SCC0251
Processamento de Imagens

Transformada de Fourier

Professora Leo Sampaio Ferraz Ribeiro

Slide para não esquecer de passar a lista

Júpiter - Sistema de Gestão Acadêmica da Pró-Reitoria de Graduação

Lista de Presença

Unidade: 55 Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Disciplina: SCC0251 Processamento de Imagens
Turma: 2025101 - Teórica
Período: 24/02/2025 - 07/07/2025
Disciplina COM 2ª Avaliação.

Horário	Prof(a).
qua 08:10 09:50	Leo Sampaio Ferraz Ribeiro
sex 08:10 09:50	Leo Sampaio Ferraz Ribeiro

NºUSP	Ingr.	Curso	Nome	dia __/__/___	dia __/__/___	dia __/__/___
14712657	28/02/2024	55041	Allan Vitor de Souza Silva			
13687196	11/02/2022	55071	Amabile Pietrobon Ferreira			
13687108	23/02/2022	55090	Arthur Hiratsuka Rezende			
12691964	13/03/2023	55041	Arthur Pin			
13671532	11/02/2022	55041	Arthur Queiroz Moura			
12745212	03/05/2021	97001	Asafe Henrique de Oliveira Franca			
12542481	16/04/2021	55041	Bernardo Maia Coelho			
12733212	29/04/2021	55041	Bernardo Rodrigues Tameirao Santos			
14745682	13/03/2023	55071	Bruno Batista Pereira da Silva			
13672220	25/03/2022	55041	Camila Donda Ronchi			
12542630	18/03/2021	55041	Carlos Filipe de Castro Lemos			
14746015	24/02/2025	55090	Diego Gladcheff Munhoz			
12556973	25/02/2022	55041	Eduarda Fritzen Neumann			
14568142	27/01/2023	55090	Enzo Castelo Branco Biondi			
13781841	07/03/2022	55041	Enzo Yasuo Hirano Harada			
12547423	13/03/2023	55041	Fabricio Sampaio			

Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n}+\frac{vy}{m}\right)}$$

Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n}+\frac{vy}{m}\right)}$$

> Considerando o caso 2D: x, y aqui são coordenadas, u, v são frequências em cada direção

Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} f(x,y) e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n} + \frac{vy}{m}\right)}$$

> Considerando o caso 2D: x, y aqui são coordenadas, u, v são frequências em cada direção

> A magnitude é frequentemente chamada de espectro de fourier:

Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} f(x,y) e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n} + \frac{vy}{m}\right)}$$

> Considerando o caso 2D: x, y aqui são coordenadas, u, v são frequências em cada direção

> A magnitude é frequentemente chamada de espectro de fourier:

$$|F(u,v)| = \sqrt{R^2(u,v) + I^2(u,v)}$$

Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n}+\frac{vy}{m}\right)}$$

> A magnitude é frequentemente chamada de espectro de fourier:

$$|F(u,v)| = \sqrt{R^2(u,v) + I^2(u,v)}$$

> O ângulo da phase é definido por:

$$\phi(u,v) = \arctan\left(\frac{I(u,v)}{R(u,v)}\right)$$

Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n}+\frac{vy}{m}\right)}$$

> O ângulo da phase é definido por:

$$\phi(u,v) = \arctan\left(\frac{I(u,v)}{R(u,v)}\right)$$

> Diretamente da equação temos o “componente DC”:

$$F(0,0) = \frac{1}{nm}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)$$

Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n}+\frac{vy}{m}\right)}$$

O espectro fourier de uma função real é simétrico em relação a origem:

$$|F(u,v)| = |F(-u,-v)|$$

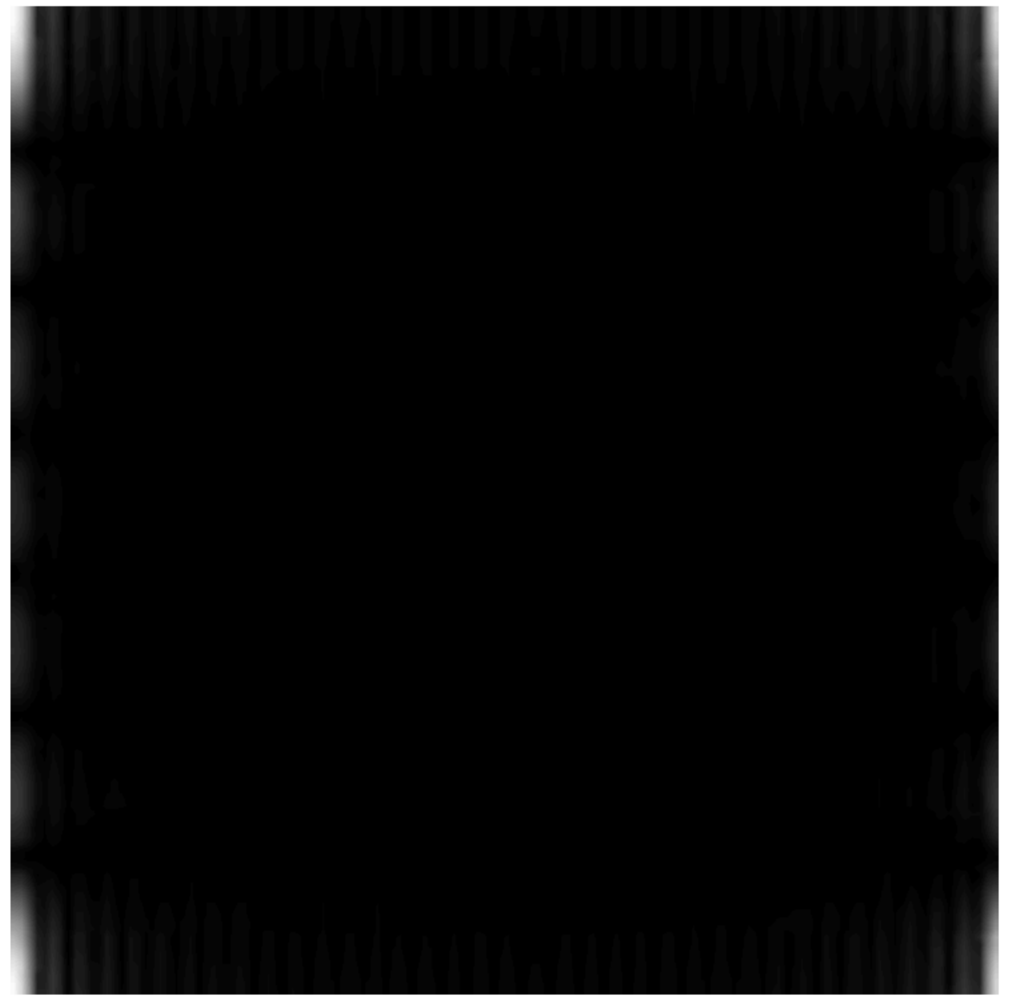
E o ângulo da fase é anti-simétrico

$$\phi(u,v) = -\phi(-u,-v)$$

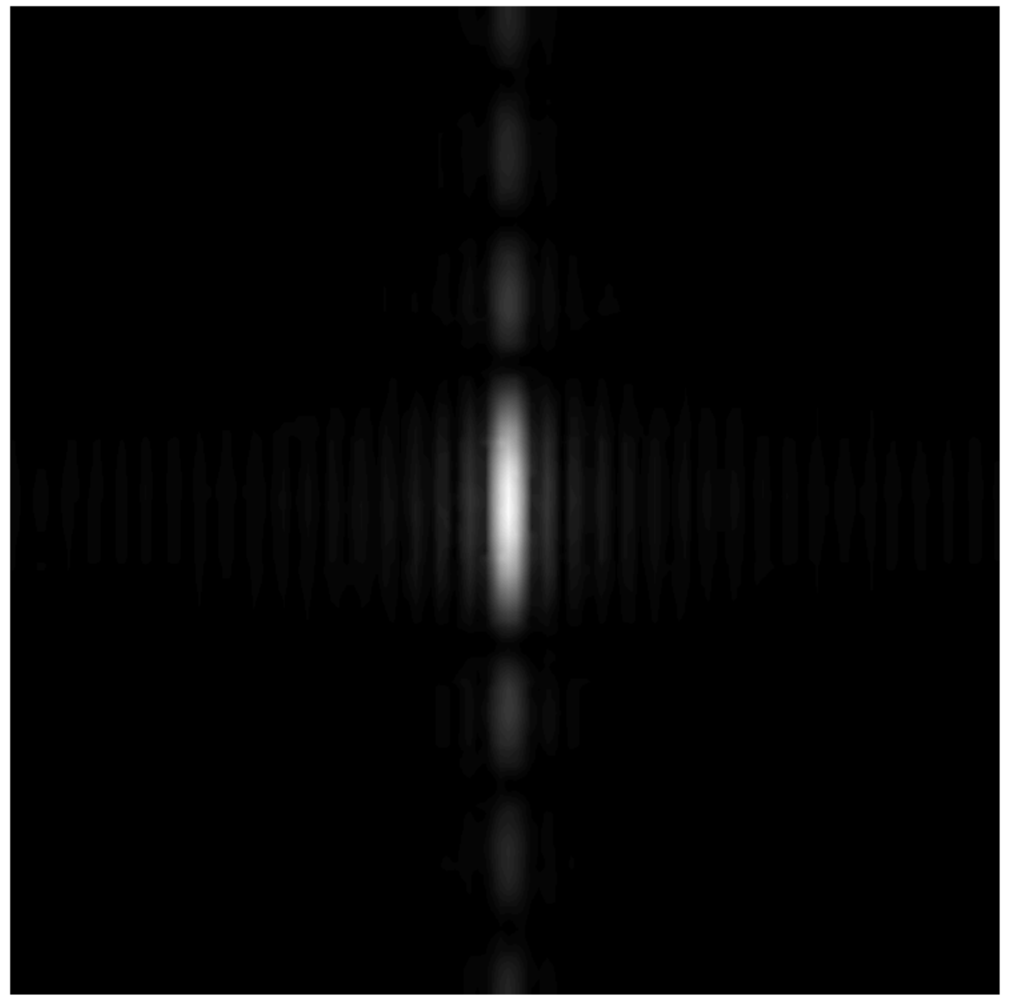
Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n}+\frac{vy}{m}\right)}$$

> Para mostrar uma função transformada é comum reposicionar os quadrantes usando coordenadas $(-1)^{x+y}$ e aplicar log:



