

Física 2 – Ciências Moleculares

Caetano R. Miranda ***AULA 17 – 07/05/2025***

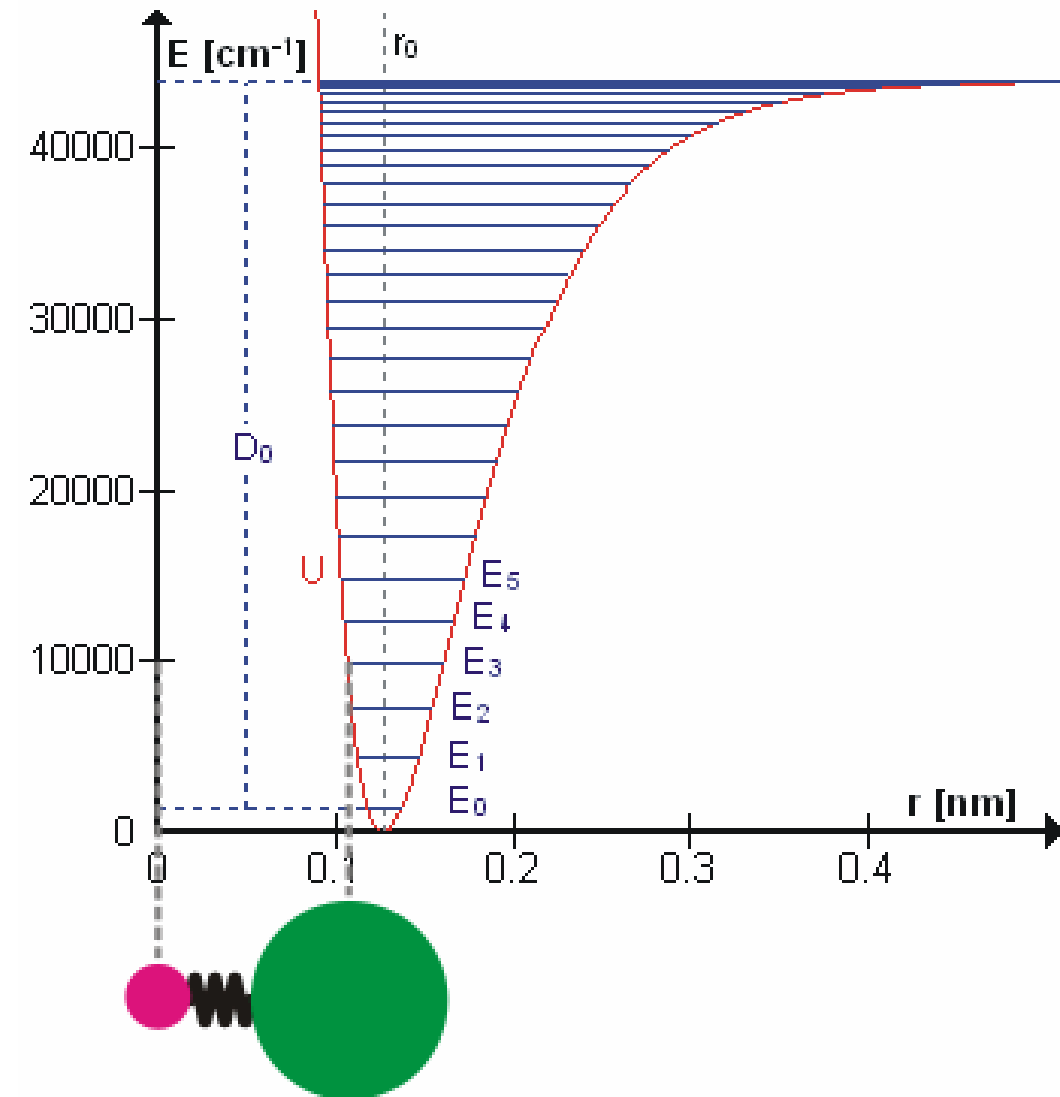
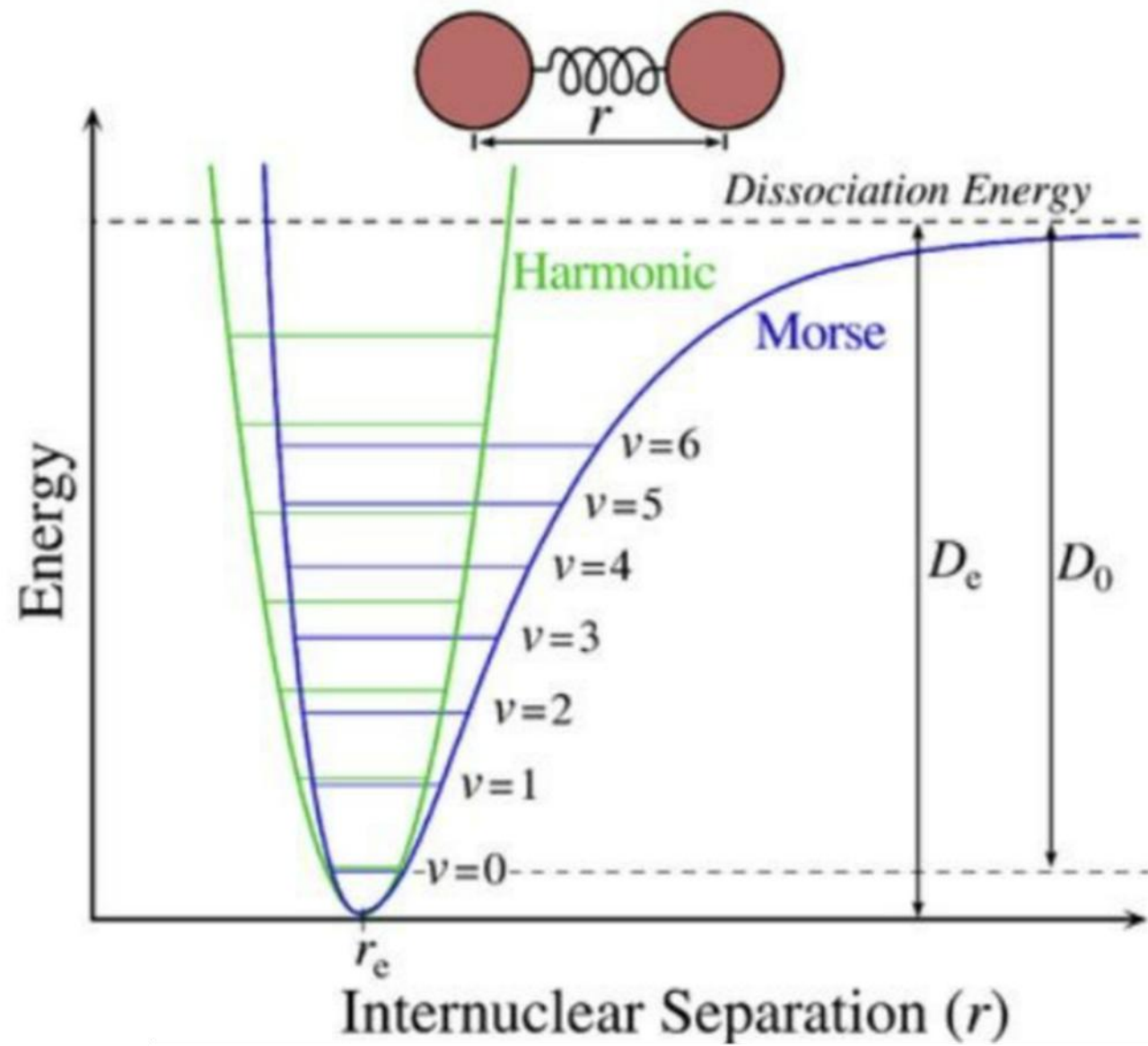
crmiranda@usp.br



Cronograma

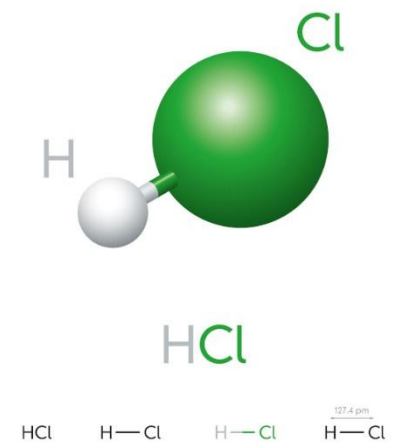
CRONOGRAMA TENTATIVO - FÍSICA II - CCM					
DATA	aula n°	Segundas (16h - 18h)	aula n°	Quartas (09h - 12h)	DATA
24/2	1	Apresentação do curso	2	Projeto - Definição	26/2
3/3	Feriado	Carnaval	Feriado	Carnaval	5/3
10/3	3	Revisão matemática	4	Projeto - Ideação	12/3
17/3	5	DEMO 1 - Pressão	6	Estática dos Fluidos	19/3
24/3	7	DEMO 2 - Hidrodinâmica	8	Hidrodinâmica	26/3
31/3	9	DEMO 3 - Hidrodinâmica II	10	Hidrodinâmica	2/4
7/4	11	Revisão - P1	12	PROVA 1	9/4 ENTREGA 1
14/4	Feriado	Semana Santa	Feriado	Semana Santa	16/4
21/4	Feriado	Tiradentes	13	Oscilações I	23/4
28/4	14	DEMO 4 - Corda vibrante / Molas / Ondulatória	15	Oscilações II	30/4
5/5	16	Ondas	17	Ondas	7/5
12/5	18	DEMO 5 - Barulhinho bom	19	Som	14/5
19/5	20	Revisão - P2	21	PROVA 2	21/5 ENTREGA 2
26/5	22	DEMO 6 - Fenômenos Térmicos e Gases	23	Primeira Lei e Gases	28/5
2/6	24	DEMO 7 - Máquinas térmicas	25	Segunda Lei	4/6
9/6	26	DEMO 8 - Cinética & Mecânica Estatística	27	Cinética dos Gases e Mecânica Estatística	11/6
16/6	Feriado	Corpus Christi	Feriado	Corpus Christi	18/6
23/6	28	Projeto	29	Apresentações	25/6 ENTREGA 3
30/6	30	PROVA SUB	31	VISTA	2/7

Energia potencial



Aplicações

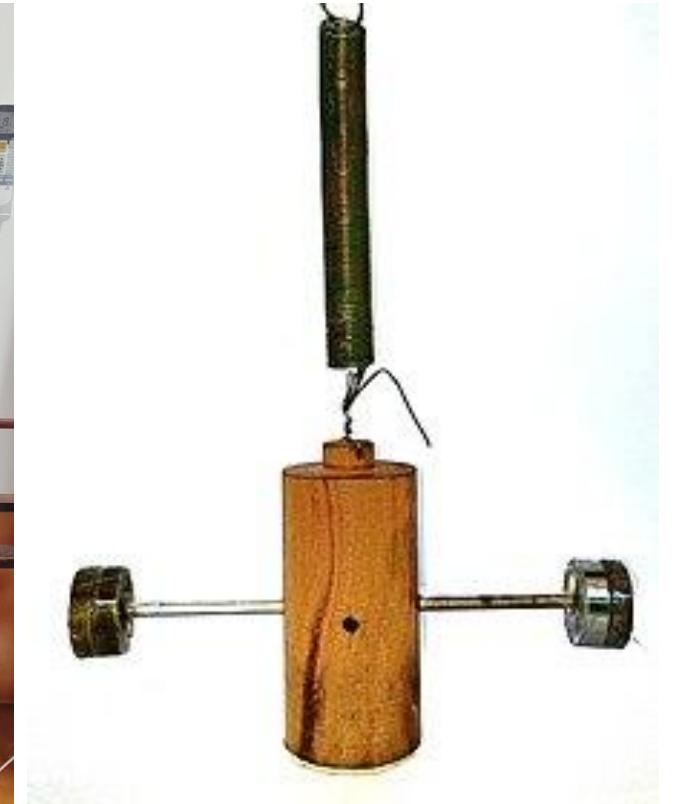
21. A molécula de HCl é uma molécula iônica, que podemos considerar como resultante da interação entre os íons H^+ e Cl^- , com energia potencial de interação dada por $U(r) = -K(e^2/r) + B/r^{10}$, onde r é a distância entre os centros. O primeiro termo é a atração coulombiana ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$), e o segundo representa uma interação repulsiva a curta distância ($B > 0$). A distância entre os centros na molécula é de $1,28 \text{ \AA}$; uma unidade de massa atômica vale $1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$. (a) Calcule a “constante de mola efetiva” k da ligação. (b) Calcule a frequência de vibração ν da molécula (clássica).

