d) para a qual (e_1, e_2, e_3) é uma base ortonormal do $\mathbb{R}^3$ e (e_1, e_2) é um conjunto de geradores para o espaço gerado por v_1 e v_2 .

- (a) $(3, 1, 2, 2, -1)$
- (b) $(\sqrt{2}, 0, 1, 1, 0)$
- (c) $(1, 1, 0, 0, 1)$
- (d) $(\sqrt{3}, 1, 1, 1, -1)$
- (e) Nenhuma das alternativas anteriores.

Exercício 3. Considere o espaço vetorial dos polinômios reais $P(\mathbb{R})$ munido do produto interno definido por:

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt, \quad p, q \in P(\mathbb{R}).$$

Se $a, b \in \mathbb{R}$ são tais que $q(t) = a + bt$ é o elemento de $P_1(\mathbb{R})$ mais próximo de $p(t) = t^4$, então $a + b$ é igual a:

- (a) $\frac{1}{25}$
- (b) $\frac{1}{25\sqrt{5}}$
- (c) $\frac{1}{5\sqrt{5}}$
- (d) $\frac{1}{5}$
- (e) 1