$|F(u,v)|$

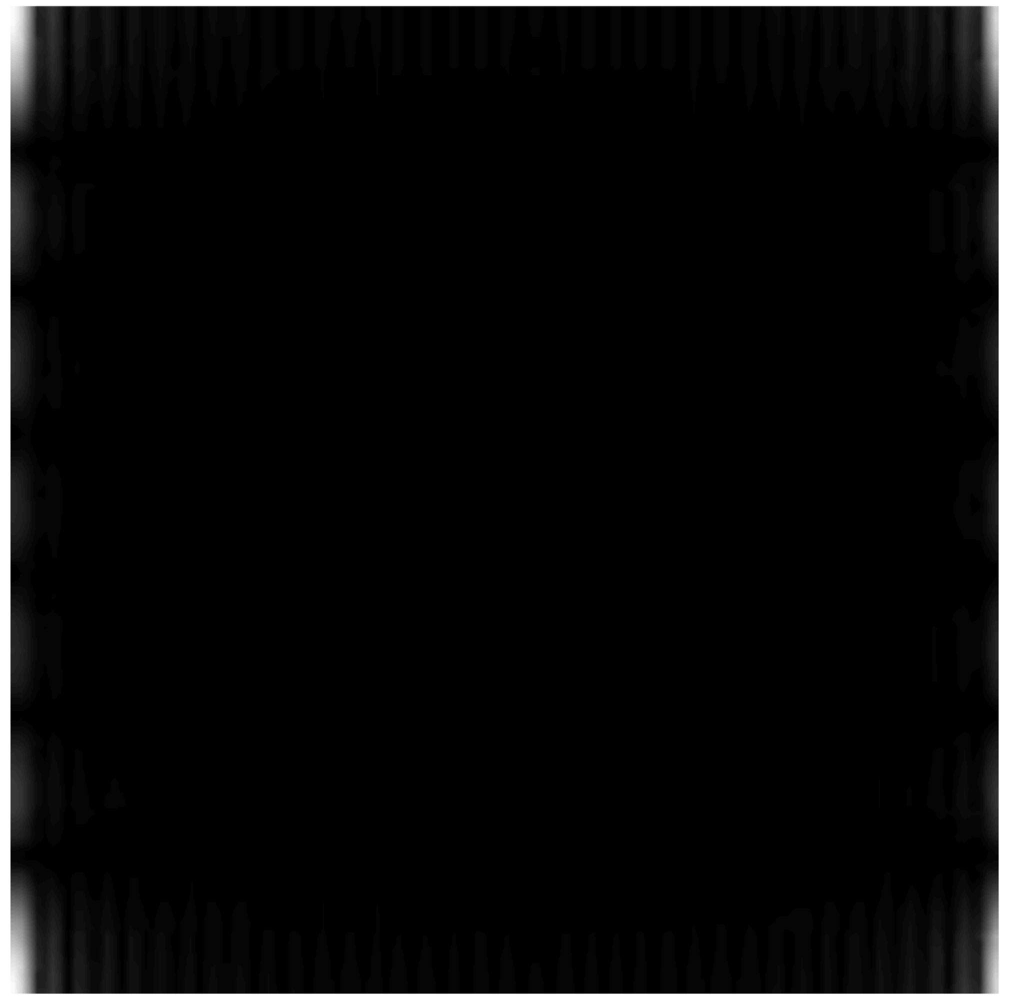


$Shift(|F(u,v)|)$

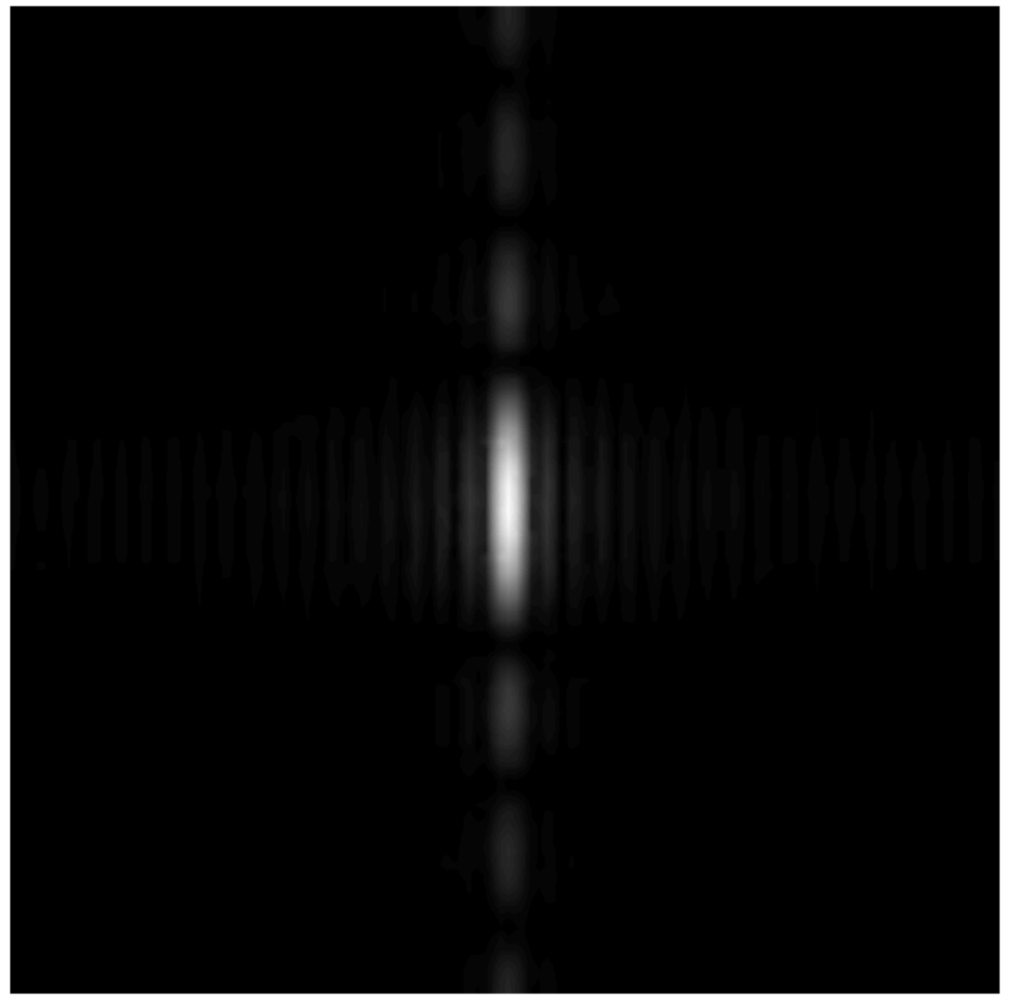
Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n}+\frac{vy}{m}\right)}$$

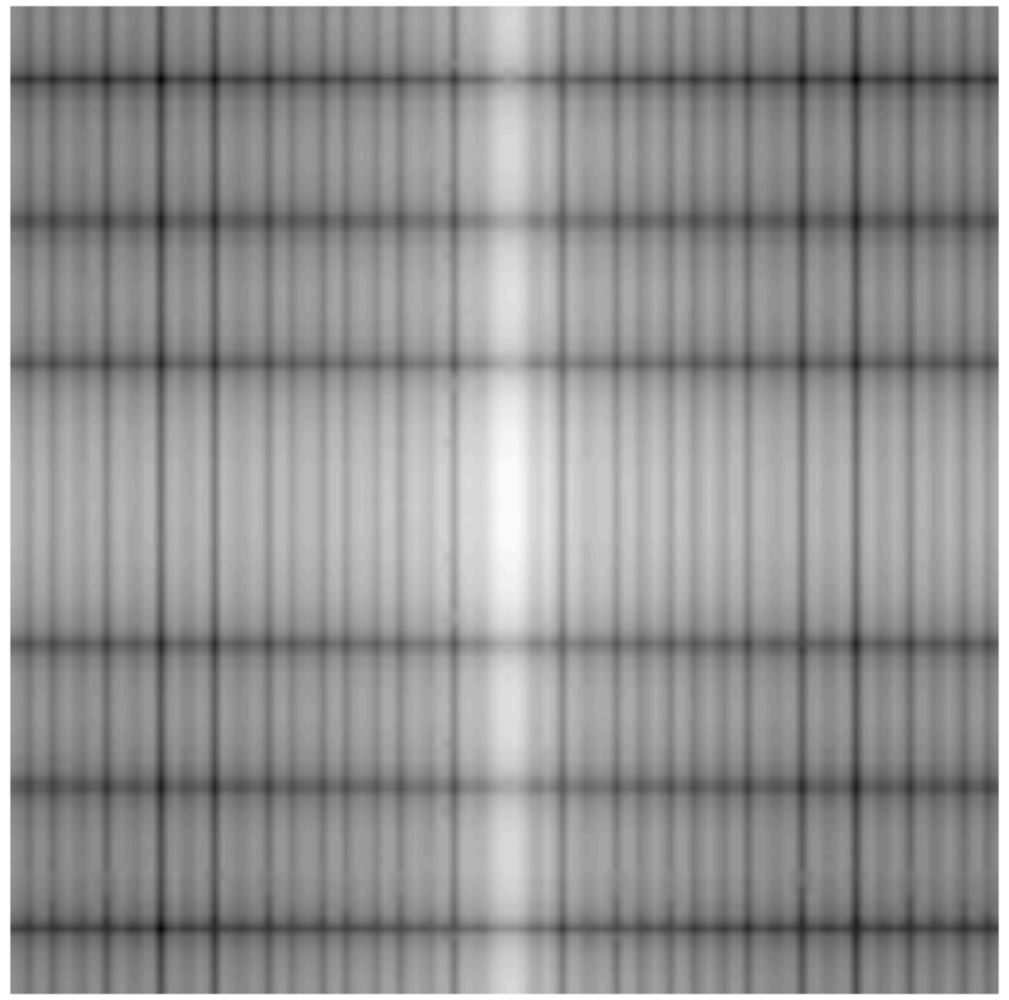
> Para mostrar uma função transformada é comum reposicionar os quadrantes usando coordenadas $(-1)^{x+y}$ e aplicar log:



$|F(u,v)|$



$Shift(|F(u,v)|)$



Transformada Discreta de Fourier 2D

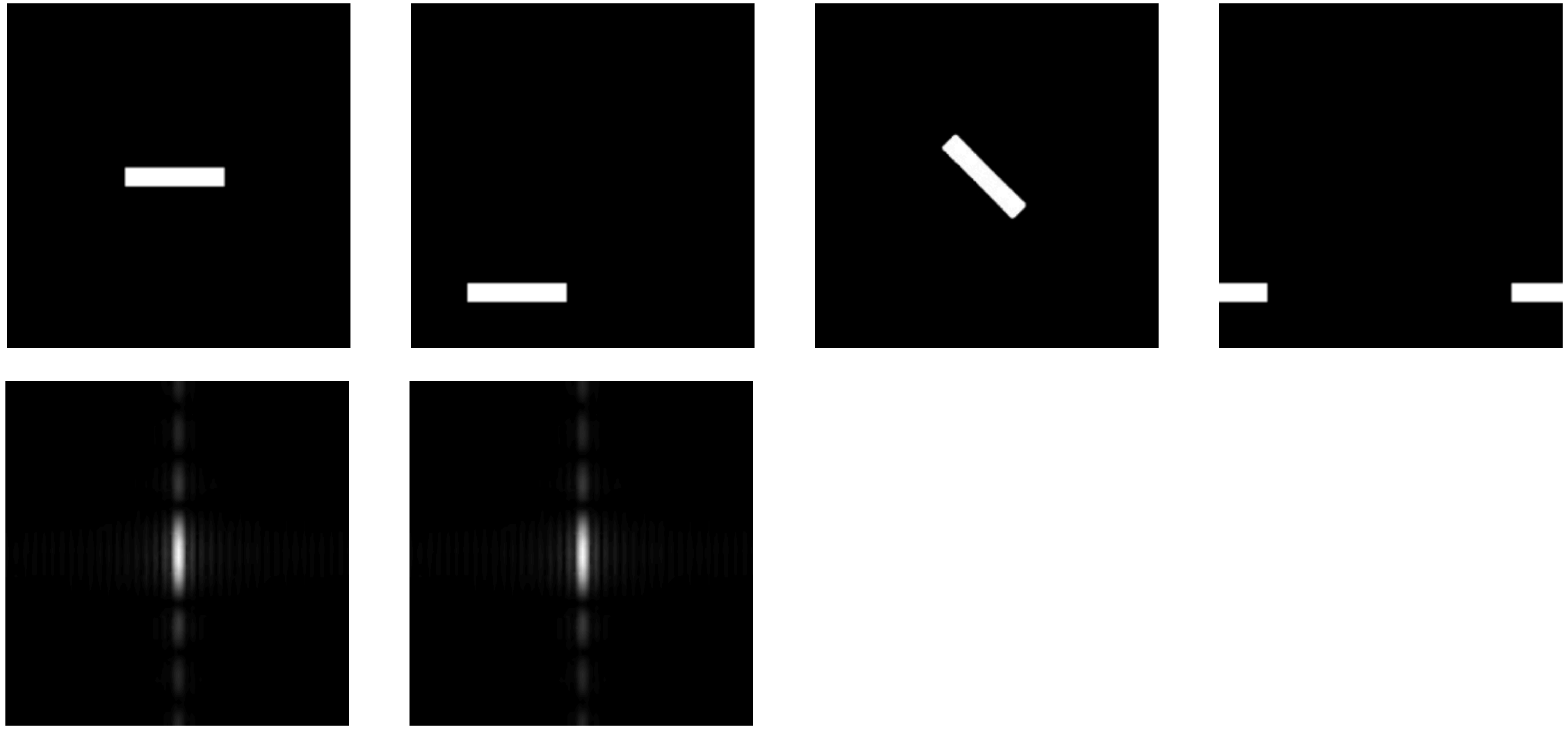
$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n}+\frac{vy}{m}\right)}$$

Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} f(x,y) e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n} + \frac{vy}{m}\right)}$$

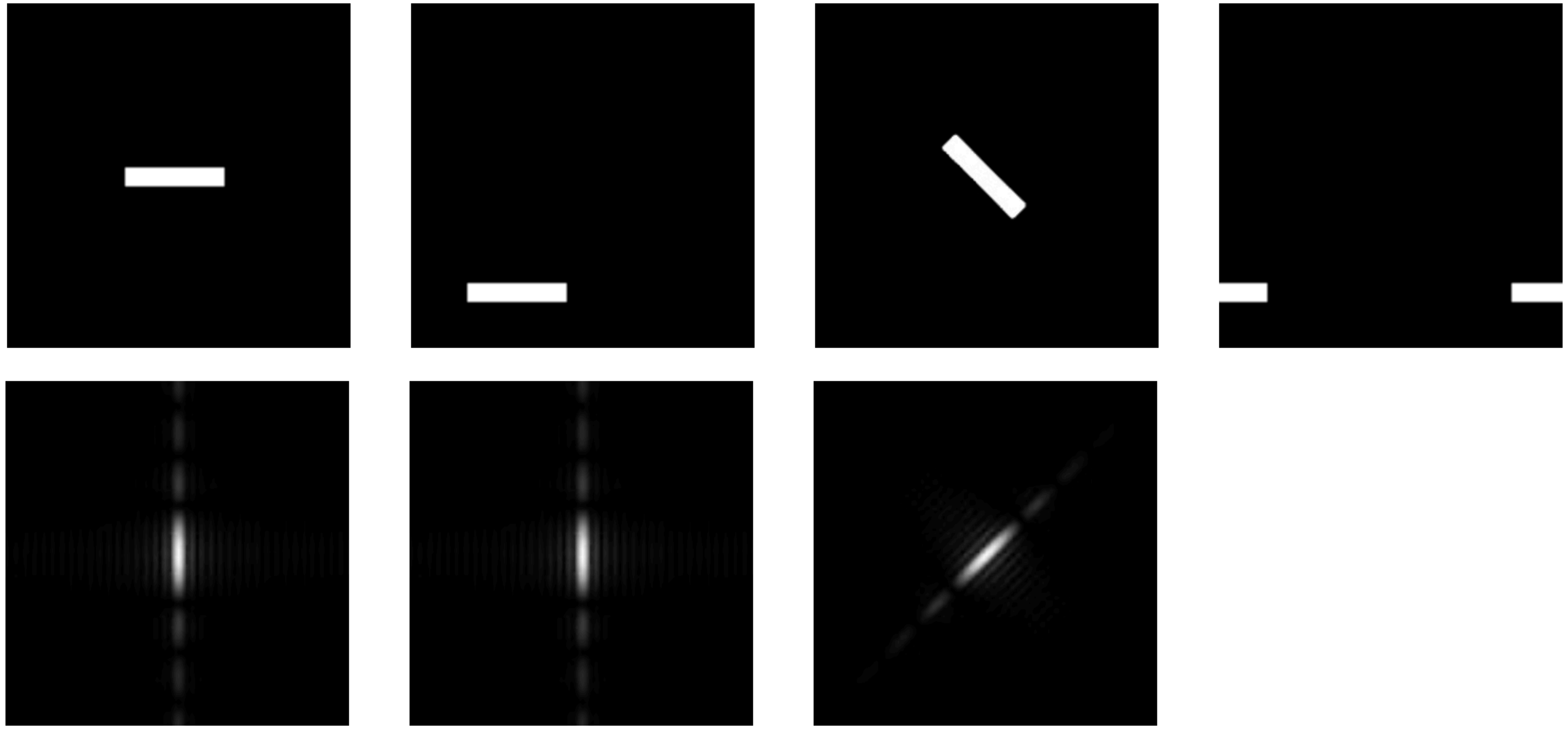
Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n}+\frac{vy}{m}\right)}$$



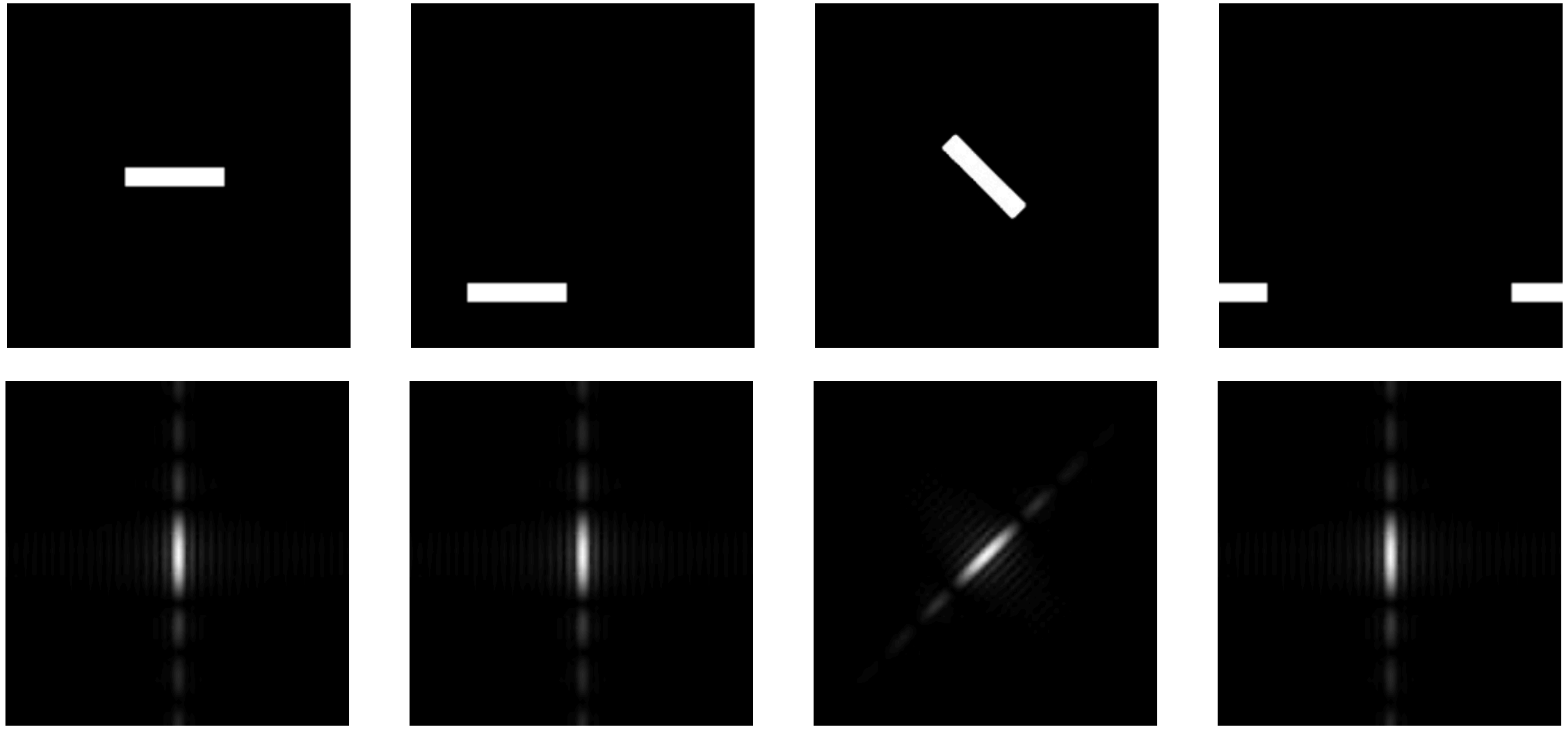
Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} f(x,y) e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n} + \frac{vy}{m}\right)}$$



Transformada Discreta de Fourier 2D

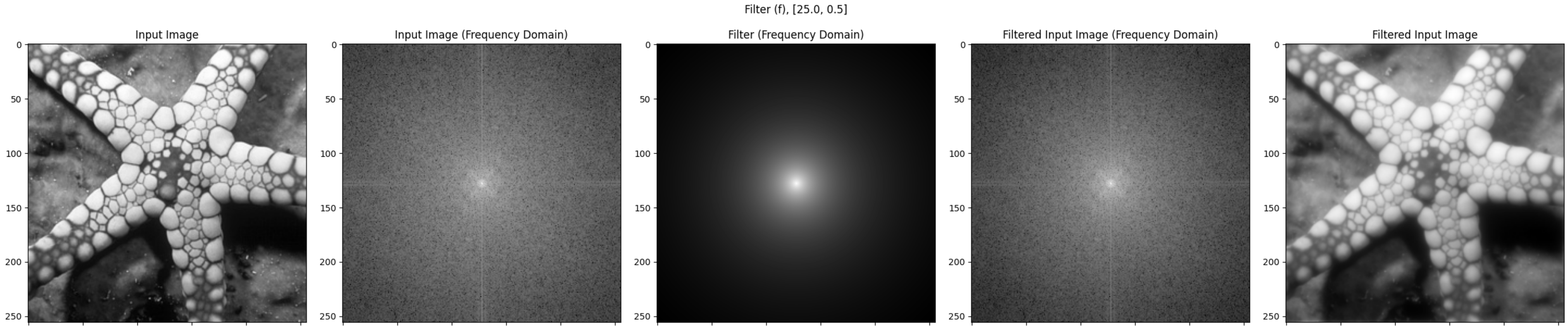
$$F(u,v) = \frac{1}{mn} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} f(x,y) e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n} + \frac{vy}{m}\right)}$$



Transformada Discreta de Fourier 2D

$$F(u,v) = \frac{1}{mn} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} f(x,y) e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n} + \frac{vy}{m}\right)}$$

> Após o shift nós temos no centro da imagem as frequências mais baixas



Teorema da Convolução

$$(f \circledast h)(x, y) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} f(i, j) h((x - i), (y - j))$$

Teorema da Convolução

$$(f \circledast h)(x, y) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} f(i, j) h((x - i), (y - j))$$

$$F(u, v) = \frac{1}{mn} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} f(x, y) e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{n} + \frac{vy}{m}\right)}$$

Teorema da Convolução

$$(f \circledast h)(x, y) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} f(i, j)h((x - i), (y - j))$$