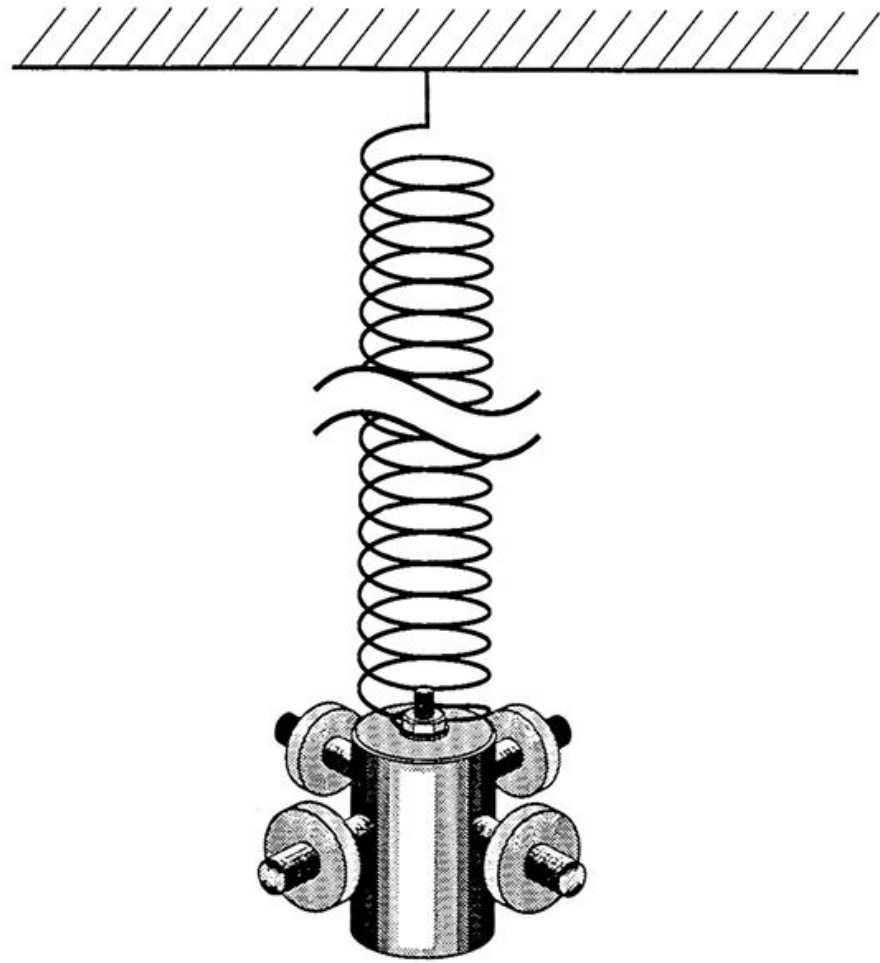


Pêndulo de Wilberforce

- Como a energia é transferida da oscilação vertical para a angular ?
- Como evitar a transferência de energia ?
- Qual a relação entre o pêndulo de Wilberforce e a sua máquina de lavar ?
- Como encontrar as duas frequências naturais ?

[e-Aulas da USP :: Oscilações e Ondas - Tema 4 - Osciladores...](#)





$$m\ddot{z} + kz + \frac{1}{2}\epsilon\theta = 0$$

and

$$I\ddot{\theta} + \delta\theta + \frac{1}{2}\epsilon z = 0,$$

Fig. 1. Sketch of our Wilberforce pendulum. The actual length of the spring is almost 2 m.

Solução

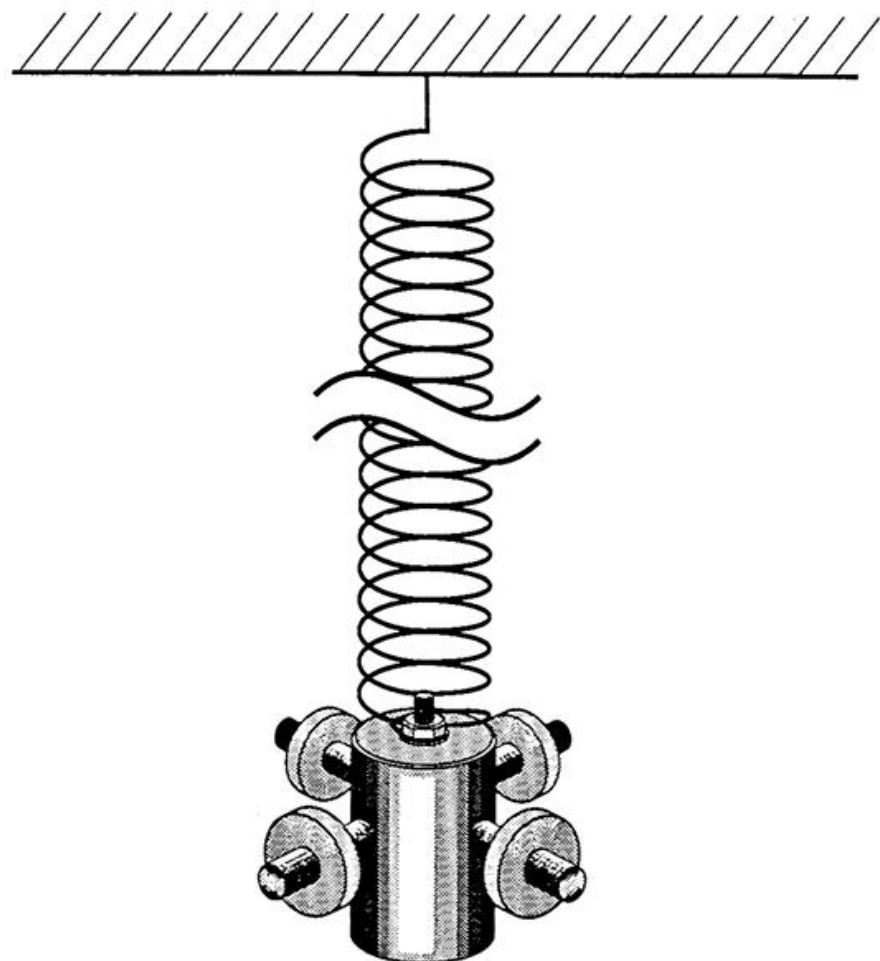


Fig. 1. Sketch of our Wilberforce pendulum. The actual length of the spring is almost 2 m.

$$\omega_z^2 = k/m \text{ and } \omega_\theta^2 = \delta/\tilde{I},$$

$$\frac{d^4\theta}{dt^4} + (\omega_z^2 + \omega_\theta^2)\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\omega_z^2\omega_\theta^2 - \frac{\epsilon^2}{4mI}\right)\theta = 0, \quad (4)$$

where an equation of the same form exists for z .

Assuming a solution of the form

$$\theta(t) = Ae^{i\omega t}, \quad (5)$$

and inserting this into (4), we obtain a quartic equation,

$$\omega^4 - (\omega_z^2 + \omega_\theta^2)\omega^2 + (\omega_z^2\omega_\theta^2 - \epsilon^2/4mI) = 0, \quad (6)$$

which can be solved to determine the frequencies of the normal modes,

$$\omega^2 = \frac{1}{2}\{\omega_\theta^2 + \omega_z^2 \pm [(\omega_\theta^2 - \omega_z^2)^2 + \epsilon^2/mI]^{1/2}\}. \quad (7)$$

The frequencies of the two normal modes are then

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{1}{2}\{\omega_\theta^2 + \omega_z^2 + [(\omega_\theta^2 - \omega_z^2)^2 + \epsilon^2/mI]^{1/2}\} \\ &= \omega^2 + (\epsilon^2/4mI)^{1/2}, \end{aligned} \quad (8)$$

and

$$\begin{aligned} \omega_2^2 &= \frac{1}{2}\{\omega_\theta^2 + \omega_z^2 - [(\omega_\theta^2 - \omega_z^2)^2 + \epsilon^2/mI]^{1/2}\} \\ &= \omega^2 - (\epsilon^2/4mI)^{1/2}, \end{aligned} \quad (9)$$

Solução

$$f_T = \sqrt{\frac{k}{m}} \approx \sqrt{\frac{\kappa}{I}} = f_R$$

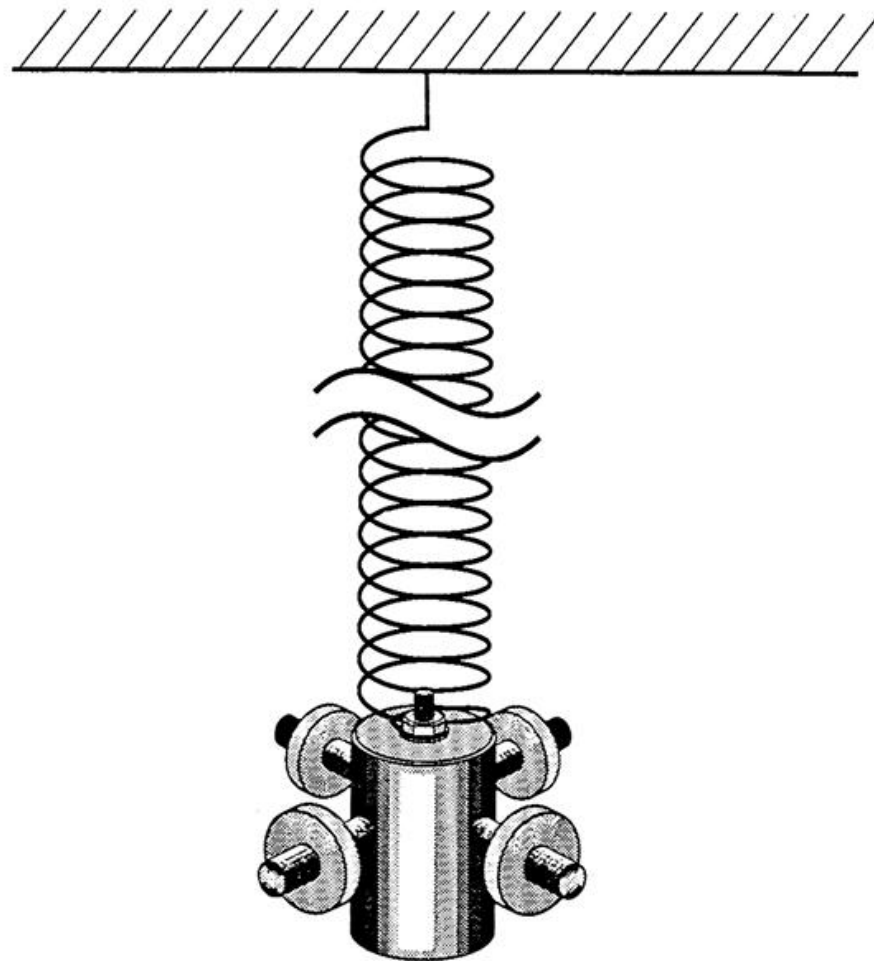


Fig. 1. Sketch of our Wilberforce pendulum. The actual length of the spring is almost 2 m.

