

MAE0219 – Lista de Exercícios 09

Departamento de Estatística

1o semestre de 2025

Exercício 1. A temperatura T de destilação do petróleo numa refinaria é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo de 150° a 300° .

- (a) Encontre $f(t)$ e $F(t)$;
- (b) construa o gráfico de $F(t)$;
- (c) encontre $E(T)$ e $\text{Var}(T)$;
- (d) se o óleo é destilado a uma temperatura inferior a 200° , o custo do galão fica em 0,40 USD, e se o petróleo é destilado numa temperatura superior o custo sobe para 0,50 USD. Qual o custo esperado para produzir um galão de petróleo?

Exercício 2. Seja X a demanda diária (em centenas de quilos) de um determinado produto. A função densidade de probabilidade de X é dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{3}, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1 - \frac{x}{3}, & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{se } 0 > x \text{ ou } x > 3. \end{cases}$$

- (a) Construa o gráfico de $f(x)$;
- (b) Encontre $E(X)$ e $\text{Var}(X)$;
- (c) qual a probabilidade que, em um dado dia, se venda mais de 100 kg? E menos de 50kg?

Exercício 3. Seja a função densidade

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{em caso contrario} \end{cases}$$

- (a) Esboce $f(x)$ graficamente.
- (b) Mostre que $f(x)$ é uma função densidade de probabilidade.
- (c) Obtenha $E(X)$ e $\text{Var}(X)$.
- (d) Calcule $P(0 \leq X \leq 1/2)$.
- (e) Obtenha $F(x)$.

Exercício 4. Suponha que uma pane pode ocorrer em qualquer parte de uma rede elétrica de 10 km, com mesma probabilidade.

- (a) Qual é a probabilidade da pane ocorrer nos primeiros 800 metros? E de ocorrer nos 2 km centrais da rede?
- (b) O custo de reparo da rede depende da distância do centro do serviço ao local da pane. Considere que o centro de serviço está localizado na origem da rede e que o custo é de R\$ 100 para distâncias até 3 km, de R\$ 400 entre 3 e 8 km, e de R\$ 1.000 para as distâncias acima de 8 km. Qual é o custo médio do conserto?

Exercício 5. O tempo, em minutos, de utilização de um caixa eletrônico por clientes de um certo banco, foi modelado por uma variável T com distribuição $\text{Exp}(4)$. Determine

- (a) $P(T < 1)$.
- (b) $P(T > 1 \mid T \leq 2)$.
- (c) O valor da constante a tal que $P(T \leq a) = 0,4000$.

Exercício 6. Suponha que uma variável aleatória contínua tenha densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{6} + k, & \text{se } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

- (a) Qual é o valor de k ?
- (b) Quanto vale b tal que $P(X > b) = 5/9$?

Exercício 7. Dois amigos planejam um encontro entre 20 e 21 horas. Um deles é pontual e pretende chegar às 20:30 horas e esperar por exatos 15 minutos. O outro é mais imprevisível e pode chegar em qualquer momento do intervalo inicialmente previsto, saindo imediatamente se não encontrar o amigo.

- (a) Qual é a probabilidade de eles se encontrarem?
- (b) Qual é a probabilidade de eles não se encontrarem devido a um lapso de menor que 5 minutos?