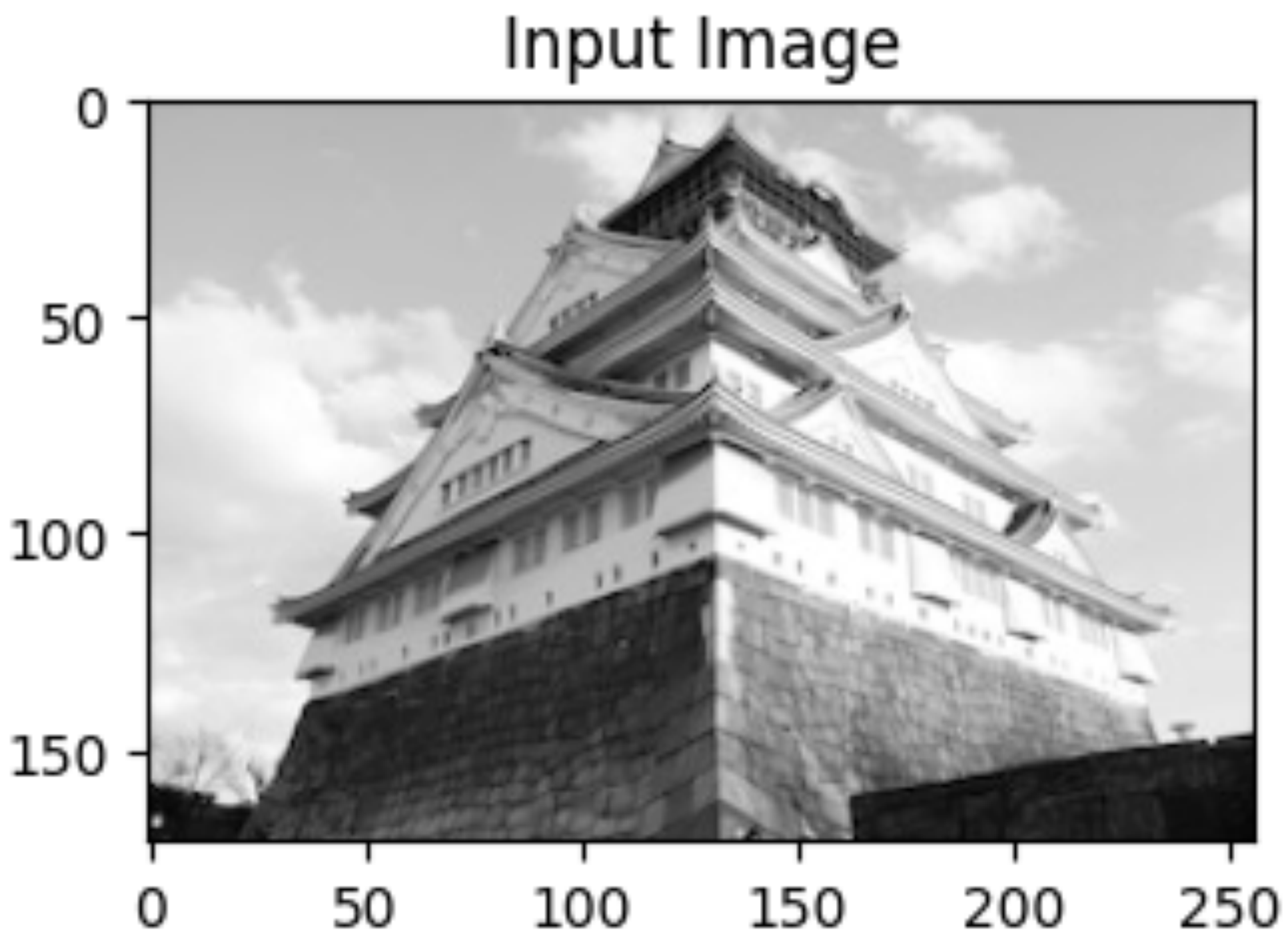
> Uma convolução no domínio espacial/temporal é equivalente a uma multiplicação no domínio das frequências

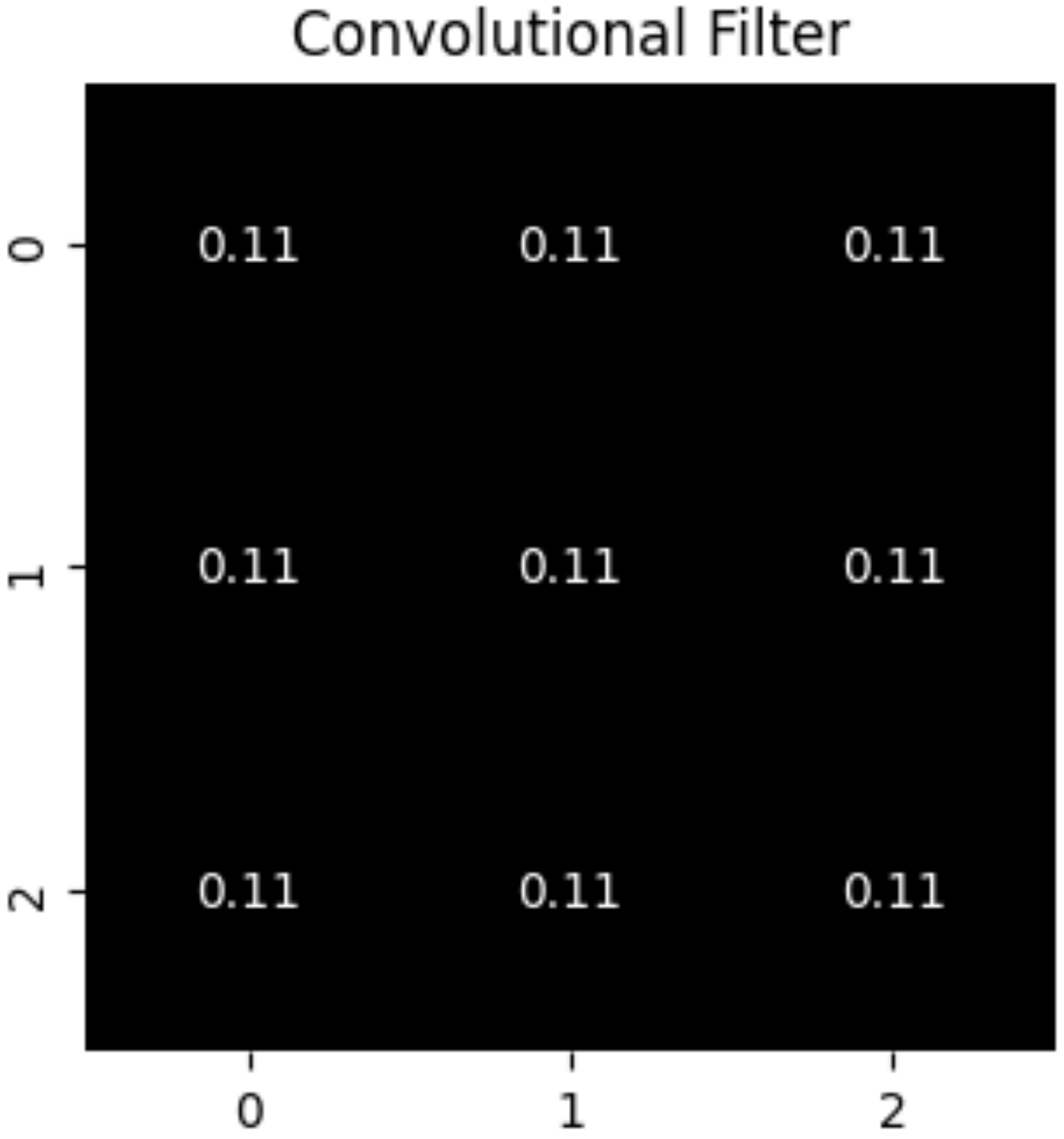
$$f(x, y) \circledast h(x, y) \leftrightarrow F(u, v) \cdot H(u, v)$$

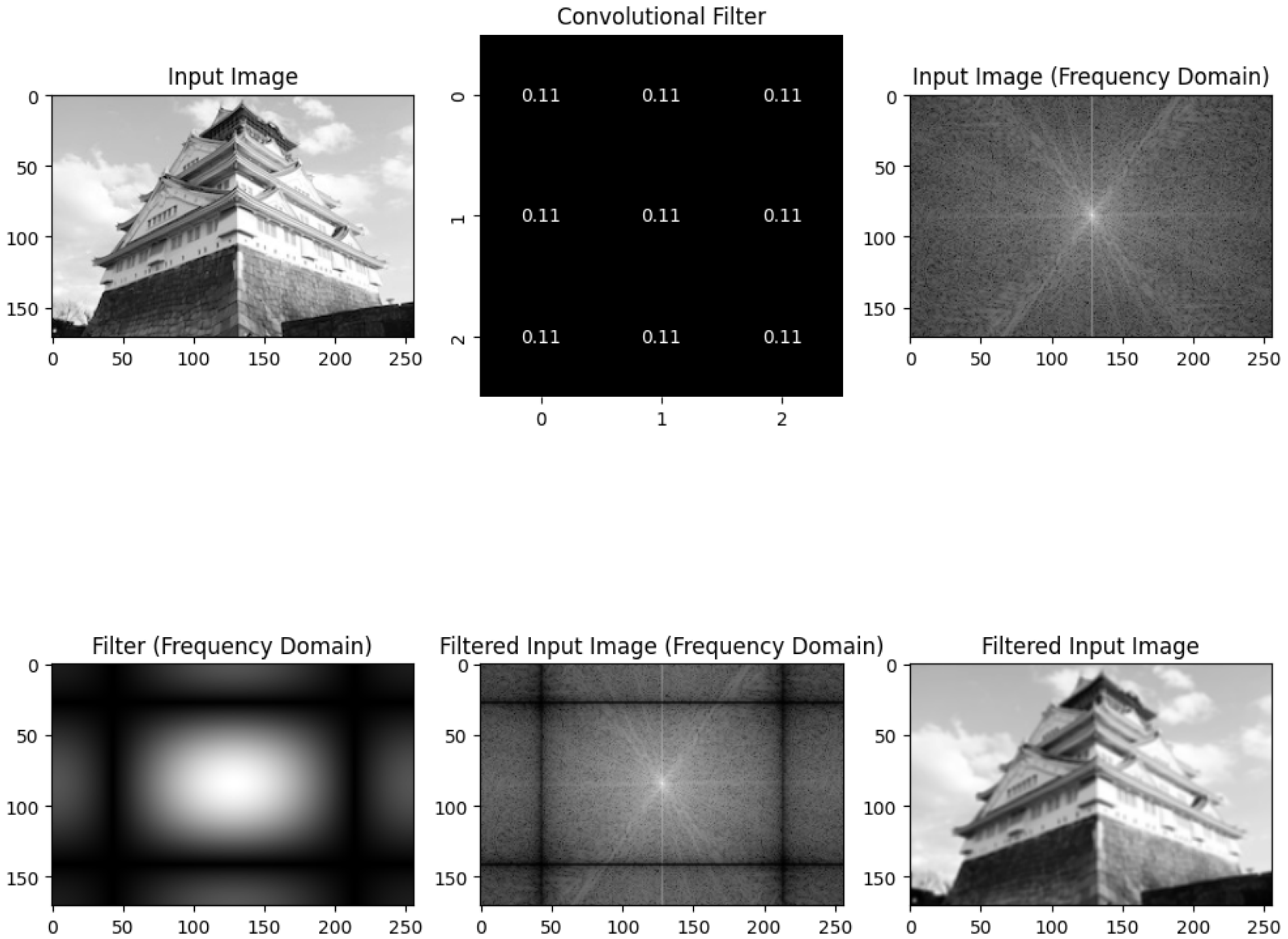
$$f(x, y) \cdot h(x, y) \leftrightarrow F(u, v) \circledast H(u, v)$$