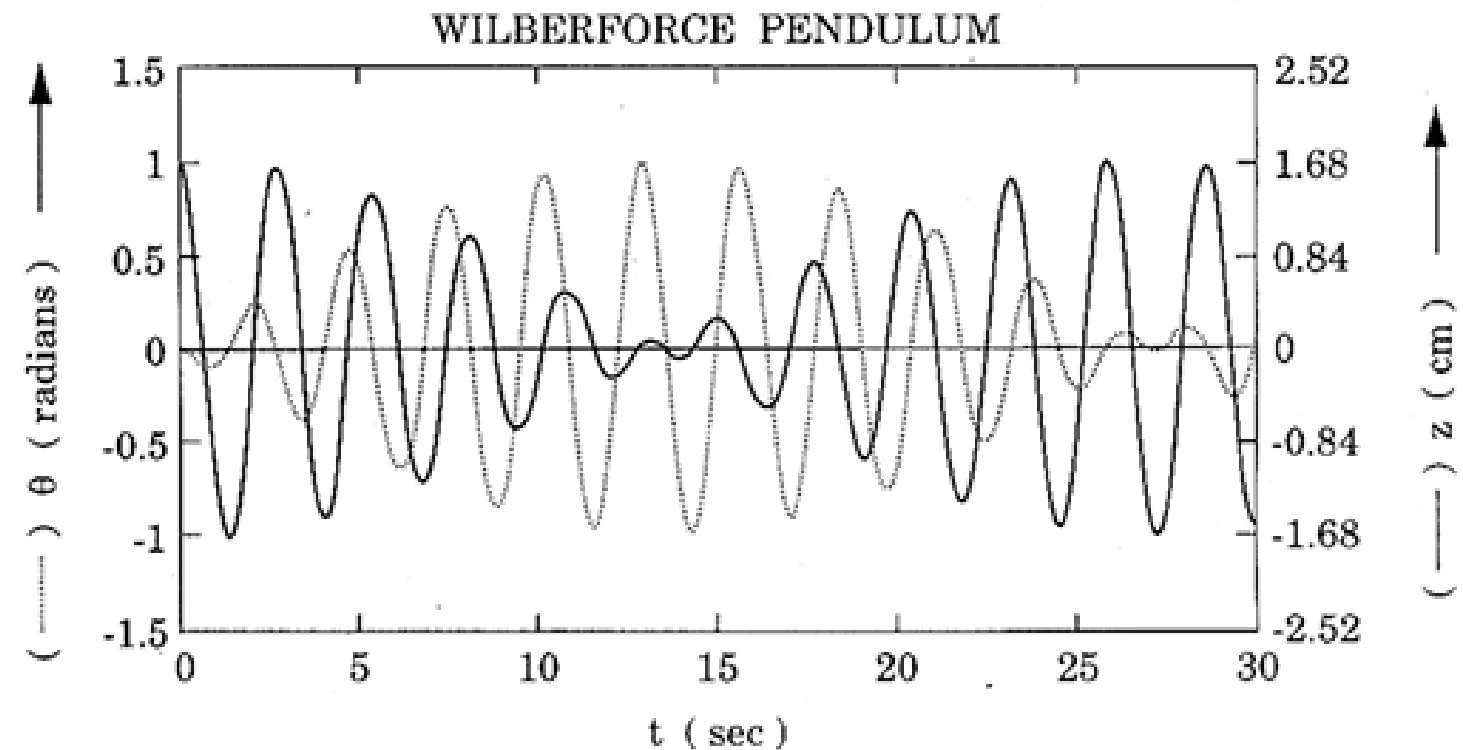


Fig. 2. Coordinates z and θ as a function of time for our Wilberforce pendulum, when the pendulum is started in the longitudinal mode by lifting the bob straight up and releasing it from rest.

Oscilações amortecidas

- Um **sino** balançando por si só acaba parando de oscilar em virtude das forças amortecedoras (resistência do ar e atrito no ponto de suspensão):



Oscilações amortecidas

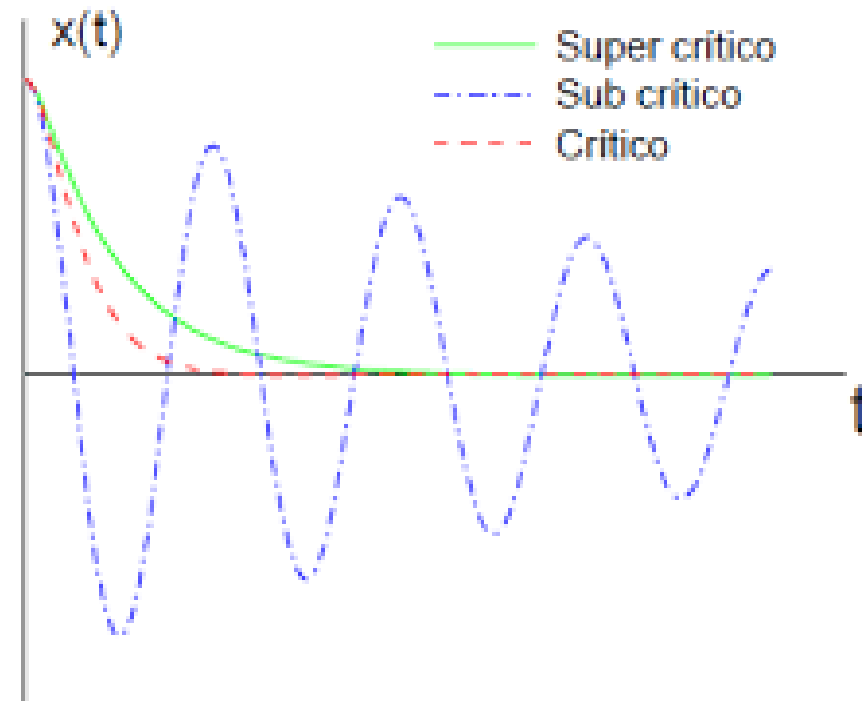


- E se, ao invés de aplicarmos uma força que induza a um estímulo da oscilação, provoquemos uma perturbação que leve ao freamento da oscilação? Nesse caso, temos a situação de oscilação amortecida. Sendo mais um caso de oscilação que difere da comumente usada oscilação harmônica simples.
- Temos diferentes tipos de amortecimento:
 1. **Amortecimento subcrítico:** ainda temos oscilações. O sistema ainda se movimenta ao redor do ponto de equilíbrio, mas a amplitude de oscilação diminui a cada oscilação.
 2. **Amortecimento crítico:** o sistema é tirado do equilíbrio e retorna para o ponto de equilíbrio, sendo frenado até chegar em $x = 0$ (ponto de equilíbrio).
 3. **Amortecimento supercrítico:** situação semelhante à do crítico, mas com maior intensidade, a massa demora mais tempo até chegar ao ponto de equilíbrio. Ou seja, a frenagem é maior.

Oscilações amortecidas



- Sabendo disso, para cada tipo de oscilação amortecida, dê exemplo de um fluido que possam levar a esse tipo de oscilação.
- Em nosso experimento em questão, é possível calcular propriedades do fluido em questão sabendo as variáveis do sistema massa-mola?



Experimento computacional

[Masses and Springs \(colorado.edu\)](#)

Oscilações amortecidas

- Quando a força de amortecimento é relativamente pequena, o movimento é descrito por:

Deslocamento do oscilador com pequeno amortecimento

$$x = Ae^{-(b/2m)t} \cos(\omega' t + \phi)$$

Amplitude inicial
Constante de amortecimento
Massa
Tempo
Frequência angular das oscilações amortecidas
Ângulo de fase

- A frequência angular dessas oscilações amortecidas é dada por:

Frequência angular do oscilador com pequeno amortecimento

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

Constante de força da força restauradora
Constante de amortecimento
Massa

Oscilações forçadas e ressonância

- Quando aplicamos uma força propulsora variando periodicamente com uma frequência angular ω_d a um oscilador harmônico amortecido, o movimento resultante é uma **oscilação forçada** ou uma oscilação com **força propulsora**.

The diagram shows the equation for the amplitude A of a forced harmonic oscillator. The equation is
$$A = \frac{F_{\text{máx}}}{\sqrt{(k - m\omega_d^2)^2 + b^2\omega_d^2}}$$
 where $F_{\text{máx}}$ is the maximum driving force, k is the spring constant, m is the mass, b is the damping coefficient, and ω_d is the driving angular frequency. Labels with arrows point to each term: 'Amplitude de um oscilador forçado' points to A ; 'Valor máximo da força propulsora' points to $F_{\text{máx}}$; 'Constante de força da força restauradora' points to k ; 'Massa' points to m ; 'Frequência angular da força propulsora' points to ω_d ; and 'Constante de amortecimento' points to b . The equation is numbered (1) on the right.

Amplitude de um oscilador forçado $A = \frac{F_{\text{máx}}}{\sqrt{(k - m\omega_d^2)^2 + b^2\omega_d^2}}$ (1)

