Distribuições Bivariadas

Ciências Contábeis - FEA - Noturno

1º Semestre 2025

Profs. Leonardo T. Rolla e Nikolai Kolev

Sumário

Sumário

Objetivo de aprendizagem

Compreender e aplicar os conceitos de distribuição conjunta, marginal e condicional, bem como analisar a independência e a correlação entre variáveis aleatórias discretas, a fim de interpretar relações entre variáveis em contextos probabilísticos.

Conteúdo abordado

1. Distribuição conjunta de variáveis aleatórias discretas
2. Função de probabilidade conjunta: definição e propriedades
3. Distribuições marginais: obtenção e interpretação
4. Distribuições condicionais: construção e aplicação
5. Independência de variáveis aleatórias discretas
6. Correlação linear entre variáveis discretas

Competências adquiridas

Depois desta unidade, o aluno será capaz de:

1. Construir e interpretar tabelas de distribuição conjunta.
2. Determinar e analisar funções de probabilidade conjunta.
3. Obter distribuições marginais a partir de distribuições conjuntas.
4. Construir e interpretar distribuições condicionais.
5. Verificar a independência entre variáveis aleatórias discretas.
6. Analisar a correlação linear entre duas variáveis aleatórias.

Autoavaliação e reflexão

O aluno pode fazer os exercícios postados no Moodle e posteriormente comparar suas respostas com as soluções apresentadas, identificando possíveis erros, e eventualmente refazer os exercícios.

Além disso, é recomendável refletir sobre as dificuldades encontradas e revisar os conceitos conforme necessário.

Sumário

Distribuição conjunta

Frequentemente, estamos interessados em eventos que envolvem **mais de uma variável aleatória** (v.a.).

Exemplo: Uma empresa de seguros deseja saber qual é a **probabilidade de uma pessoa**:

- possuir um carro,
- ter menos de 30 anos,
- morar em uma área urbana,
- não ter histórico de acidentes,
- e possuir uma renda superior a 5 mil reais.

Esse é um exemplo de **probabilidade conjunta**, pois considera a ocorrência simultânea de diversos eventos relacionados a diferentes variáveis.

Definição

Variável aleatória bidimensional é qualquer função definida sobre o espaço amostral Ω que atribui valores no $\mathbb{R}^2$ a cada elemento do espaço amostral.

Definição

Uma variável aleatória é definida como sendo discreta bidimensional quando o número de valores possíveis que a variável assume no $\mathbb{R}^2$ for finito ou infinito enumerável.

Exemplo

A tabela abaixo descreve o comportamento conjunto entre duas variáveis aleatórias: **número de carros (X)** e **número de filhos (Y)** de uma família.

Os valores representam a **probabilidade de uma família possuir** o número de carros indicado na linha e o número de filhos indicado na coluna.

Por exemplo, a probabilidade de uma família possuir 1 carro e 2 filhos é de 10%.

$x \backslash y$	0	1	2
0	0,20	0,20	0,30
1	0,05	0,15	0,10

Sumário

Função de Probabilidade Conjunta

De uma forma geral a função de probabilidade conjunta de uma variável aleatória bidimensional (X,Y) pode ser representada pela tabela abaixo

$x \backslash y$	y_1	y_2	$\ldots$	y_s
x_1	p_{11}	p_{12}	$\ldots$	p_{1s}
x_2	p_{21}	p_{22}	$\ldots$	p_{2s}
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
x_r	p_{r1}	p_{r2}	$\ldots$	p_{rs}

em que $p_{ij} = P(X = x_i, Y = y_j) = P(X = x_i \cap Y = y_j)$ para $i = 1, \ldots, r$ e $j = 1, \ldots, s$, com as condições

- $p_{ij} \geq 0$
- $\sum_{i,j} p_{ij} = 1$

Exemplo

Considerando outra vez a distribuição conjunta das variáveis X e Y expressa na tabela abaixo, qual probabilidade de uma família possuir 1 carro e não ter filhos?

$x\backslash y$	0	1	2
0	0,20	0,20	0,30
1	0,05	0,15	0,10

Solução: $p_{21} = P(X = x_2, Y = y_1) = P(X = 1, Y = 0) = 0{,}05$.