Filtros no Domínio das Frequências

Filtro caixa

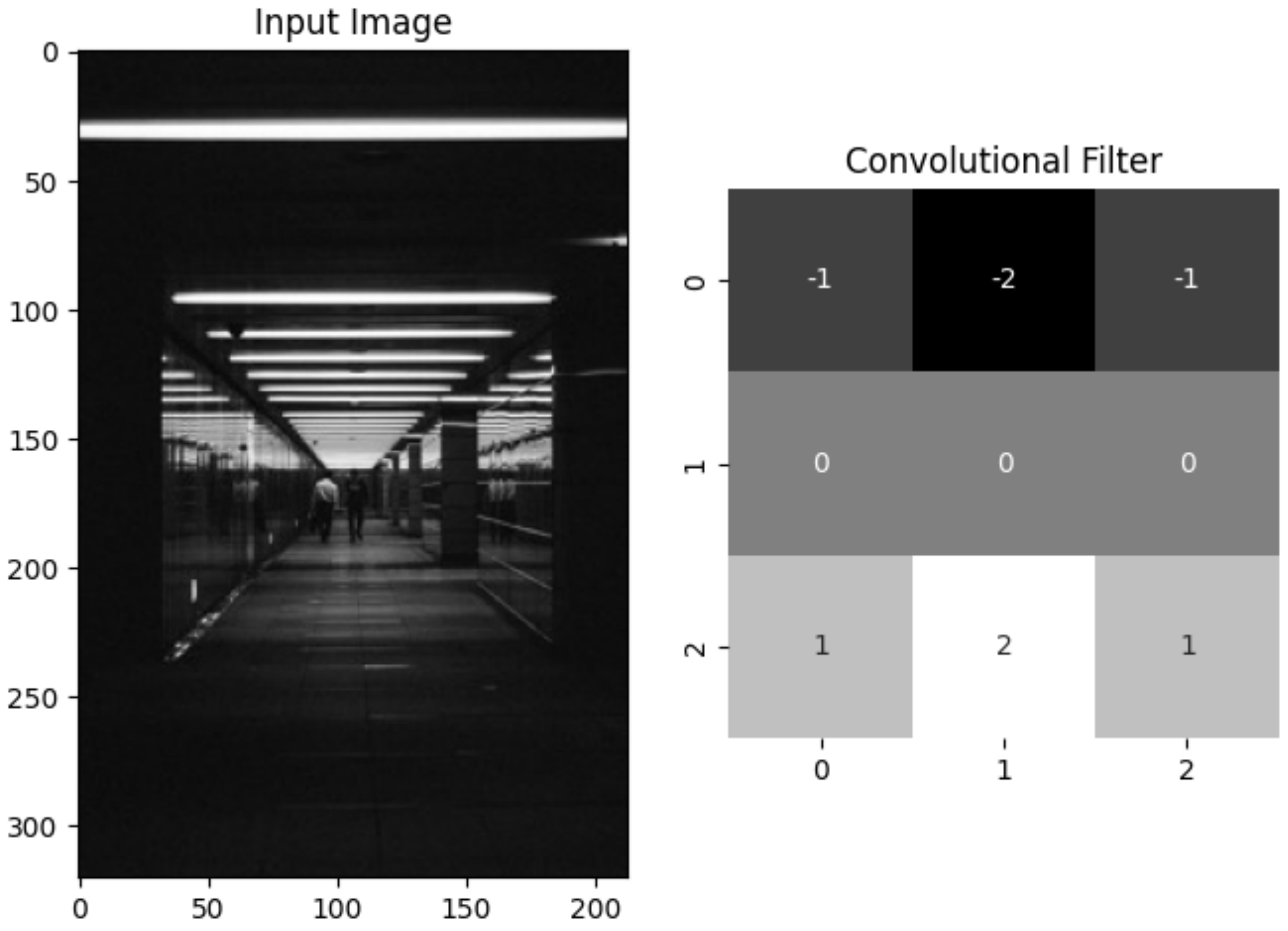


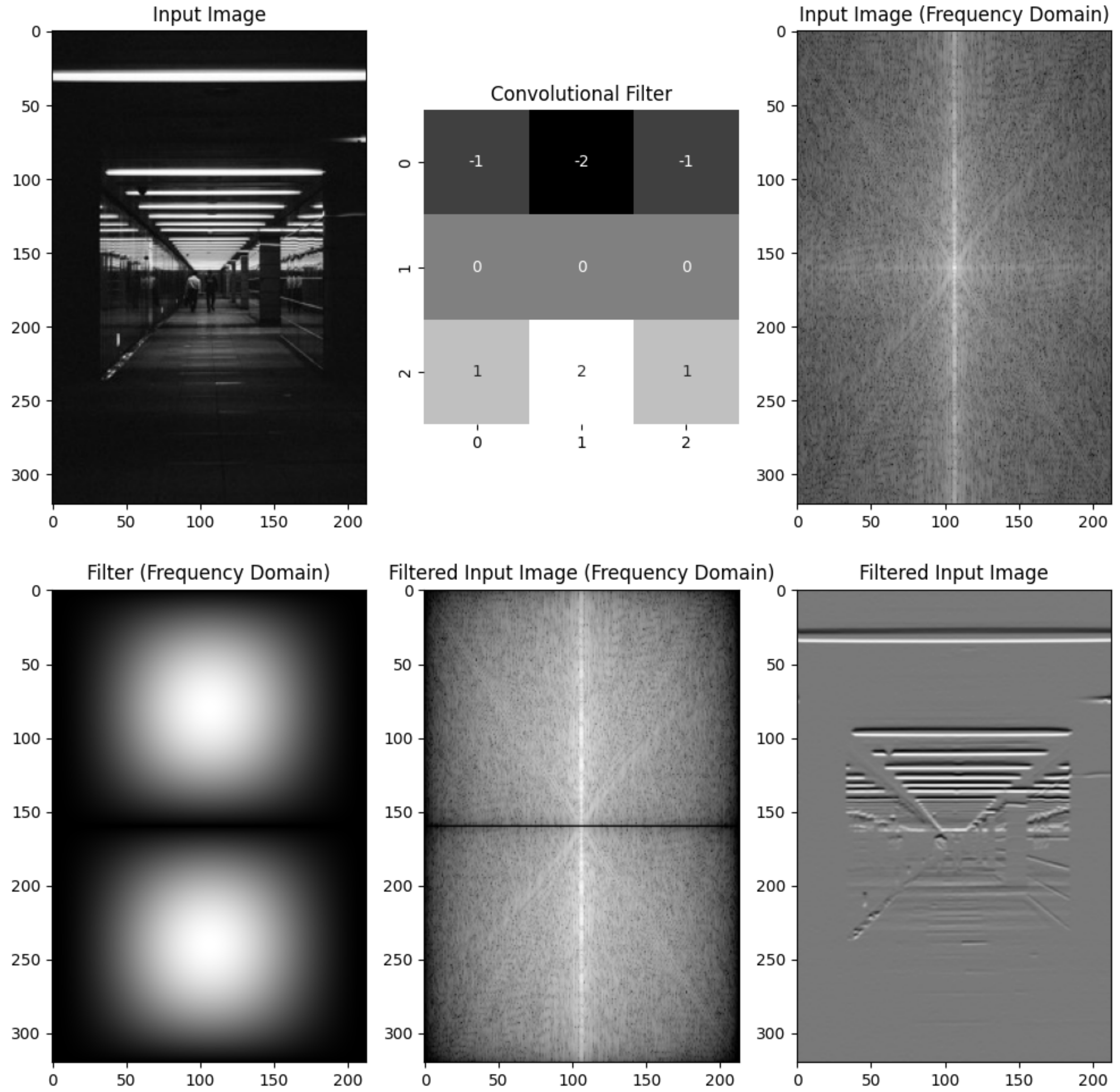



Input Image
Convolutional Filter
0.11 0.11 0.11
0.11 0.11 0.11
0.11 0.11 0.11
Input Image (Frequency Domain)
Filter (Frequency Domain)
Filtered Input Image (Frequency Domain)
Filtered Input Image