Valor máximo da força propulsora $F_{\text{máx}}$

Constante de força da força restauradora k

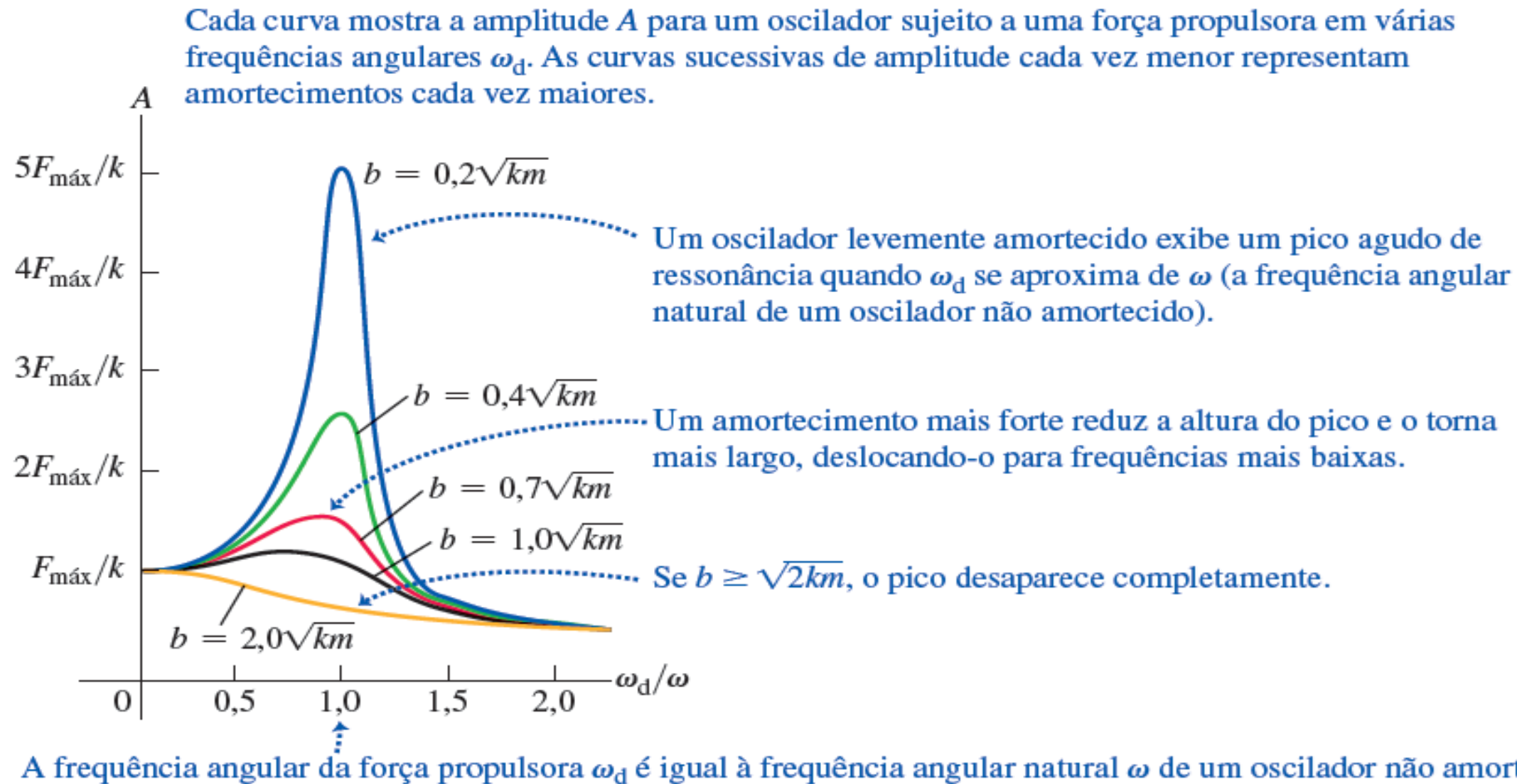
Massa m

Frequência angular da força propulsora ω_d

Constante de amortecimento b

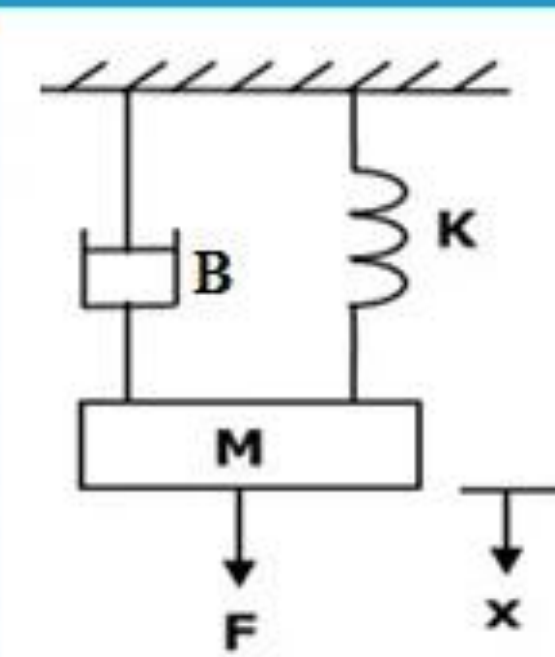
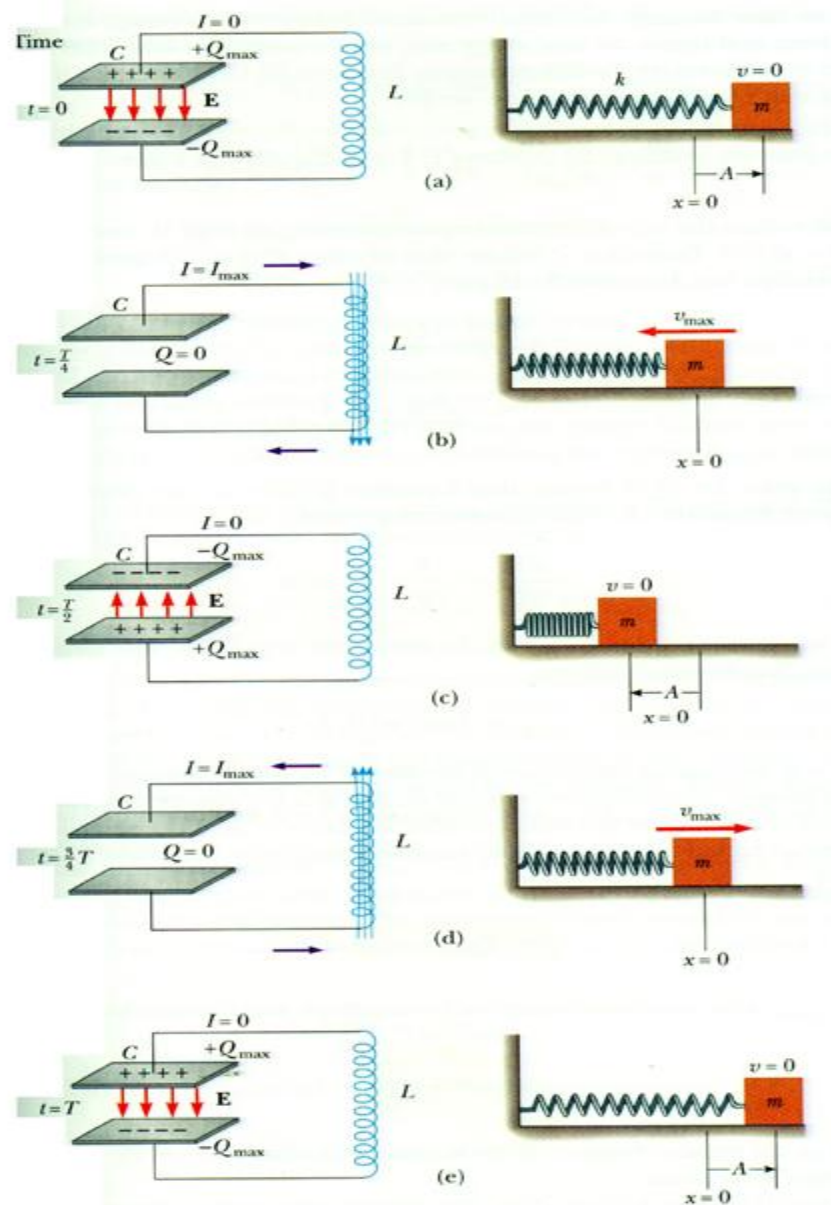
Oscilações forçadas e ressonância

- Gráfico da amplitude A da oscilação forçada em função da frequência angular ω_d da força propulsora:



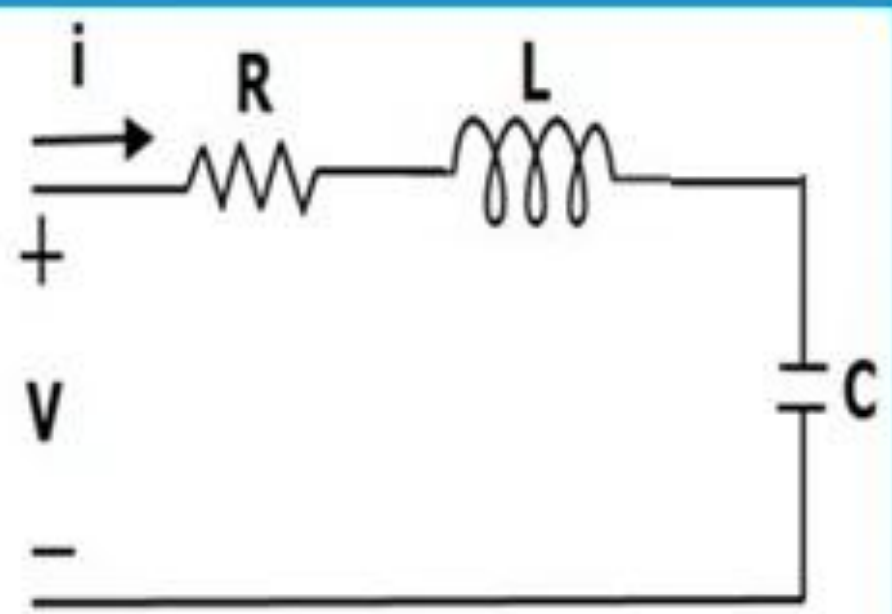
Oscilações forçadas e ressonância

- A **ressonância** é o fenômeno que ocorre quando existe um pico de amplitude provocado por uma força cuja frequência está próxima da frequência de oscilação natural do sistema.
- A física está repleta de exemplos de ressonância.



Mechanical System

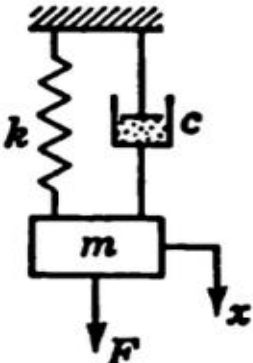
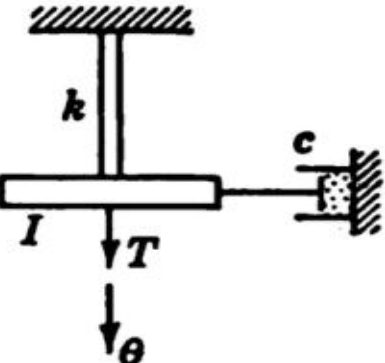
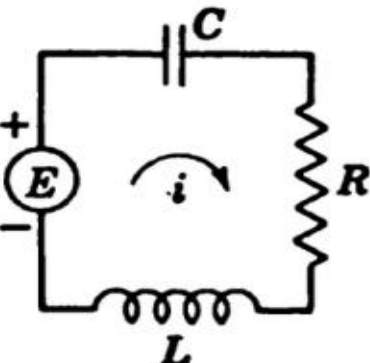
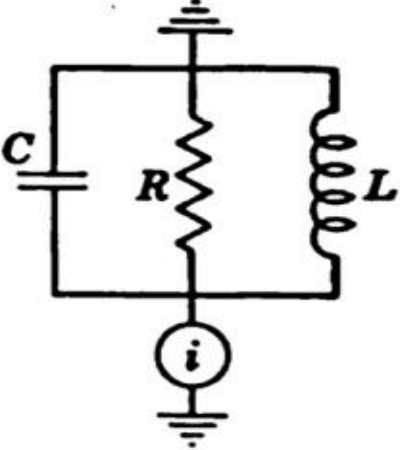
$$F = M \frac{d^2x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + Kx$$



