

Respostas dos Exercícios de Supercondutividade
1º. Semestre de 2025

1. Um fio feito de Nb₃Al tem um raio de 2,0 mm e é mantido a 4,2 K. Usando os dados na Tabela 12.5, encontre:
(a) o campo crítico superior para este fio a esta temperatura; $B_{c2} = 30,77\text{T}$
(b) a corrente máxima que pode passar através do fio antes que sua supercondutividade seja destruída, supondo que os vórtices não se movimentem; $I_c = 9,8 \times 10^4\text{ A}$ ($H=I/\ell \rightarrow \mu_0 H_{c2} = \mu_0 I_c / \ell$, sendo $\ell = 2\pi r$)
(c) o campo magnético a 6,0 mm da superfície do fio quando a corrente tem o seu valor máximo. $B = 3,27\text{ T}$
2. Um solenóide supercondutor deve ser projetado para gerar um campo magnético de 10 T.
(a) Se o enrolamento tiver 2000 voltas / m, qual é a corrente necessária? $I = 3978,9\text{ A}$
(b) Qual a força por metro que o campo magnético exerce sobre os enrolamentos internos? (Fórmula da força de Lorentz: $F = 3,98 \times 10^4\text{ N/m}$)
3. Determine a corrente gerada em um anel supercondutor de Nb metálico de diâmetro 2 cm, se um campo magnético de 0,020 T e direcionado perpendicular ao anel se este é repentinamente reduzido a zero. A indutância do anel é $L = 3,1 \times 10^{-8}\text{ H}$. (Usar que a voltagem no circuito é dada por $V = RI + LdI/dt$ e que a voltagem induzida é dada pela Lei de Faraday. Você irá encontrar $I = 202,7\text{ A}$)
4. Determine a energia do campo magnético, em joules, que precisa ser adicionada para destruir a supercondutividade em $1,0\text{ cm}^3$ de chumbo perto de 0 K. Use o fato de que $B_c(0)$ para chumbo é 0,080 T. (a diferença da densidade de energia entre o estado normal e supercondutor é dada por $\Delta E = B_c^2/2\mu_0$: a diferença de energia será $\Delta E' = 2.55\text{ mJ}$)
5. A profundidade de penetração para o chumbo a 0,0 K é de 39 nm. Encontre a profundidade de penetração no chumbo em (a) 1,0 K, (b) 4,2 K, e (c) 7,0 K. ($\lambda(1\text{K}) = 39,4\text{ nm}$; $\lambda(4,2\text{K}) = 48\text{ nm}$; $\lambda(7\text{K}) = 169,5\text{ nm}$)
6. Encontre o campo magnético crítico em mercúrio em (a) 1,0 K e (b) 4,0 K. Só usar a fórmula
7. Correntes persistentes.
Num experimento realizado por S. C. Collins entre 1955 e 1958, manteve-se uma corrente num anel de chumbo supercondutor durante 2,5 anos sem perda observada. Se a indutância do anel era $3,14 \times 10^{-8}\text{ H}$, e a sensibilidade da experiência era 1 parte em 10^9 , determinar a resistência máxima do anel. (Dica: Trate isso como uma corrente que decai em um circuito RL onde $(I(t) = I_0 e^{-Rt/L})$. $R = 3,98 \times 10^{-25}\text{ }\Omega$)
8. Velocidade do fluxo de elétrons.
A corrente é transportada por todo fio de nióbio-estanho, um supercondutor de tipo II. Se um fio de nióbio-estanho de seção transversal $2,0\text{ mm}^2$ pode transportar uma supercorrente máxima de $1,0 \times 10^5\text{ A}$, estimar a velocidade média dos elétrons supercondutores. (Suponha que a densidade de elétrons condutores é $n_s = 5.0 \times 10^{27}\text{ / m}^3$.) a densidade de corrente em um material é dada intrinsecamente por $J = n v q$, onde n é a densidade de portadores de carga, q é a carga dos portadores e v a velocidade de portadores. A velocidade será de $112,5\text{ km/h}$)
9. Calcule o gap de energia para cada supercondutor na Tabela 12.4 como previsto pela teoria BCS. Compare suas respostas com os valores experimentais na Tabela 12.7. (só usar a fórmula: $E_g = 3,53 k_B T_c$)