Sumário

Distribuição Marginal

De uma forma geral as funções de probabilidade marginais das variáveis aleatórias X e Y podem ser obtidas conforme a tabela abaixo

$x \backslash y$	y_1	y_2	$\dots$	y_s	$p(x)$
x_1	p_{11}	p_{12}	$\dots$	p_{1s}	$p_{1\bullet}$
x_2	p_{21}	p_{22}	$\dots$	p_{2s}	$p_{2\bullet}$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
x_r	p_{r1}	p_{r2}	$\dots$	p_{rs}	$p_{r\bullet}$
$p(y)$	$p_{\bullet 1}$	$p_{\bullet 2}$	$\dots$	$p_{\bullet s}$	1

em que

- $p_{i\bullet} = P(X = x_i) = \sum_j p_{ij}$ para $i = 1, \dots, r$
- $p_{\bullet j} = P(Y = y_j) = \sum_i p_{ij}$ para $j = 1, \dots, s$

Exemplo

Considerando distribuição conjunta das variáveis X e Y expressa na tabela a seguir

$x \backslash y$	0	1	2
0	0,20	0,20	0,30
1	0,05	0,15	0,10

Qual a probabilidade da família ter um carro? E de ter 2 filhos?

Solução:

$$p_{2\bullet} = P(X = x_2) = P(X = 1) = \sum_{j=1}^{3} p_{2j} = 0{,}05 + 0{,}15 + 0{,}10 = 0{,}30$$

$$p_{\bullet 3} = P(Y = y_3) = P(Y = 2) = \sum_{i=1}^{2} p_{i3} = 0{,}30 + 0{,}10 = 0{,}40$$

Exemplo

A tabela abaixo apresenta a distribuição conjunta entre o número de carros (X) e o número de filhos (Y), com as respectivas **probabilidades marginais**.

$x \backslash y$	0	1	2	$P(X=x)$
0	0,20	0,20	0,30	0,70
1	0,05	0,15	0,10	0,30
$P(Y=y)$	0,25	0,35	0,40	1,00

Exemplo (continuação)

Em outras palavras, temos as seguintes distribuições marginais:

Tabela: **Distribuição marginal de X**

x	0	1
$P(X = x)$	0,70	0,30

Tabela: **Distribuição marginal de Y**

y	0	1	2
$P(Y = y)$	0,25	0,35	0,40

Sumário

Probabilidades condicionais

A **probabilidade condicional** mede a chance de ocorrência de um evento, dado que outro evento já ocorreu.

1. Probabilidade de $Y = y$ dado $X = x$:

$$P(Y = y \mid X = x) = \frac{P(Y = y, X = x)}{P(X = x)} \quad \text{(desde que } P(X = x) > 0\text{)}$$

2. Probabilidade de $X = x$ dado $Y = y$:

$$P(X = x \mid Y = y) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(Y = y)} \quad \text{(desde que } P(Y = y) > 0\text{)}$$

Qual a probabilidade da família ter 2 filhos, admitindo que a família tenha automóvel?

Solução

$$\begin{aligned} P(Y = 2 \mid X = 1) &= \frac{P(Y = 2, X = 1)}{P(X = 1)} \\ &= \frac{0{,}10}{0{,}30} \approx 0{,}33 \end{aligned}$$

Distribuição condicional

As funções de probabilidade condicionais descrevem a probabilidade de uma variável aleatória dado que a outra assumiu um valor específico. A partir da tabela de distribuições marginais, as distribuições condicionais podem ser obtidas por:

- $P(Y = y_j \mid X = x_i) = \dfrac{p_{ij}}{p_{i\bullet}}$ (para $p_{i\bullet} > 0$)
- $P(X = x_i \mid Y = y_j) = \dfrac{p_{ij}}{p_{\bullet j}}$ (para $p_{\bullet j} > 0$)

Exemplo

Considerando a tabela abaixo com as respectivas **probabilidades marginais.**

$x \backslash y$	0	1	2	$P(X = x)$
0	0,20	0,20	0,30	0,70
1	0,05	0,15	0,10	0,30
$P(Y = y)$	0,25	0,35	0,40	1,00