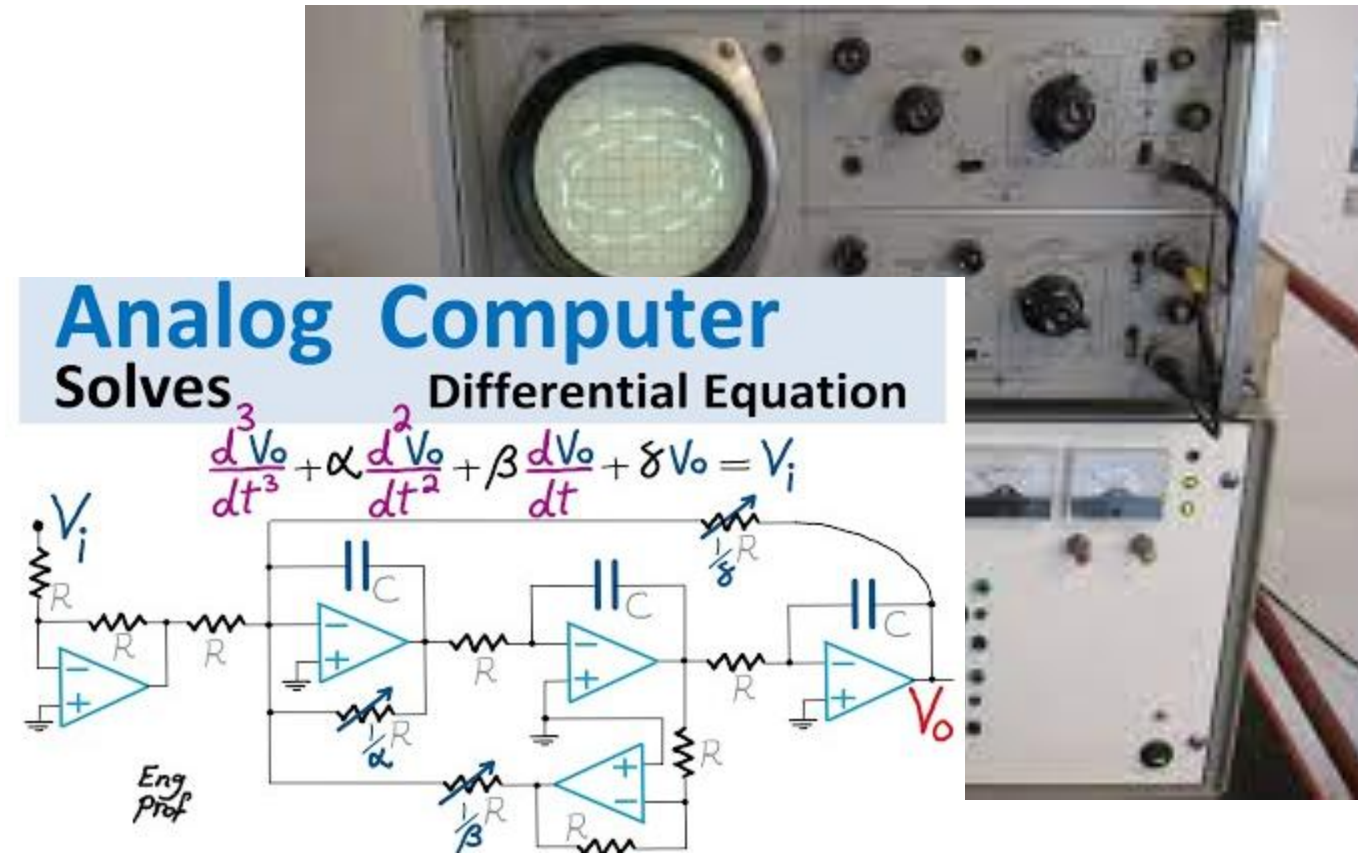
Electrical System

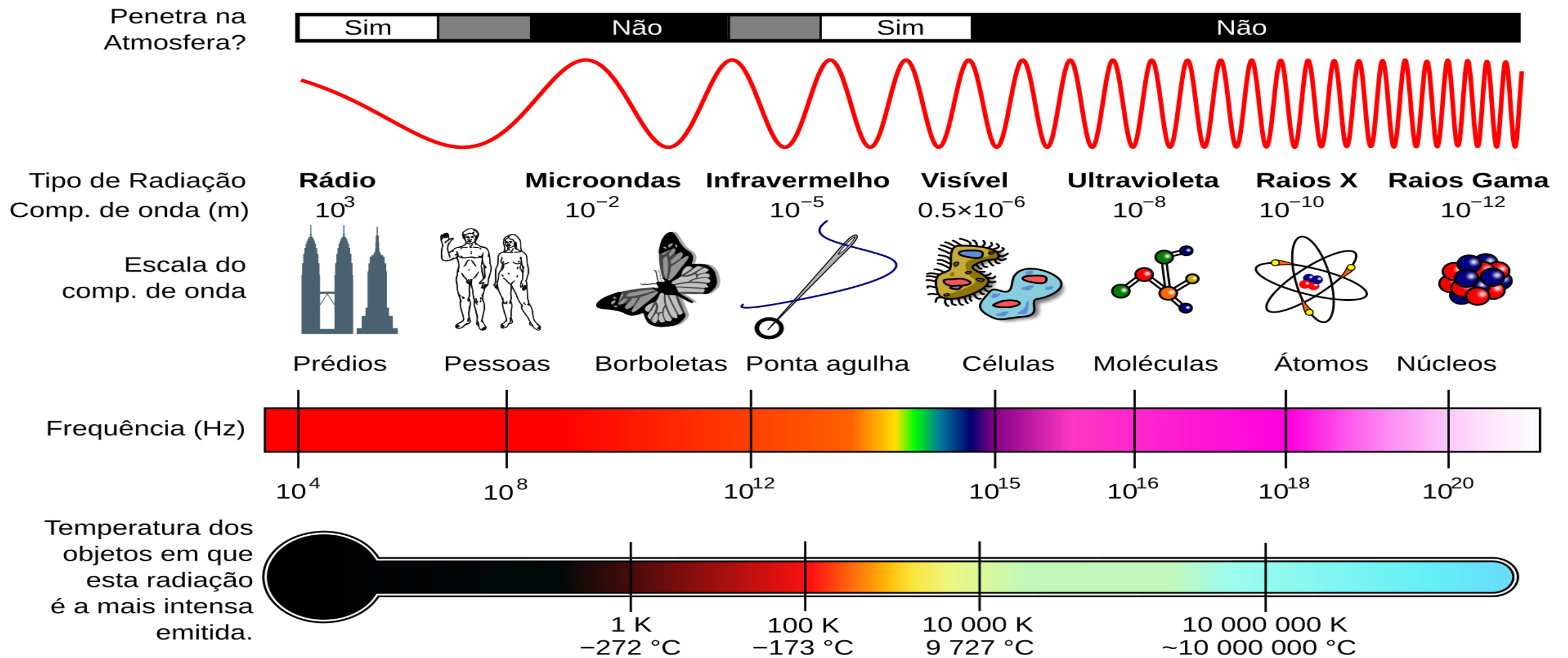
$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

TABLE 9.1. SUMMARY OF ANALOGOUS ELECTRICAL AND MECHANICAL QUANTITIES

Rectilinear mechanical system	Torsional mechanical system	Mass-inductance analogy	Mass-capacitance analogy
			
Force F	$\doteq$ Torque T	$\doteq$ Voltage E	$\doteq$ Current i
Mass m	$\doteq$ Inertia I	$\doteq$ Inductance L	$\doteq$ Capacitance C
Damping c	$\doteq$ Damping c	$\doteq$ Resistance R	$\doteq$ Conductance $\frac{1}{R}$
Velocity v	$\doteq$ Velocity Ω	$\doteq$ Current i	$\doteq$ Voltage E
Compliance $\frac{1}{k}$	$\doteq$ Compliance $\frac{1}{k}$	$\doteq$ Capacitance C	$\doteq$ Inductance L
Displacement x	$\doteq$ Displacement θ	$\doteq$ Charge q	$\doteq$ $\int_0^t E dt$

Computador analógico





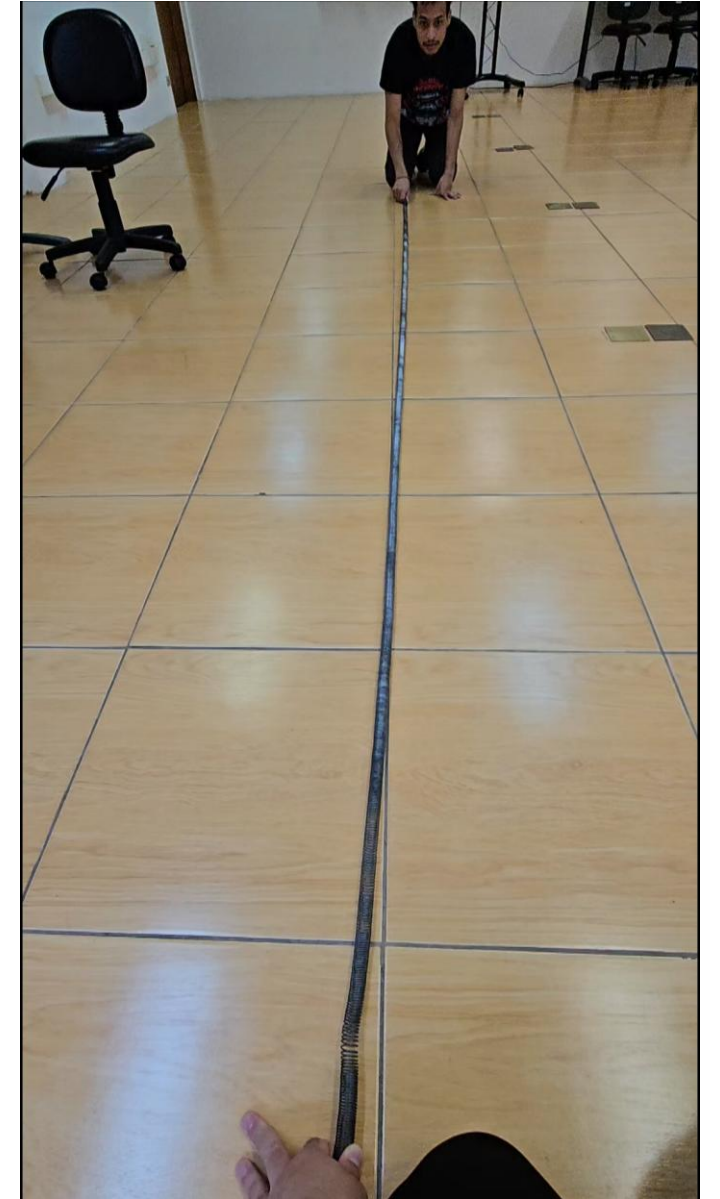
Física 2 – Ciências Moleculares

Caetano R. Miranda ***AULA 17 – 07/05/2025***

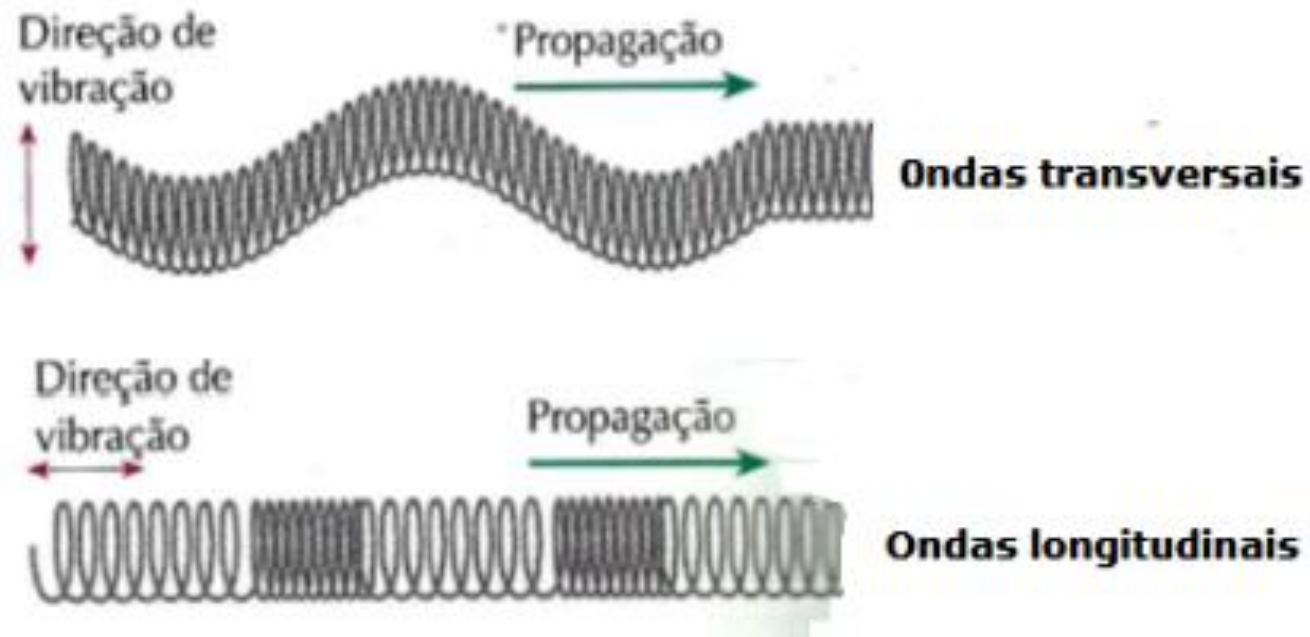
crmiranda@usp.br



Molas diferentes: propagação de onda na longitudinal e na transversal



Tipos de ondas



- Nesse experimento, é possível verificar a diferença entre uma onda longitudinal e uma onda transversal.
- Onda longitudinal: direção de vibração é paralela à direção de propagação.
- Onda transversal: direção de vibração é perpendicular à direção de propagação.
- Dê exemplos de ondas para cada tipo.