Filtros no Domínio das Frequências

Filtro Sobel

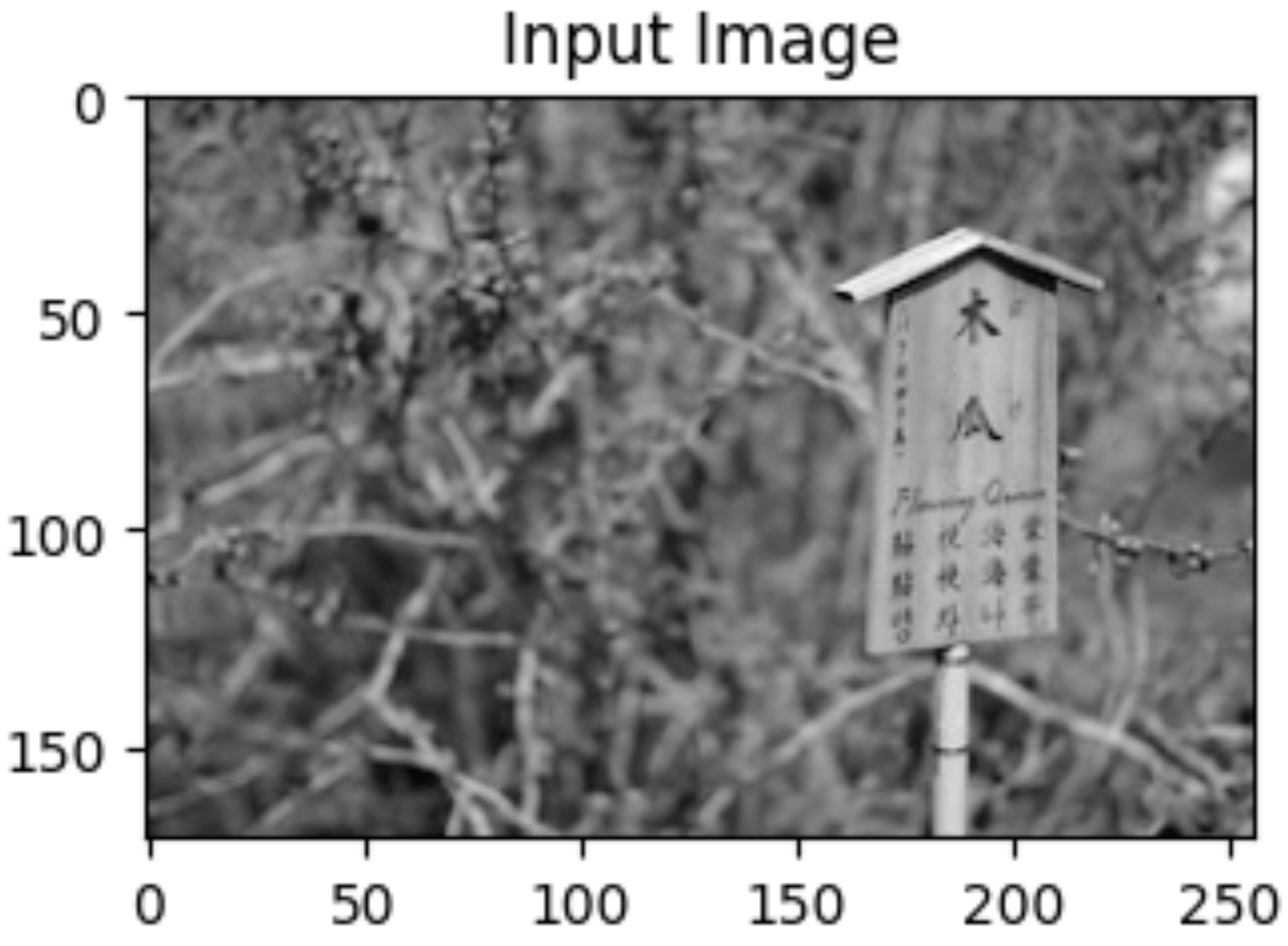


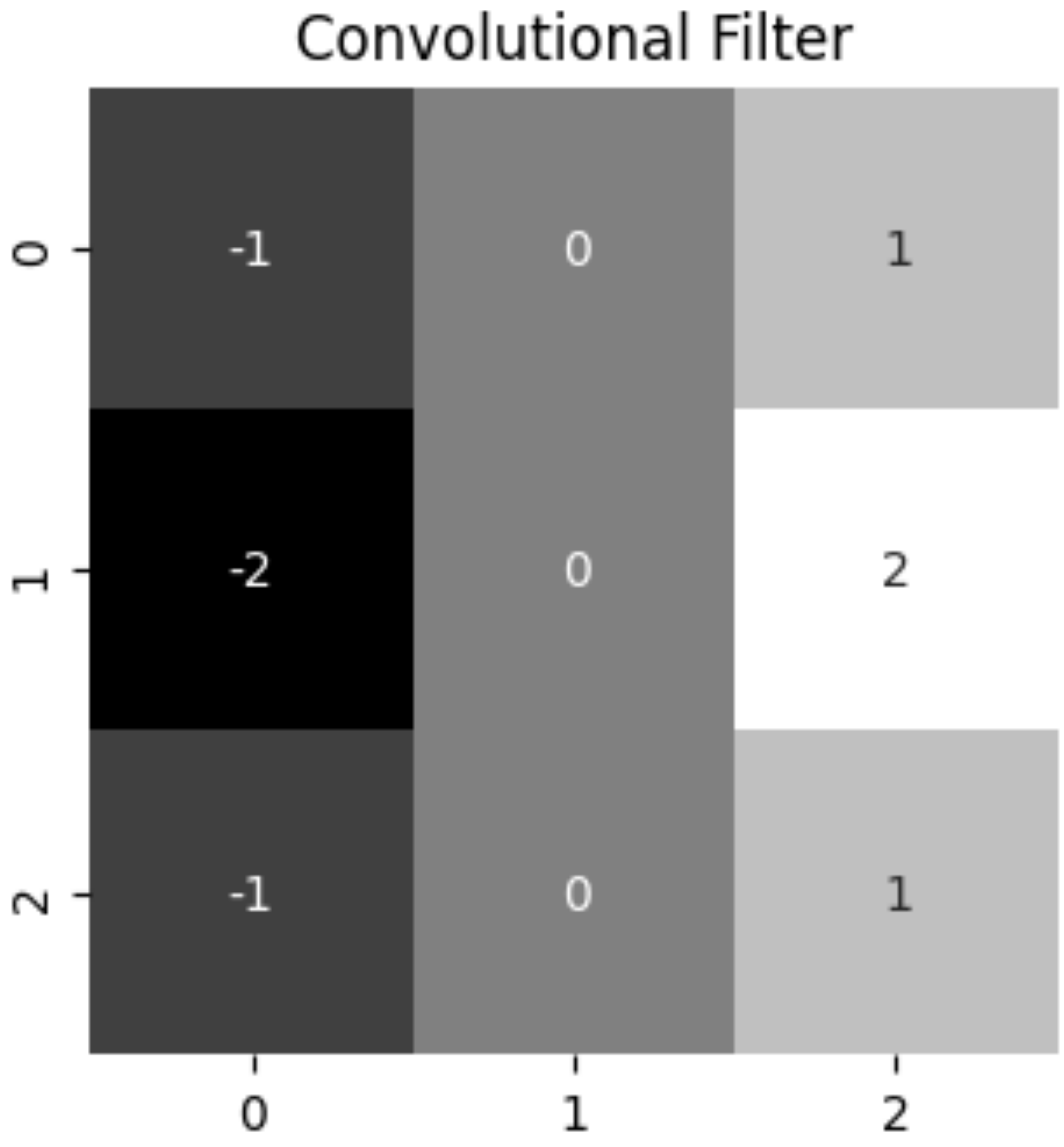


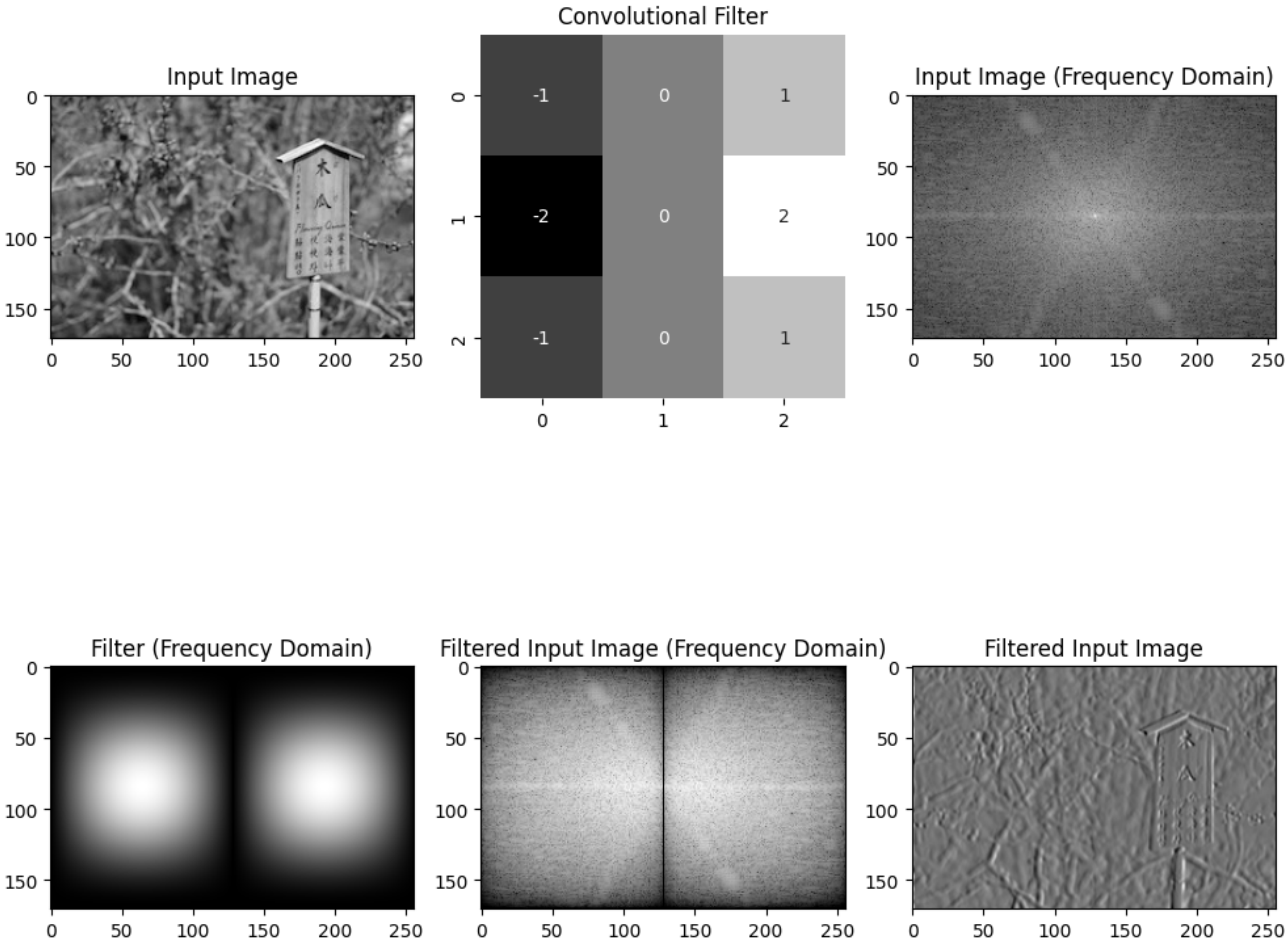
Input Image
Convolutional Filter
Input Image (Frequency Domain)
Filter (Frequency Domain)
Filtered Input Image (Frequency Domain)
Filtered Input Image
-1 -2 -1
0 0 0
1 2 1