1. **Distribuição de** X **dado** $Y = 1$

x	$P(X = x \mid Y = 1)$	
0	$0{,}20/0{,}35$	$0{,}571$
1	$0{,}15/0{,}35$	$0{,}429$

2. **Distribuição de** Y **dado** $X = 1$

y	$P(Y = y \mid X = 1)$	
0	$0{,}05/0{,}30$	$0{,}167$
1	$0{,}15/0{,}30$	$0{,}500$
2	$0{,}10/0{,}30$	$0{,}333$

Sumário

Definição

Dois eventos A e B são independentes se a informação da ocorrência (ou não) de B não altera a probabilidade de ocorrência de A, isto é,

$$P(A|B) = P(A)$$

Consequência

Da definição de probabilidade condicional temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \; P(B) > 0.$$

Logo, a independência entre A e B é equivalente a

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Definição

Sejam X e Y representadas pela tabela abaixo

$x \backslash y$	y_1	y_2	$\dots$	y_s	$p(x)$
x_1	p_{11}	p_{12}	$\dots$	p_{1s}	$p_{1\bullet}$
x_2	p_{21}	p_{22}	$\dots$	p_{2s}	$p_{2\bullet}$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
x_r	p_{r1}	p_{r2}	$\dots$	p_{rs}	$p_{r\bullet}$
$p(y)$	$p_{\bullet 1}$	$p_{\bullet 2}$	$\dots$	$p_{\bullet s}$	1

Dizemos que as variáveis X e Y são independentes se

$$\begin{aligned} P(X = x_i, Y = y_j) &= P(X = x_i)P(Y = y_j) \\ p_{ij} &= p_{i\bullet} p_{\bullet j} \end{aligned}$$

para $i = 1, \dots, r$ e $j = 1, \dots, s$.

Exemplo

Considerando a tabela abaixo com as respectivas **probabilidades marginais**.

$x \backslash y$	0	1	2	$P(X = x)$
0	0,20	0,20	0,30	0,70
1	0,05	0,15	0,10	0,30
$P(Y = y)$	0,25	0,35	0,40	1,00

Observe que $P(X = 1) = 0{,}30$ e $P(Y = 0) = 0{,}25$. Por outro lado, $P(X = 1, Y = 0) = 0{,}05$. Ou seja,

$$P(X = 1, Y = 0) \neq P(X = 1) \cdot P(Y = 0)$$

Nesse caso, X e Y **não são independentes**.

Exemplo

Para que X e Y fossem independentes, e mantendo as mesmas **probabilidades marginais** que antes, a função de probabilidade conjunta deveria ser:

$x\backslash y$	0	1	2	$P(X=x)$
0	0,175	0,245	0,280	0,70
1	0,075	0,105	0,120	0,30
$P(Y=y)$	0,25	0,35	0,40	1,00

de forma que $P(X=x, Y=y) = P(X=x)P(Y=y)$, para todo x e y.

Sumário

Covariância entre X e Y

$$\begin{aligned}\text{Cov}(X,Y) &= \text{E}[(X - \text{E}(X))(Y - \text{E}(Y))] \\ &= \sum_i \sum_j [x_i - \mathbb{E}(X)][y_i - \mathbb{E}(Y)]p_{ij}\end{aligned}$$

em que

$$\mathbb{E}(X) = \sum_i x_i p_{i\bullet} \text{ e } \mathbb{E}(Y) = \sum_j y_j p_{\bullet j}.$$

Propriedades da Covariância

a. $\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$, em que $\mathbb{E}(XY) = \sum_i \sum_j x_i y_j p_{ij}$.

b. $\text{Cov}(aX, bY) = ab \cdot \text{Cov}(X, Y)$

c. Se X e Y forem independentes, então:

$$\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X) \cdot \mathbb{E}(Y) \Rightarrow \text{Cov}(X, Y) = 0$$

Atenção: $\text{Cov}(X, Y) = 0$ não implica que X e Y sejam independentes!