Modos normais

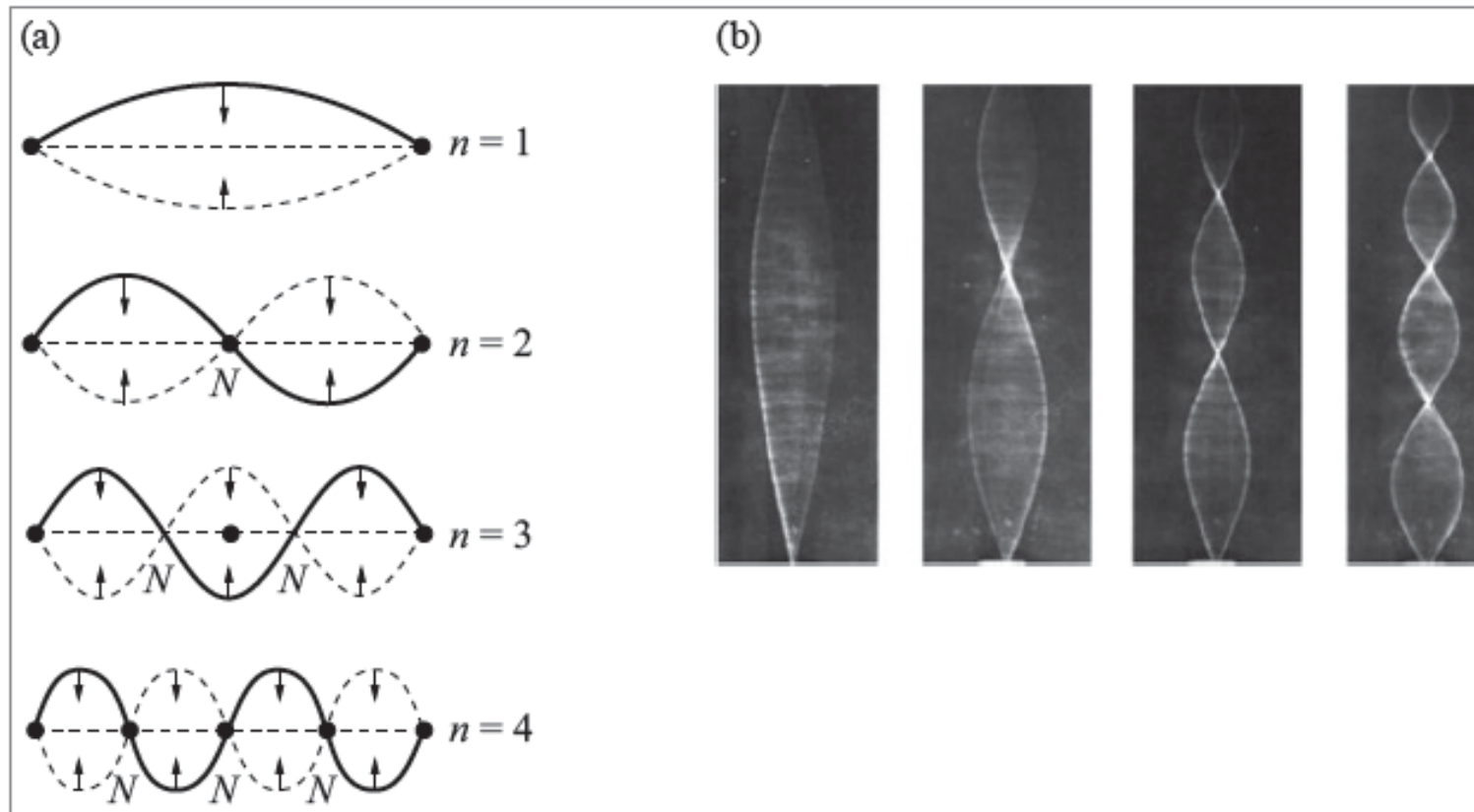


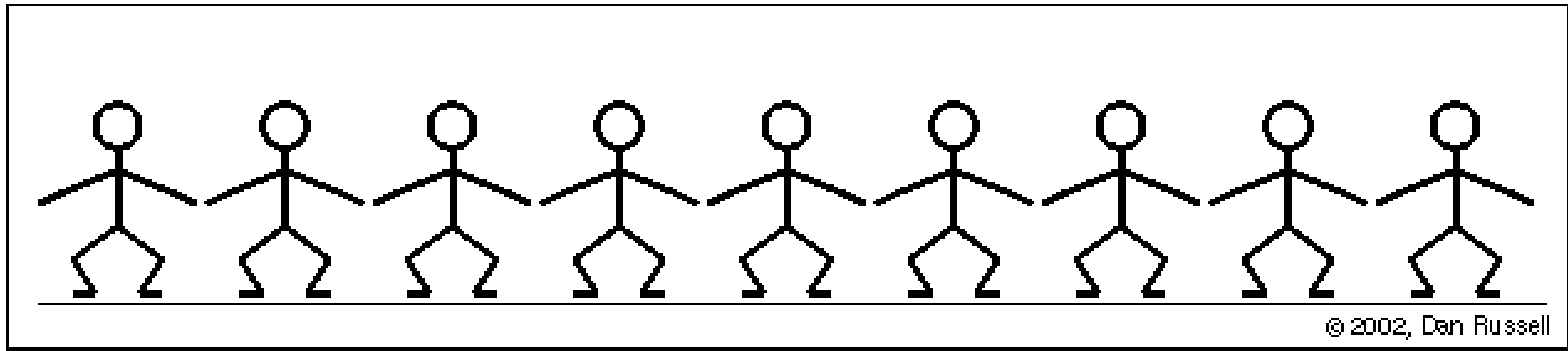
Figura 5.24 (a) Modos normais de vibração; (b) Realização experimental.

Fonte: Reproduzido, com permissão, de: CROWELL, B. Vibrations and waves.

- Modos normais são um assunto importante para campos da física envolvendo ondulatório.
- Tendo uma participação, inclusive, na mecânica quântica.
- Também têm sua importância em sistemas de massa-mola !

Ondas

- O que é uma onda mecânica e seus diferentes tipos.
- Como usar a relação entre velocidade, frequência e comprimento de onda em uma onda periódica.
- Como interpretar e usar a expressão matemática para uma onda periódica senoidal.
- Como calcular a velocidade da onda em um fio ou em uma corda.



Efeitos ondulatorios – Ponte Tacoma

<https://youtu.be/3mclp9QmCGs>

Oscilações no violino

[NOVO COMPILADO 2023 \(youtube.com\)](#)

Ondas

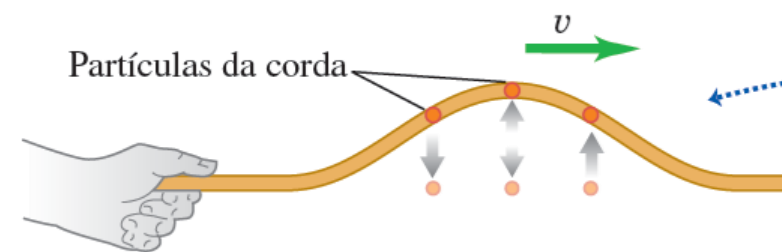
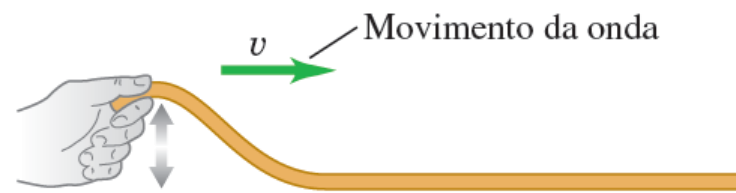
- Como calcular a taxa de transferência de energia em uma onda mecânica.
- O que acontece quando há superposição e interferência de ondas mecânicas.
- As propriedades das ondas estacionárias em uma corda e como analisar essas ondas.
- Como instrumentos de corda produzem sons de frequências específicas.



Tipos de ondas mecânicas

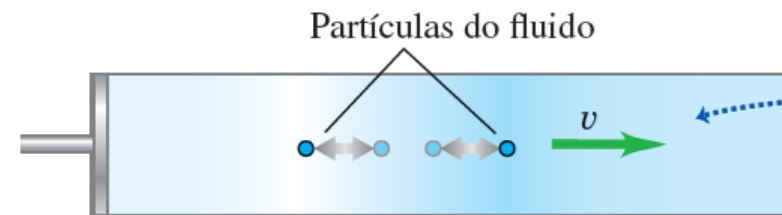
- Uma **onda mecânica** é uma perturbação que se desloca através de um material chamado meio, em que a onda se propaga:

(a) Onda transversal em uma corda



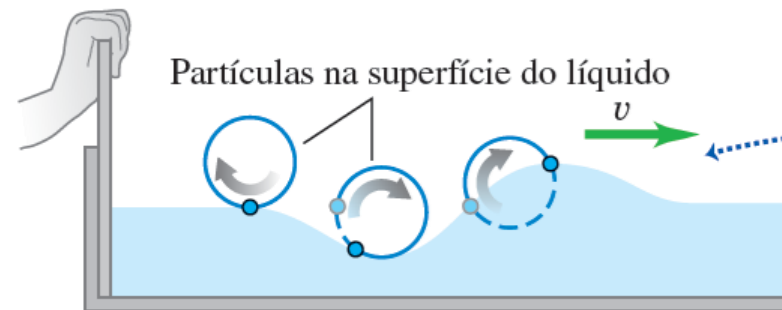
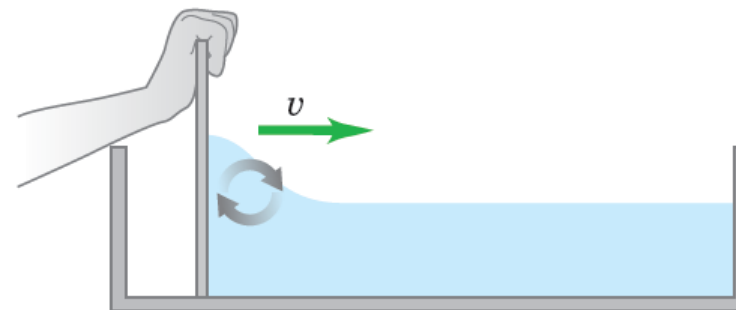
À medida que a onda passa, cada partícula da corda se move para cima e para baixo, *transversalmente* ao movimento da onda em si.