Filtros no Domínio das Frequências

Filtro Sobel



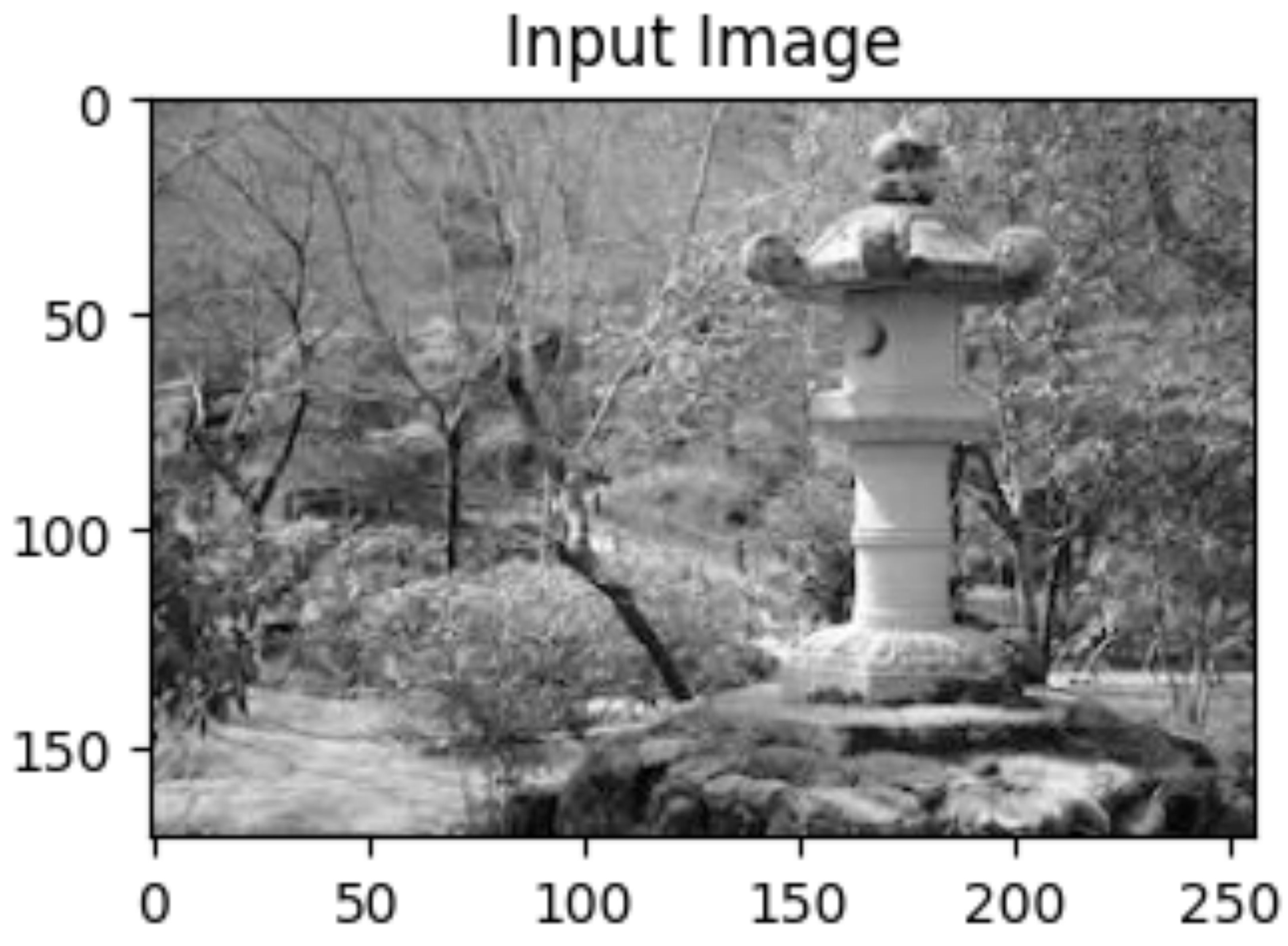


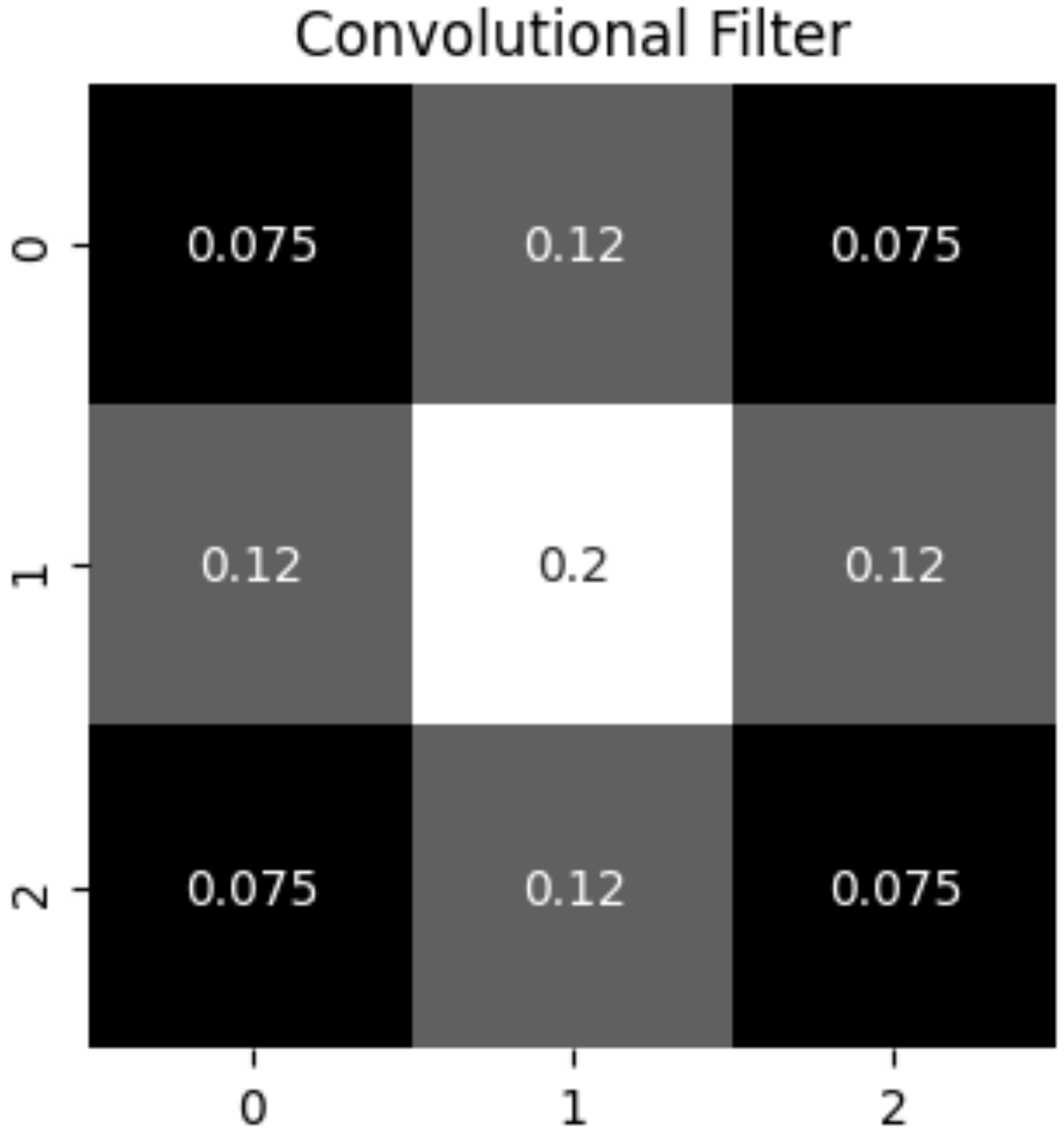


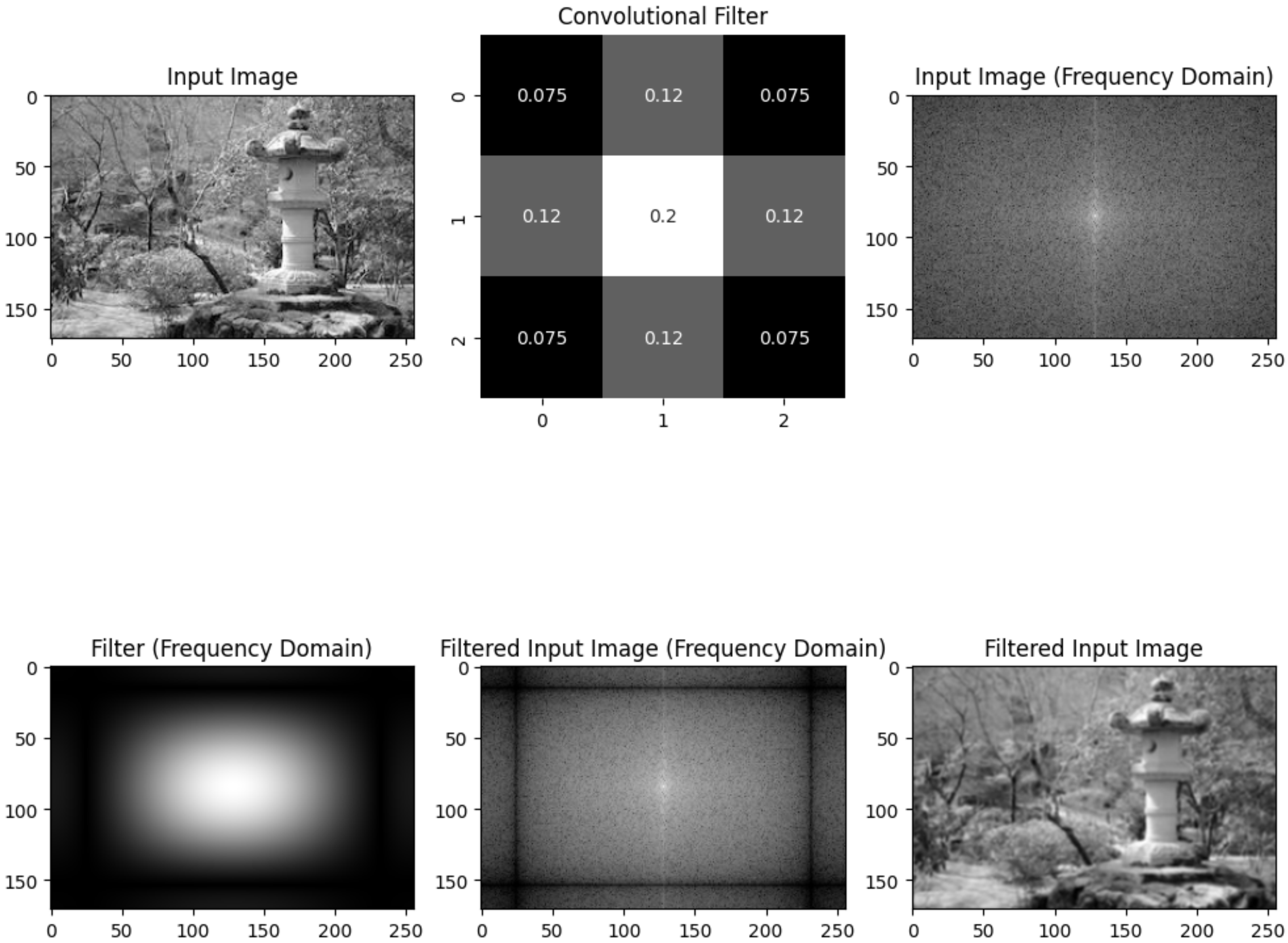
Input Image
Convolutional Filter
-1
0
1
-2
0
2
-1
0
1
Input Image (Frequency Domain)
Filter (Frequency Domain)
Filtered Input Image (Frequency Domain)
Filtered Input Image