Exemplo: Cálculo da Covariância

Considere a distribuição conjunta entre X (número de filhos) e Y (número de carros):

$x \backslash y$	0	1	2	$P(X = x)$
0	0,20	0,20	0,30	0,70
1	0,05	0,15	0,10	0,30
$P(Y = y)$	0,25	0,35	0,40	1,00

- $\mathbb{E}(X) = 0 \cdot 0{,}70 + 1 \cdot 0{,}30 = 0{,}30$
- $\mathbb{E}(Y) = 0 \cdot 0{,}25 + 1 \cdot 0{,}35 + 2 \cdot 0{,}40 = 1{,}15$
- $\mathbb{E}(XY) = 0 \cdot 0 \cdot 0{,}20 + 0 \cdot 1 \cdot 0{,}20 + 0 \cdot 2 \cdot 0{,}30 + 1 \cdot 0 \cdot 0{,}05 + 1 \cdot 1 \cdot 0{,}15 + 1 \cdot 2 \cdot 0{,}10$

$$\mathbb{E}(XY) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0{,}15 + 0{,}20 = 0{,}35$$

- $\mathrm{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$

$$= 0{,}35 - (0{,}30 \cdot 1{,}15) = 0{,}35 - 0{,}345 = -0{,}005$$

Correlação linear entre X e Y

O coeficiente de correlação linear entre X e Y é definido por

$$\rho(X,Y) = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = \frac{\text{E}(XY) - \text{E}(X)\text{E}(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}}$$

$$\text{Var}(X) = \text{E}(X^2) - [\text{E}(X)]^2 \qquad \text{E}(X^2) = \sum_i x_i^2 p_{i\bullet}$$

$$\text{Var}(Y) = \text{E}(Y^2) - [\text{E}(Y)]^2 \qquad \text{E}(Y^2) = \sum_j y_j^2 p_{\bullet j}$$

Exemplo

Com os dados da distribuição conjunta, já sabemos que:

- $\mathbb{E}(X) = 0{,}30$
- $\mathbb{E}(Y) = 1{,}15$
- $\mathrm{Cov}(X, Y) = -0{,}005$

Vamos calcular as variâncias de X e Y:

- $\mathbb{E}(X^2) = 0^2 \cdot 0{,}70 + 1^2 \cdot 0{,}30 = 0{,}30$
- $\text{Var}(X) = 0{,}30 - (0{,}30)^2 = 0{,}30 - 0{,}09 = 0{,}21$
- $\mathbb{E}(Y^2) = 0^2 \cdot 0{,}25 + 1^2 \cdot 0{,}35 + 2^2 \cdot 0{,}40 = 0 + 0{,}35 + 1{,}60 = 1{,}95$
- $\text{Var}(Y) = 1{,}95 - (1{,}15)^2 = 1{,}95 - 1{,}3225 = 0{,}6275$

Finalmente, a correlação:

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)} \cdot \sqrt{\text{Var}(Y)}} = \frac{-0{,}005}{\sqrt{0{,}21} \cdot \sqrt{0{,}6275}} \approx \boxed{-0{,}014}$$

Propriedades

- $-1 \leq \rho(X,Y) \leq 1$
- $\rho(X,Y) = 1$ se e somente se há constantes $b > 0$ e a tais que $Y = a + bX$
- $\rho(X,Y) = -1$ se e somente se há constantes $b < 0$ e a tais que $Y = a + bX$

Independência

Se X e Y são independentes então $\text{E}(XY) = \text{E}(X)\text{E}(Y)$ e portanto $\text{Cov}(X,Y) = 0$ e $\rho(X,Y) = 0$.

A recíproca não necessariamente é verdadeira.

Esperança e Variância

Sejam X e Y variáveis aleatórias com esperanças e varianças finitas. Então

- E$(X \pm Y)$ = E$(X) \pm$ E(Y)
- Var$(X \pm Y)$ = Var(X) + Var$(Y) \pm$ 2Cov(X,Y)

Independência

Se X e Y são independentes então Cov$(X,Y) = 0$ e portanto Var$(X \pm Y)$ = Var(X) + Var(Y).

Sumário

Exercício

A tabela abaixo apresenta a distribuição conjunta do número de unidades vendidas de dois produtos (X,Y) por uma loja num determinado dia

$x \backslash y$	0	1	2	3
0	0,05	0,10	0,25	0,05
1	0,05	0,30	0,10	0,10

a) Encontre encontre as probabilidades marginais. X e Y são independentes?

b) Encontre a esperança e variância de X e Y respectivamente.