(b) Onda longitudinal em um fluido



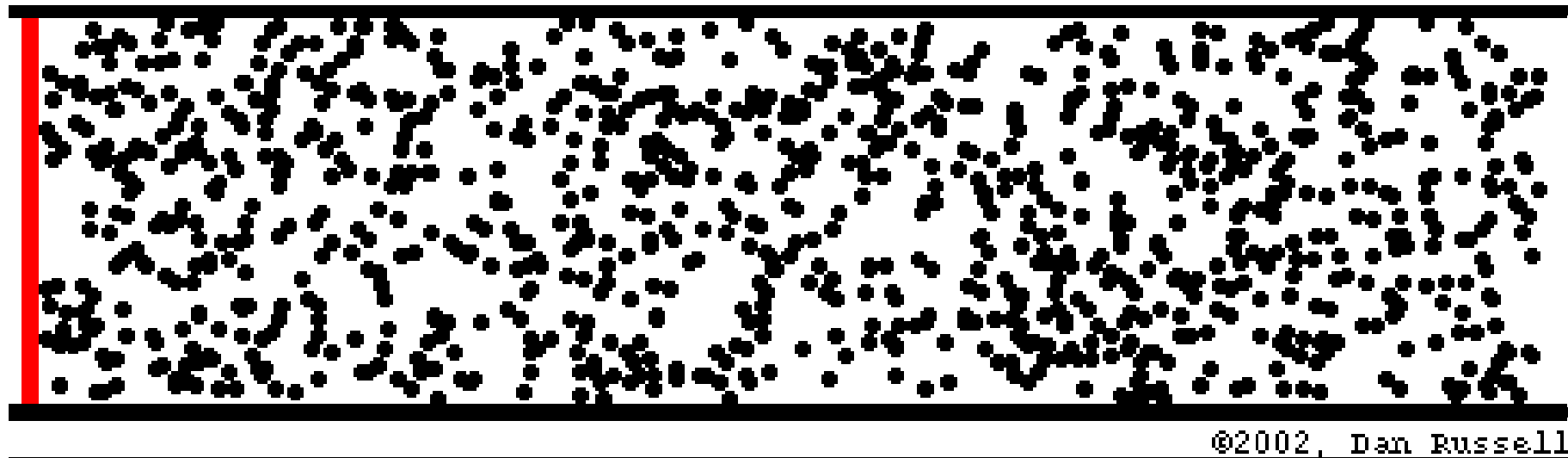
À medida que a onda passa, cada partícula do fluido se move para a frente e para trás, *paralelamente* ao movimento da onda em si.

(c) Ondas na superfície de um líquido.

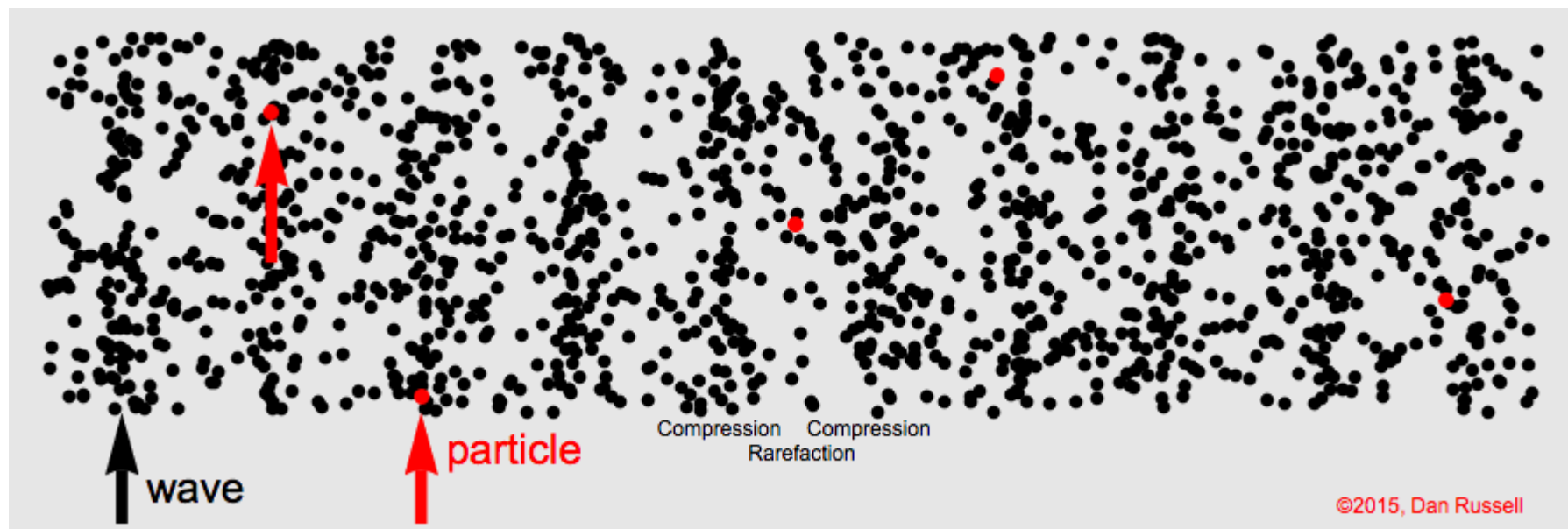


À medida que a onda passa, cada partícula da superfície do líquido se move em um círculo.

Tipos de ondas mecânicas



Ondas transmitem energia,
mas não transportam
matéria de uma região para
outra do meio



Tipos de ondas mecânicas

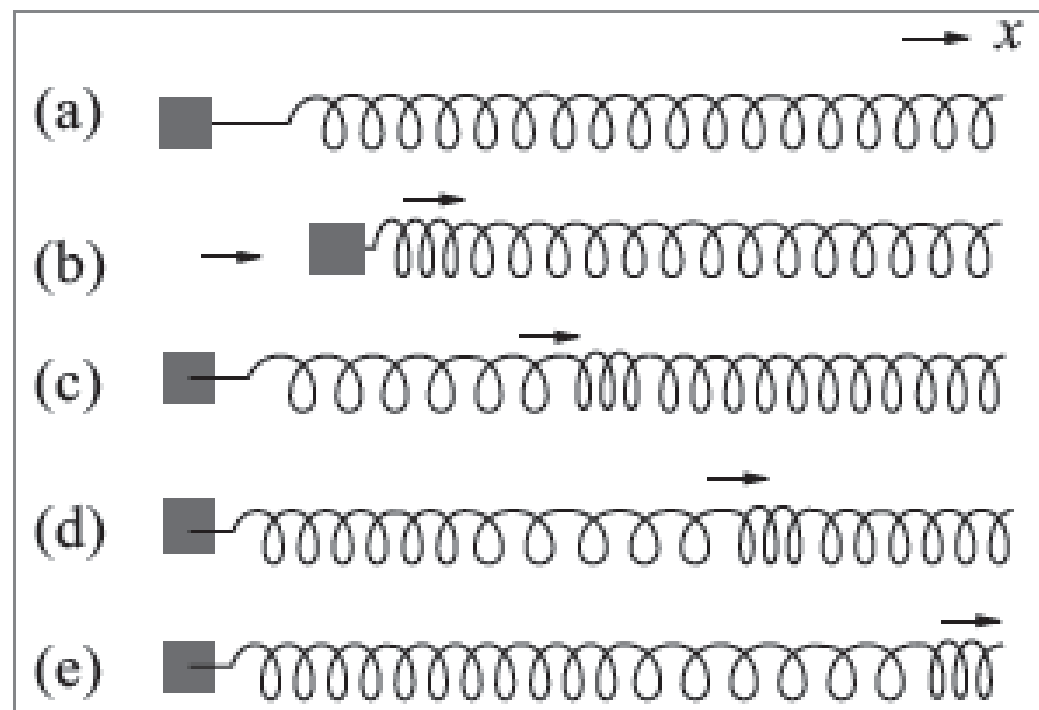


Figura 5.2 Onda longitudinal.

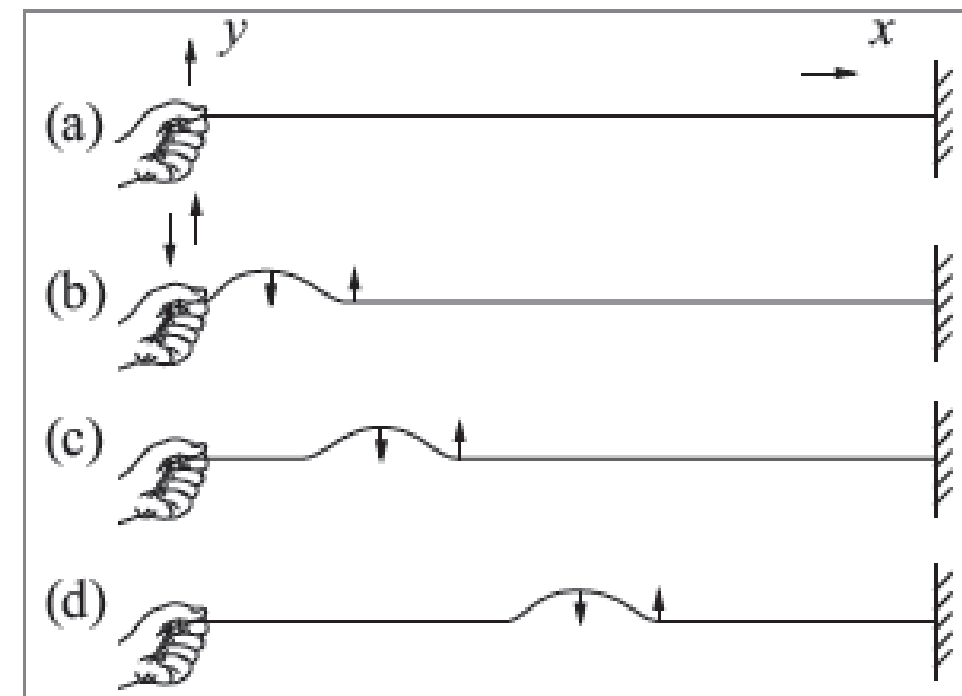


Figura 5.3 Onda transversal.

Ondas periódicas

- Uma situação interessante ocorre quando balançamos a extremidade da corda com um movimento **repetitivo** ou **periódico**.
- Nesse caso, cada partícula da corda também executará um movimento periódico à medida que a onda se propaga e o resultado é uma onda periódica.

