

MAE0219 – Lista de Exercícios 08

Departamento de Estatística

1o semestre de 2025

Exercício 1. Supor que a função de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias X e Y seja dada pela tabela abaixo:

$y \setminus x$	1	2	3
1	9/50	2/50	6/50
2	7/50	6/50	8/50
3	4/50	6/50	2/50

- (a) Obter as distribuições marginais de X e Y .
- (b) Calcular $E[X]$, $E(Y)$, $\text{Var}(X)$ e $\text{Var}(Y)$.
- (c) Obter $\rho(X, Y)$.
- (d) Seja $Z = X + Y$, obter $E(Z)$ e $\text{Var}(Z)$ usando apenas os números obtidos em (b) e (c).
- (e) Obtenha $E(Y|X=1)$ e $\text{Var}(Y|X=1)$.

Exercício 2. A tabela abaixo descreve a distribuição conjunta das variáveis aleatórias X e Y para uma grupo de 100 alunos, em que X e Y denotam, respectivamente, o número de vezes que o aluno foi ao teatro nos meses de janeiro e fevereiro de 2016.

$y \setminus x$	0	1	2	3
0	20/100	13/100	5/100	2/100
1	15/100	10/100	4/100	1/100
2	5/100	10/100	3/100	2/100
3	4/100	3/100	2/100	1/100

- (a) Obtenha as distribuições marginais de X e Y .
- (b) Obtenha $\rho(X, Y)$ e comente.
- (c) Se um aluno foi ao teatro em fevereiro qual a probabilidade de não ter ido em janeiro?
- (d) Qual a interpretação de $X + Y$? Obtenha $E(X + Y)$ e $\text{Var}(X + Y)$.

Exercício 3. A distribuição conjunta das variáveis aleatórias X e Y é dada abaixo:

$y \setminus x$	-1	0	1
-1	1/8	1/8	1/8
0	1/8	0	1/8
1	1/8	1/8	1/8

- (a) Verifique se X e Y são independentes
- (b) Obtenha $\rho(X, Y)$ e comente

Exercício 4. Suponha que X e Y sejam variáveis aleatórias com

$$\text{Var}(X) = 1, \quad \text{Var}(Y) = 4 \quad \text{e} \quad \rho(X, Y) = 1/2.$$

Determine $\text{Var}(X + Y)$.

Exercício 5. Considere a distribuição conjunta de X e Y , parcialmente conhecida, dado na tabela abaixo:

$y \setminus x$	-1	0	1	$P(Y = y)$
-1	1/12			
0				1/3
1	1/4		1/4	
$P(X = x)$		0		1

- (a) Complete a tabela, considerando X e Y independentes.
- (b) Calcule as médias e variâncias de X e Y
- (c) Obtenha as distribuições condicionais de X dado que $Y = 0$, e de Y dado que $X = 1$.

Exercício 6. Considere a distribuição conjunta de X e Y abaixo:

$y \setminus x$	1	2	3
1	5/27	1/27	3/27
2	4/27	3/27	4/27
3	2/27	3/27	2/27

Determine a média e a variância de:

- (a) $X+Y$
- (b) XY