Solução 1

Solução item a)

A partir da distribuição conjunta, obtemos as distribuições marginais de X e Y:

- **Distribuição marginal de X:**

$$P(X = 0) = 0{,}05 + 0{,}10 + 0{,}25 + 0{,}05 = 0{,}45$$
$$P(X = 1) = 0{,}05 + 0{,}30 + 0{,}10 + 0{,}10 = 0{,}55$$

- **Distribuição marginal de Y:**

$$P(Y = 0) = 0{,}05 + 0{,}05 = 0{,}10$$
$$P(Y = 1) = 0{,}10 + 0{,}30 = 0{,}40$$
$$P(Y = 2) = 0{,}25 + 0{,}10 = 0{,}35$$
$$P(Y = 3) = 0{,}05 + 0{,}10 = 0{,}15$$

Solução item a)

A tabela a seguir apresenta a distribuição conjunta de X e Y com suas distribuições marginais:

$x \backslash y$	0	1	2	3	$P(X = x)$
0	0,05	0,10	0,25	0,05	0,45
1	0,05	0,30	0,10	0,10	0,55
$P(Y = y)$	0,10	0,40	0,35	0,15	1,00

Observe que $P(X = 0, Y = 0) = 0{,}05$. Por outro lado, $P(X = 0) = 0{,}45$ e $P(Y = 0) = 0{,}10$, de modo que $P(X = 0)P(Y = 0) = 0{,}045$. Ou seja,

$$P(X = 0, Y = 0) \neq P(X = 0)P(Y = 0).$$

Portanto, X e Y não são independentes.

Solução item b)

Temos as seguintes distribuições marginais:

x	0	1
$P(X = x)$	0,45	0,55

com $\mathsf{E}(X) = 0{,}55$ e $\mathsf{Var}(X) = 0{,}55 \times 0{,}45 = 0{,}2475$.

y	0	1	2	3
$P(Y = y)$	0,10	0,40	0,35	0,15

com $\mathsf{E}(Y) = 1{,}55$ e $\mathsf{Var}(Y) = 0{,}7475$.

Exercício

A tabela abaixo apresenta a distribuição conjunta de X e Y

$x \backslash y$	1	2	3
0	0,10	0,10	0,10
1	0,20	0	0,30
2	0	0,10	0,10

a) Determine as distribuições marginais de X e Y
b) Obtenha as esperanças e variâncias de X e Y
c) Verifique se X e Y são independentes
d) Calcule $P(X = 2|Y = 1)$

Solução item a) e b)

Temos as seguintes distribuições marginais:

x	0	1	2
$P(X = x)$	0,30	0,50	0,20

com $\text{E}(X) = 0{,}90$ e $\text{Var}(X) = 0{,}49$.

y	1	2	3
$P(Y = y)$	0,30	0,20	0,50

com $\text{E}(Y) = 2{,}20$ e $\text{Var}(Y) = 0{,}76$.

Solução item c)

Verificamos, por exemplo:

$$P(X = 0, Y = 1) = 0{,}10 \quad \text{e} \quad P(X = 0) \cdot P(Y = 1) = 0{,}30 \cdot 0{,}30 = 0{,}09.$$

Como $0{,}10 \neq 0{,}09$, concluímos que as variáveis X e Y não são independentes.

Solução item d)

$$P(X = 2 \mid Y = 1) = 0$$

Exercício

A tabela abaixo descreve o comportamento conjunto entre o número de carros (X) e o número de televisores (Y) dos moradores de um bairro de São Paulo, se uma família é sorteada ao acaso dessa população.

$x \backslash y$	0	1	2	$P(X = x)$
0	0,10	0,21	0,11	0,42
1	0,05	0,20	0,33	0,58
$P(Y = y)$	0,15	0,41	0,44	1,00

Exercício (continuação)

a) Qual a probabilidade da família ter um carro? E de ter 2 televisores em casa?

b) Qual a probabilidade da família ter 2 televisores admitindo que tenha automóvel?

c) X e Y são independentes? Justifique.

d) Qual o número esperado de televisores de uma família? E o desvio padrão?

e) Sabendo que uma família tem um automóvel, qual é o seu número esperado de televisores? E a variância?

f) Considerando apenas automóveis e televisores, em média, quantos bens tem uma família? Qual o desvio-padrão do número de bens?

Solução 1

a) Qual a probabilidade da família ter um carro? E de ter 2 televisores em casa?

- $P(X = 1) = 0{,}58$
- $P(Y = 2) = 0{,}44$

b) Qual a probabilidade da família ter 2 televisores admitindo que tenha automóvel?