Table 12.4 Critical Temperatures and Critical Magnetic Fields (at $T = 0$ K) of Some Elemental Superconductors

Superconductor	T_c (K)	$B_c(0)$ (T)
Al	1.196	0.0105
Ga	1.083	0.0058
Hg	4.153	0.0411
In	3.408	0.0281
Nb	9.26	0.1991
Pb	7.193	0.0803
Sn	3.722	0.0305
Ta	4.47	0.0829
Ti	0.39	0.010
V	5.30	0.1023
W	0.015	0.000115
Zn	0.85	0.0054

Table 12.7 Energy Gaps for Some Superconductors at $T = 0$ K

Superconductor	E_g (meV)
Al	0.34
Ga	0.33
Hg	1.65
In	1.05
Pb	2.73
Sn	1.15
Ta	1.4
Zn	0.24
La	1.9
Nb	3.05

10. Calcule o gap de energia para cada supercondutor na Tabela 12.5 como previsto pela teoria BCS. Compare seus valores com os encontrados para supercondutores do tipo I.

Table 12.5 Critical Temperatures and Upper Critical Magnetic Fields (at $T = 0$ K) of Some Type II Superconductors

Superconductor	T_c (K)	$B_{c2}(0)$ (T)
Nb ₃ Al	18.7	32.4
Nb ₃ Sn	18.0	24.5
Nb ₃ Ge	23	38
NbN	15.7	15.3
NbTi	9.3	15
Nb ₃ (AlGe)	21	44
V ₃ Si	16.9	23.5
V ₃ Ga	14.8	20.8
PbMoS	14.4	60

11. Supercondutor de alta temperatura.

Estimar o intervalo de energia E_g , para o supercondutor de alta temperatura YBa₂Cu₃O_{7- δ} que tem uma temperatura crítica de 92 K, assumindo a teoria BCS. $E_g = 28$ meV

12. Pares de Cooper.

Um par Cooper num supercondutor de tipo I tem uma separação média de cerca de $1,0 \times 10^{-4}$ cm. Se esses dois elétrons podem interagir dentro de um volume desse diâmetro, quantos outros pares Cooper têm seus centros dentro do volume ocupado por um par? Use os dados apropriados para o chumbo, que tem $n_s = 2,0 \times 10^{22}$ elétrons / cm³. (Calcule o volume (esférico) ocupado por um par e a partir de n_s calcule o número; $n = 1,05 \times 10^{10}$ pares de elétrons)

13. Dipolo em campo magnético.

A energia potencial de um magnético de momento μ na presença de um campo magnético $\mathbf{B}$ é

$U = -\mu \cdot \mathbf{B}$. Quando um elétron é colocado em um campo magnético, seu momento magnético pode ser alinhado no sentido ou contra o campo. A separação de energia entre esses dois estados é $E = 2\mu B$, onde o momento magnético do elétron é $\mu = 5,79 \times 10^{-5}$ eV / T.

(a) Se um par Cooper é submetido a um campo magnético de 38 T (campo crítico para Nb₃Ge), calcule a separação de energia entre os elétrons spin-up e spin-down. $E = 4,40 \times 10^{-3}$ eV.

(b) Calcule o gap de energia para Nb₃Ge como previsto pela teoria BCS a 0 K, usando o fato de que T_c = 23 K. $E_g = 6,99 \times 10^{-3}$ eV.

(c) Como suas respostas a (a) e (b) se comparam? O que esse resultado sugere, baseado no que você aprendeu sobre campos críticos?