Filtros no Domínio das Frequências

Filtro Gaussiano

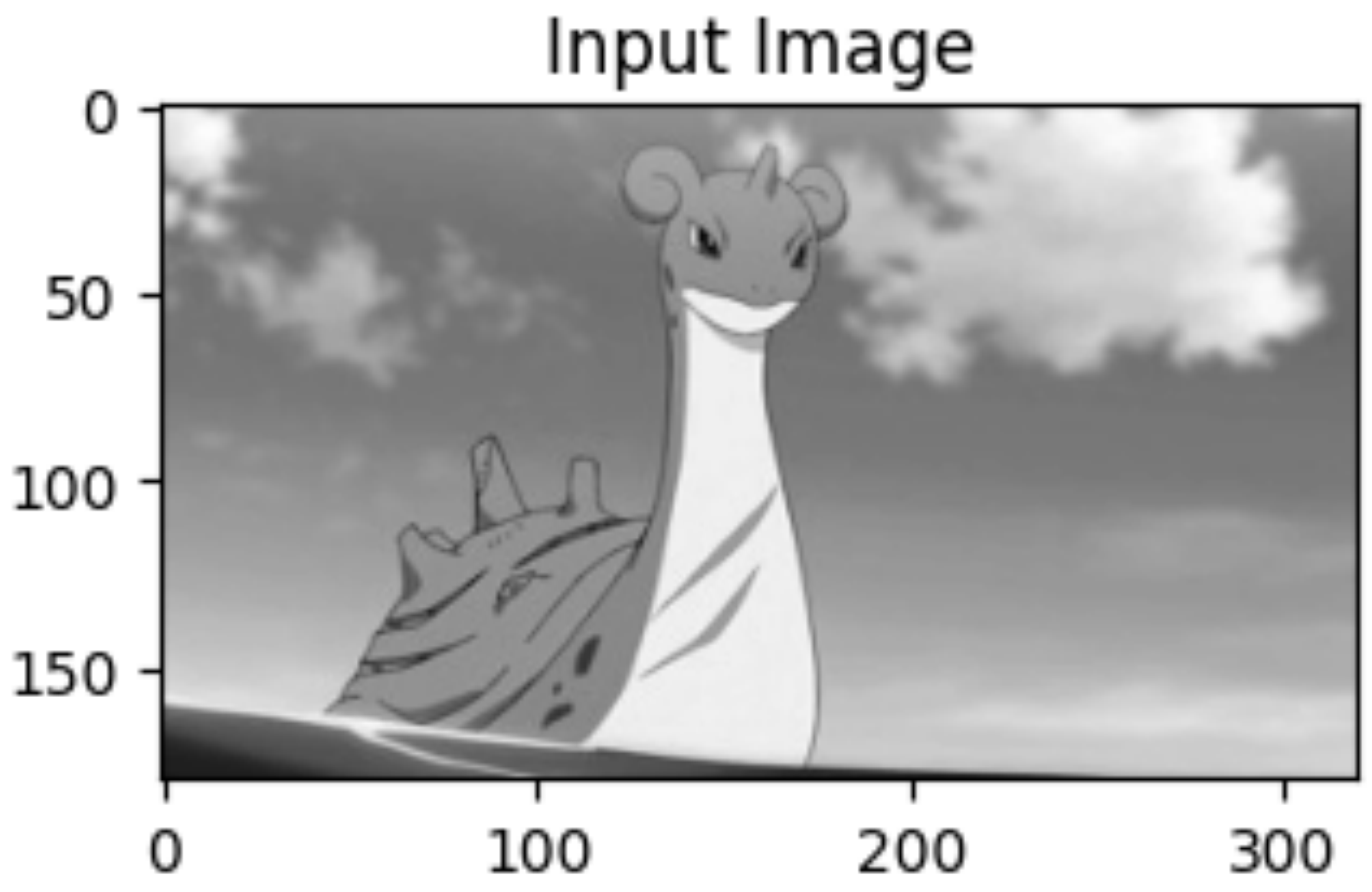


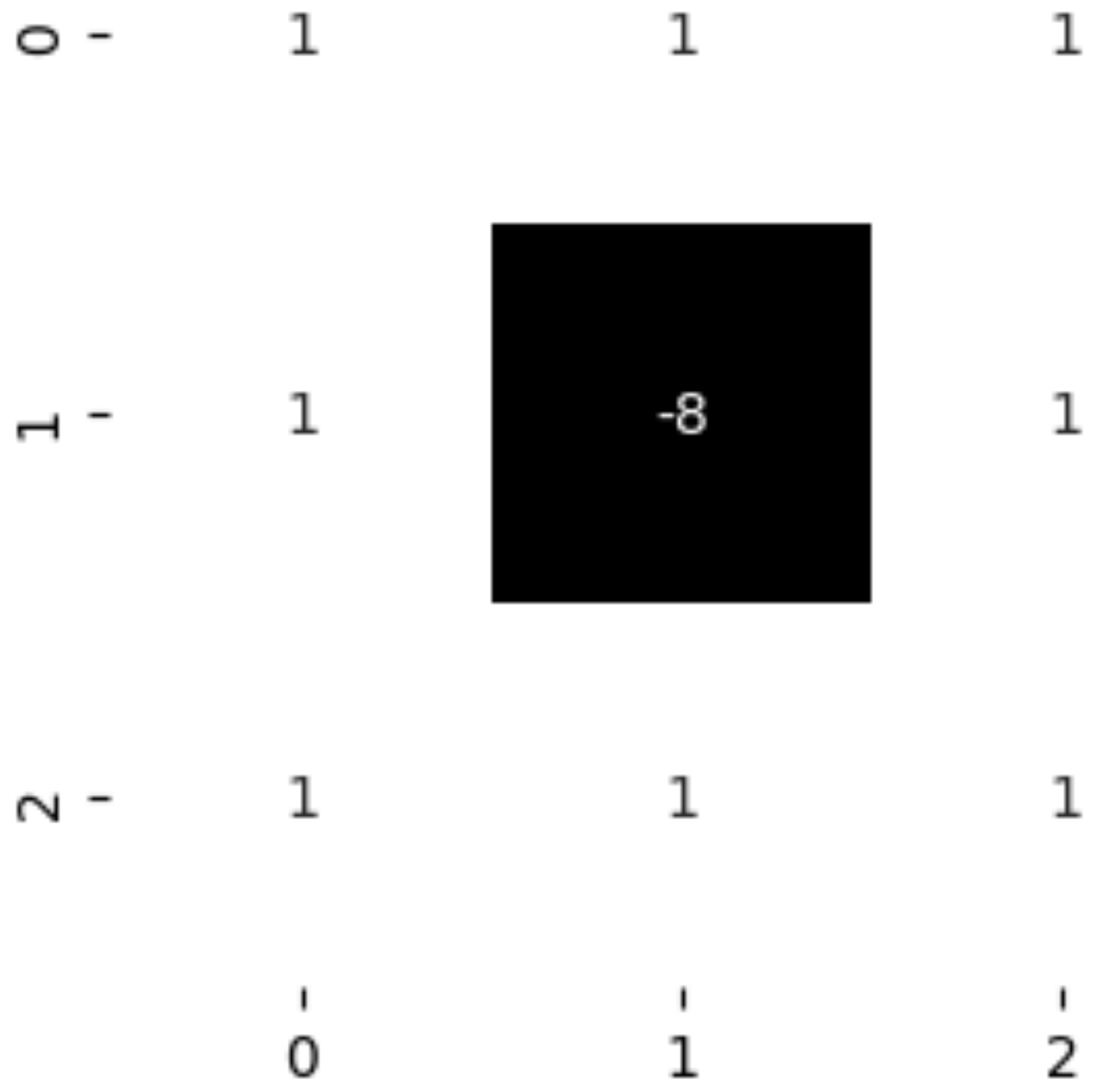


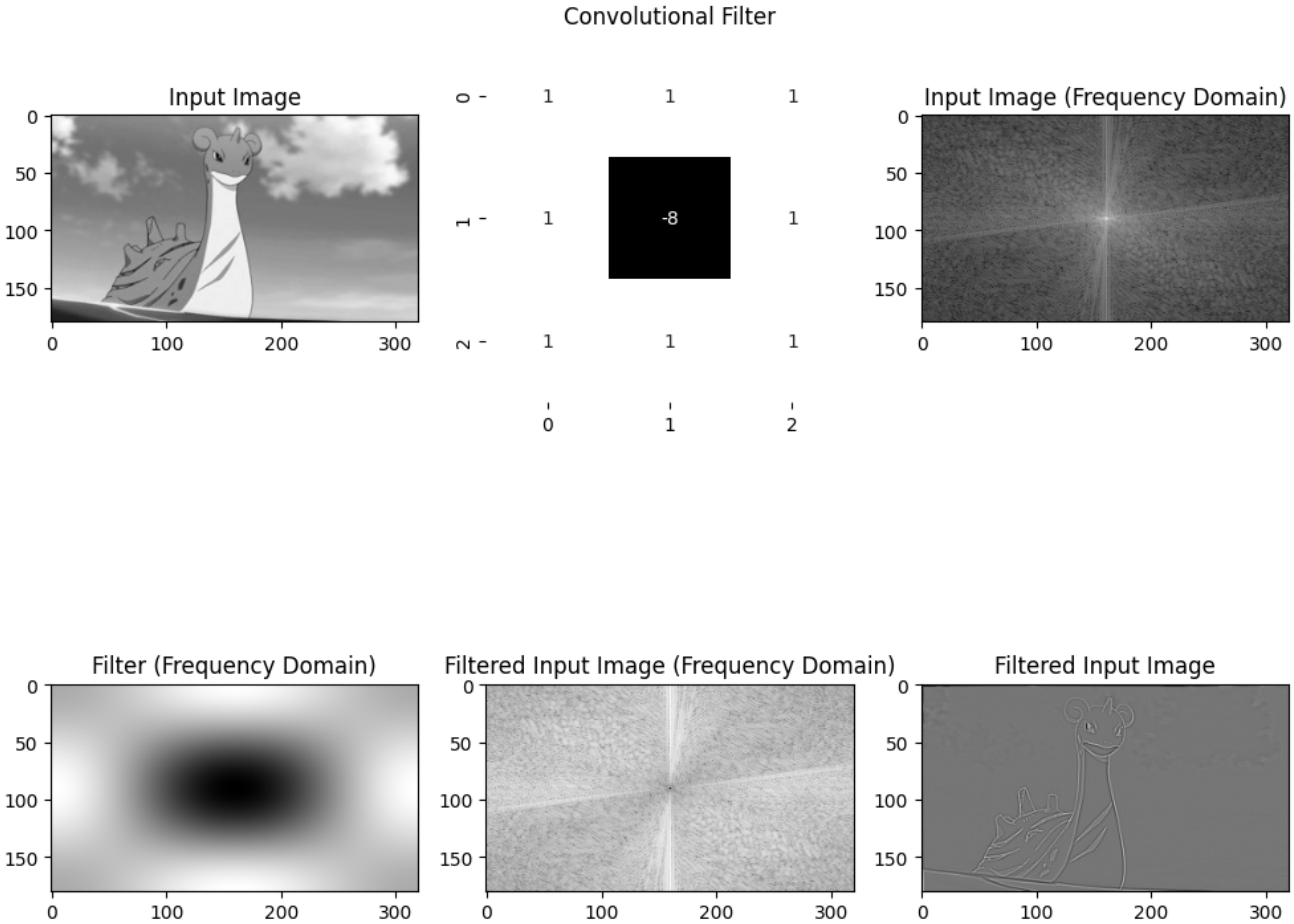

Input Image
Convolutional Filter
0.075
0.12
0.075
0.12
0.2
0.12
0.075
0.12
0.075
Input Image (Frequency Domain)
Filter (Frequency Domain)
Filtered Input Image (Frequency Domain)
Filtered Input Image

Filtros no Domínio das Frequências

Filtro de Laplace

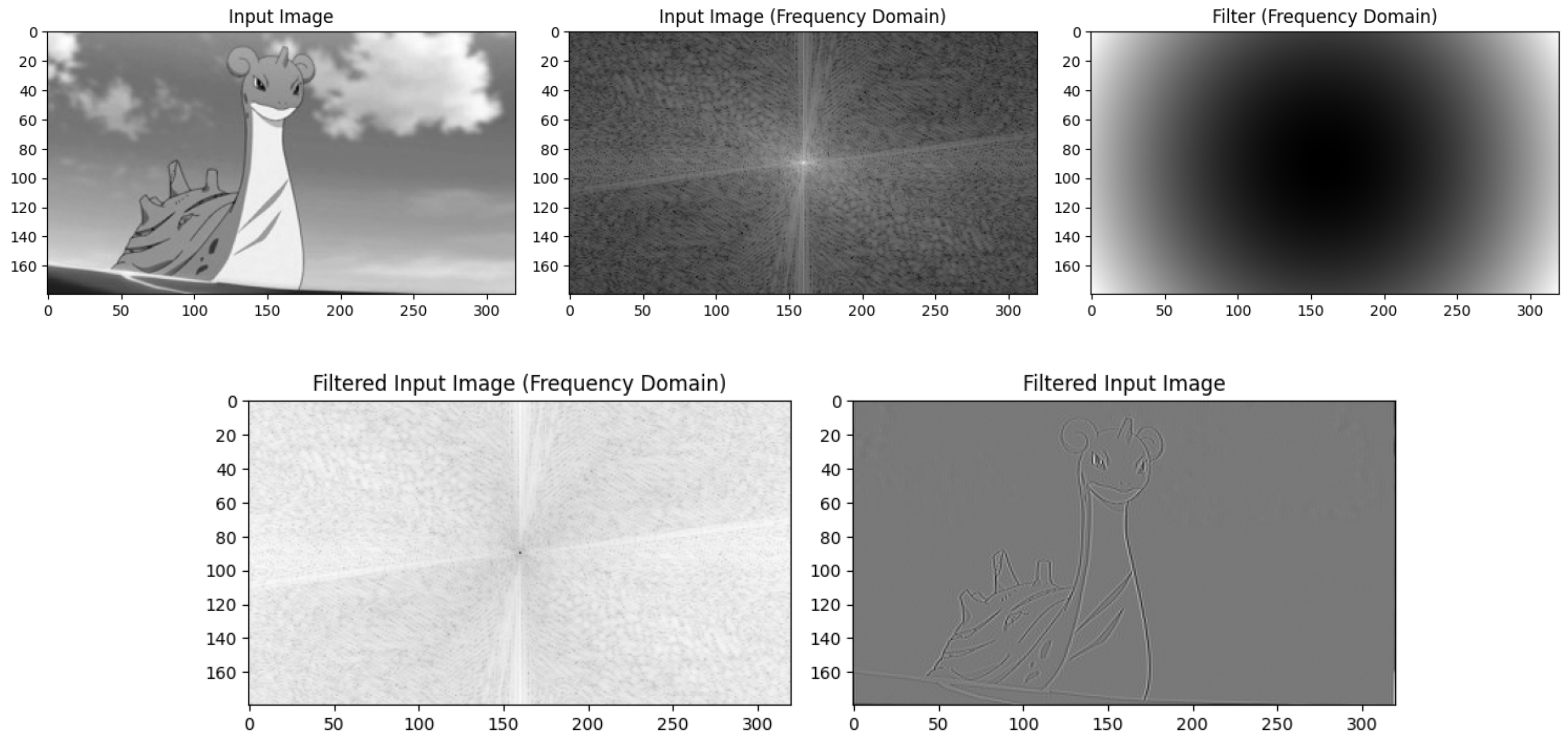





Convolutional Filter
Input Image
1 1 1
1 -8 1
1 1 1
Input Image (Frequency Domain)
Filter (Frequency Domain)
Filtered Input Image (Frequency Domain)
Filtered Input Image

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro de Laplace



Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro de Laplace

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro passa-baixa perfeito

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro passa-baixa perfeito

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro passa-alta perfeito

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro passa-faixa perfeito

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro gaussiano

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro gaussiano

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro gaussiano

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro de Butterworth passa-alta

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro de Butterworth passa-baixa

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro de Butterworth rejeita-faixa

Filtros (perfeitos) no Domínio das Frequências

Filtro de Butterworth passa-faixa

SCC0251
Processamento de Imagens

Transformada de Fourier

Professora Leo Sampaio Ferraz Ribeiro