- $P(Y = 2 \mid X = 1) = \frac{P(X=1,Y=2)}{P(X=1)} = \frac{0{,}33}{0{,}58} \approx 0{,}569$

c) X e Y são independentes? Justifique.

- Não. Pois $P(Y = 2, X = 1) \neq P(Y = 2) \cdot P(X = 1)$.

d) Qual o número esperado de televisores de uma família? E o desvio padrão?
- $\text{E}(Y) = 1{,}29$
- $\text{Desvio-padrão}(Y) = 0{,}711$

e) Sabendo que uma família tem um automóvel, qual é o seu número esperado de televisores? E a variância?
- $\text{E}(Y \mid X = 1) = 1{,}483$
- $\text{Var}(Y \mid X = 1) = 0{,}422$

f) Considerando apenas automóveis e televisores, em média, quantos bens tem uma família? Qual o desvio-padrão do número de bens?
- Média do número total de bens: $1{,}87$
- Desvio-padrão do número de bens: $0{,}986$

Exercício

A tabela abaixo apresenta a distribuição conjunta do número de questões de Física (X) e de Química (Y) respondidas corretamente num exame vestibular

$x \backslash y$	0	1	2	3
0	0,10	0,10	0,00	0,00
1	0,15	0,15	0,10	0,00
2	0,00	0,10	0,10	0,05
3	0,00	0,05	0,05	0,05

Verifique se X e Y são independentes.

Encontre a correlação entre X e Y.

Solução 1

As variáveis não são independentes, pois $P(X = 0, Y = 3) = 0$ enquanto $P(X = 0) > 0$ e $P(Y = 3) > 0$.

Solução 2

Encontrando as distribuições marginais

Resumindo temos as seguintes distribuições marginais:

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,20	0,40	0,25	0,15

com $\mathsf{E}(X) = 1{,}35$ e $\mathsf{Var}(X) = 2{,}75 - (1{,}35)^2 = 0{,}9275$.

y	0	1	2	3
$P(Y = y)$	0,25	0,40	0,25	0,10

com $\mathsf{E}(Y) = 1{,}20$ e $\mathsf{Var}(Y) = 2{,}30 - (1{,}20)^2 = 0{,}86$.

Solução 3

Encontrando $\mathbb{E}(XY)$

$$
\begin{aligned}
\mathsf{E}(XY) &= 1 \times 1 \times 0{,}15 + 1 \times 2 \times 0{,}10 + \\
&\quad 2 \times 1 \times 0{,}10 + 2 \times 2 \times 0{,}10 + \\
&\quad 2 \times 3 \times 0{,}05 + 3 \times 1 \times 0{,}05 + \\
&\quad 3 \times 2 \times 0{,}05 + 3 \times 3 \times 0{,}05 \\
&= 0{,}15 + 0{,}20 + 0{,}20 + 0{,}40 + 0{,}30 + 0{,}15 + \\
&\quad 0{,}30 + 0,45 = 2{,}15.
\end{aligned}
$$

Cálculo da correlação

Portanto, o coeficiente de correlação linear entre X e Y fica dado por

$$\begin{aligned}
\rho(X,Y) &= \frac{\mathsf{E}(XY) - \mathsf{E}(X)\mathsf{E}(Y)}{\sqrt{\mathsf{Var}(X)}\sqrt{\mathsf{Var}(Y)}} \\
&= \frac{2{,}15 - 1{,}35 \times 1{,}20}{\sqrt{0{,}9275}\sqrt{0{,}86}} \\
&= \frac{0{,}53}{0{,}8931} = 0{,}59.
\end{aligned}$$

Exercício

A tabela abaixo apresenta a distribuição conjunta de X e Y

$x\backslash y$	1	2	3
0	0,10	0,10	0,10
1	0,20	0	0,30
2	0	0,10	0,10

Obtenha:

a) $E(X+Y)$ e $E(XY)$

b) Var$(X+Y)$.

c) O coeficiente de correlação $\rho(X,Y)$

Resposta

Resposta

a) $E(X+Y) = 3{,}10$, $\quad E(XY) = 2{,}00$

b) $\text{Var}(X+Y) = 1{,}25$

c) $\rho(X,Y) = 0{,}25$