Para uma **onda periódica**:

Velocidade da onda $\rightarrow$

Comprimento de onda $\rightarrow$

Frequência $\rightarrow$

$$v = \lambda f$$



Descrição matemática das ondas

- Resumidamente, y é uma função de x e de t ; $y = y(x, t)$.
 - Dizemos que $y(x, t)$ é a função de onda que descreve a onda.
 - Quando conhecemos essa função para uma dada onda, podemos usá-la para achar o deslocamento (a partir do equilíbrio) de qualquer partícula em qualquer instante.
 - A partir desse resultado, podemos calcular a velocidade e a aceleração de qualquer partícula, a forma da corda e qualquer outro tipo de informação que desejarmos saber sobre o comportamento da corda em qualquer instante.
-

Descrição matemática das ondas

Função de onda para uma onda senoidal movendo-se no sentido $+x$

$$y(x, t) = A \cos \left[\omega \left(\frac{x}{v} - t \right) \right]$$

Amplitude $\rightarrow A$
Posição $\rightarrow x$
Tempo $\rightarrow t$
Frequência angular $= 2\pi f$
Velocidade da onda $\rightarrow v$

Função de onda para uma onda senoidal movendo-se no sentido $+x$

$$y(x, t) = A \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

Amplitude $\rightarrow A$
Posição $\rightarrow x$
Tempo $\rightarrow t$
Comprimento de onda $\rightarrow \lambda$
Período $\rightarrow T$

Função de onda para uma onda senoidal movendo-se no sentido $+x$

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Amplitude $\rightarrow A$
Posição $\rightarrow x$
Tempo $\rightarrow t$
Número de onda $= 2\pi/\lambda$
Frequência angular $= 2\pi f$

Ondas periódicas

$$\psi(x, t) = A \sin(\omega t \pm kx)$$

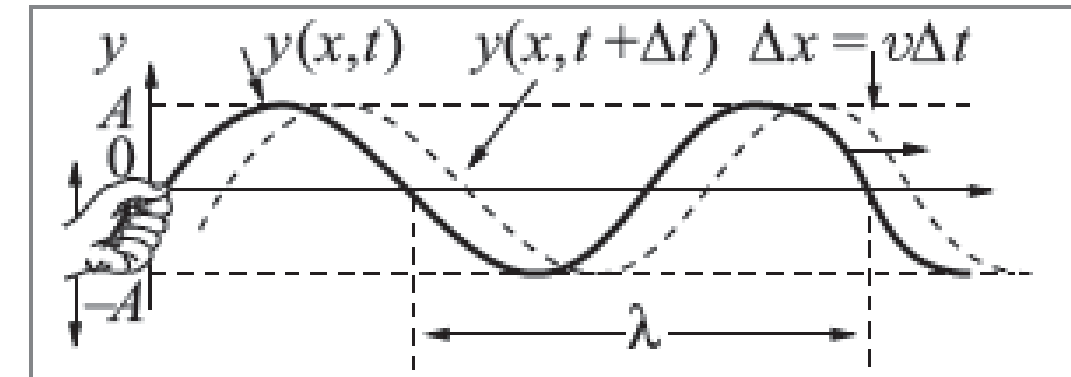
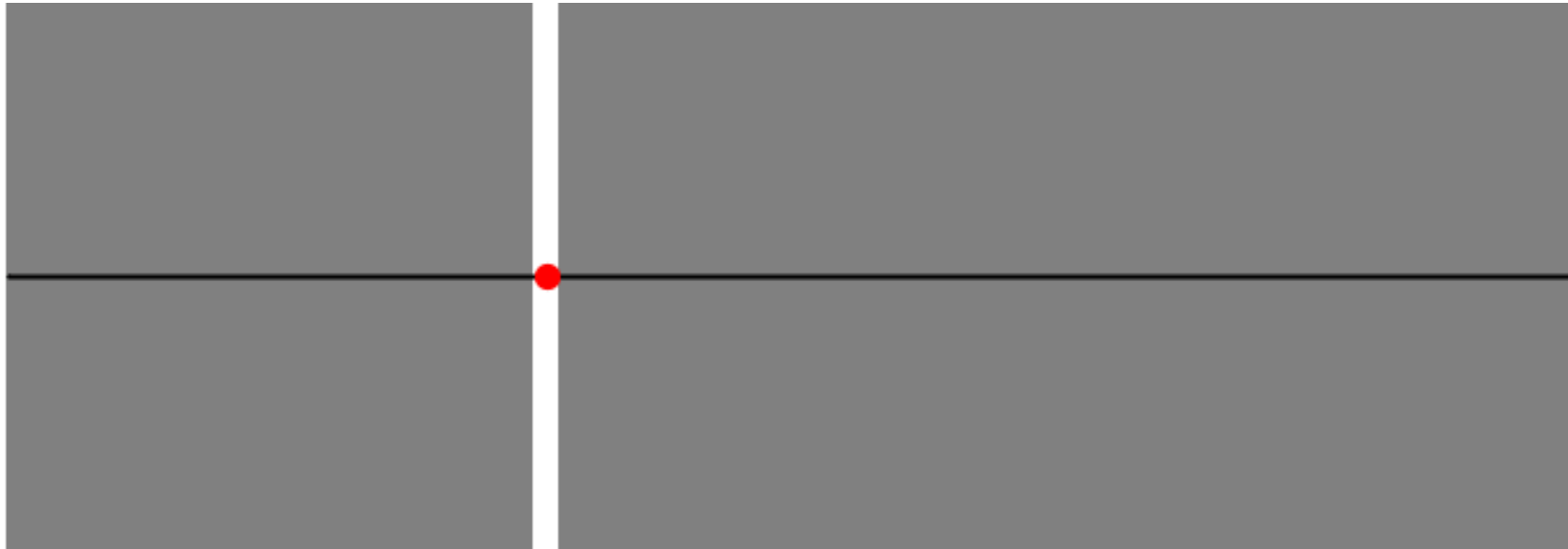
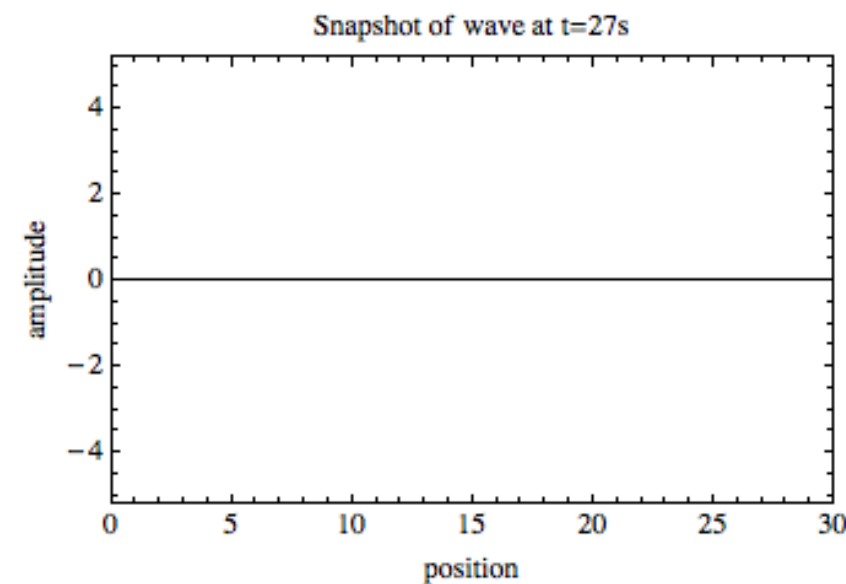
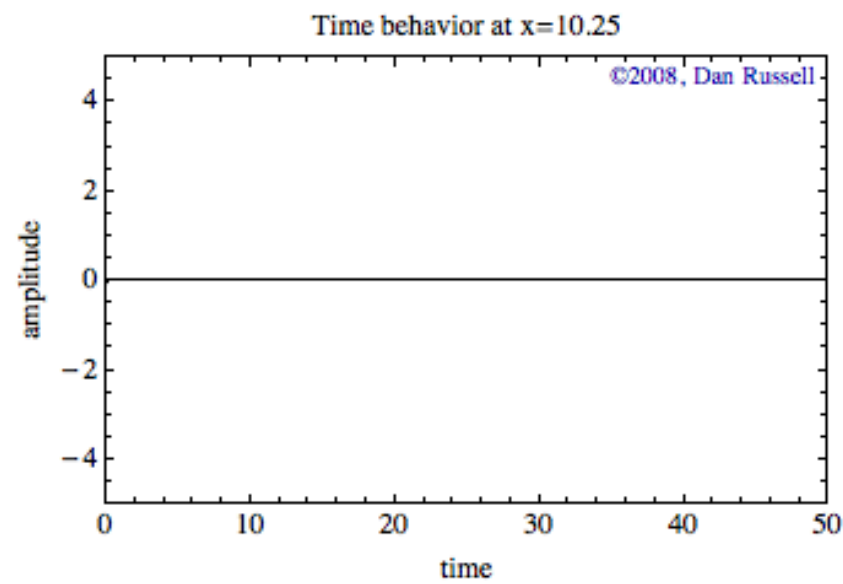


Figura 5.7 Onda harmônica.



Velocidade de uma onda transversal

- Uma das principais propriedades de qualquer onda é sua **velocidade de propagação**.
- As grandezas físicas que determinam a velocidade de uma onda transversal em uma corda são a **tensão na corda** e sua **massa por unidade de comprimento**.
- Propagação de uma onda transversal em uma corda:



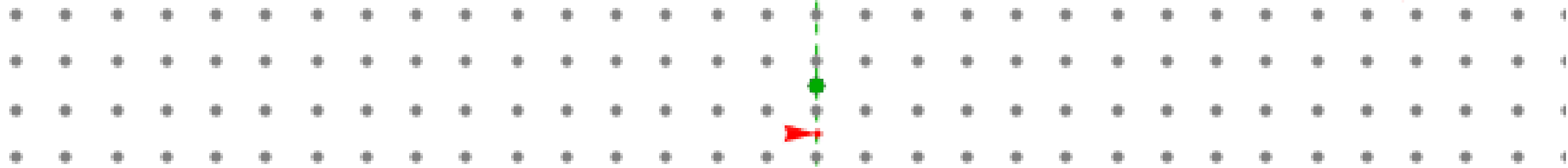
Propagação da onda





displacement

©2017, Dan Russell



particle velocity

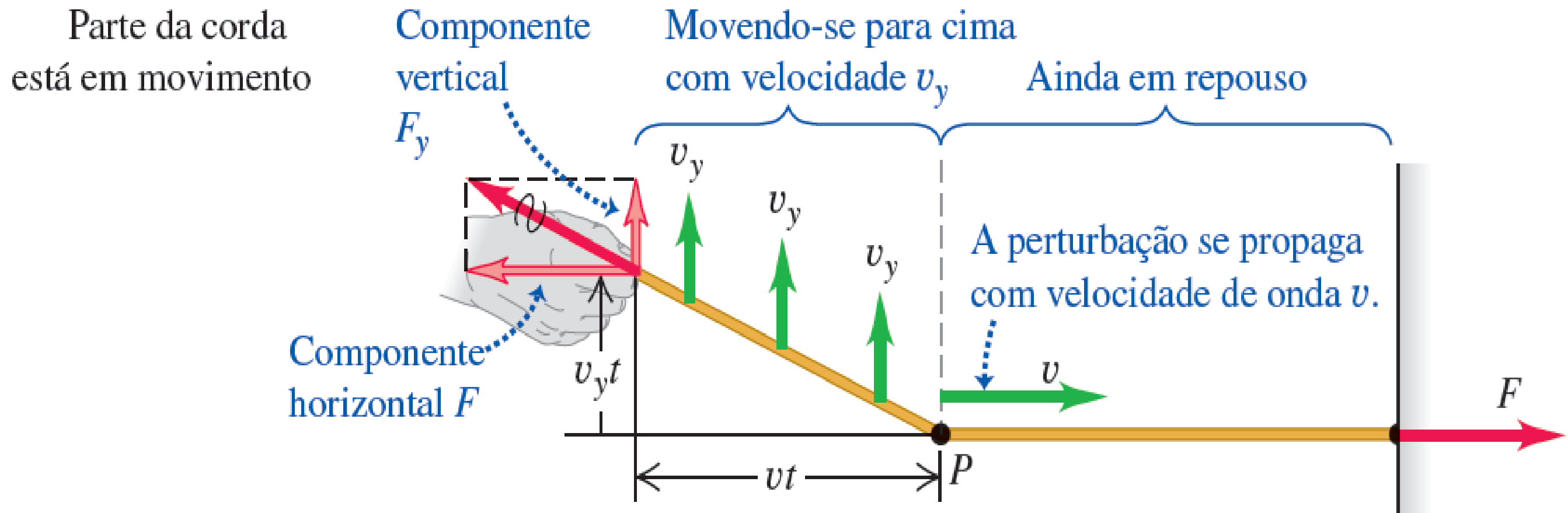


pressure



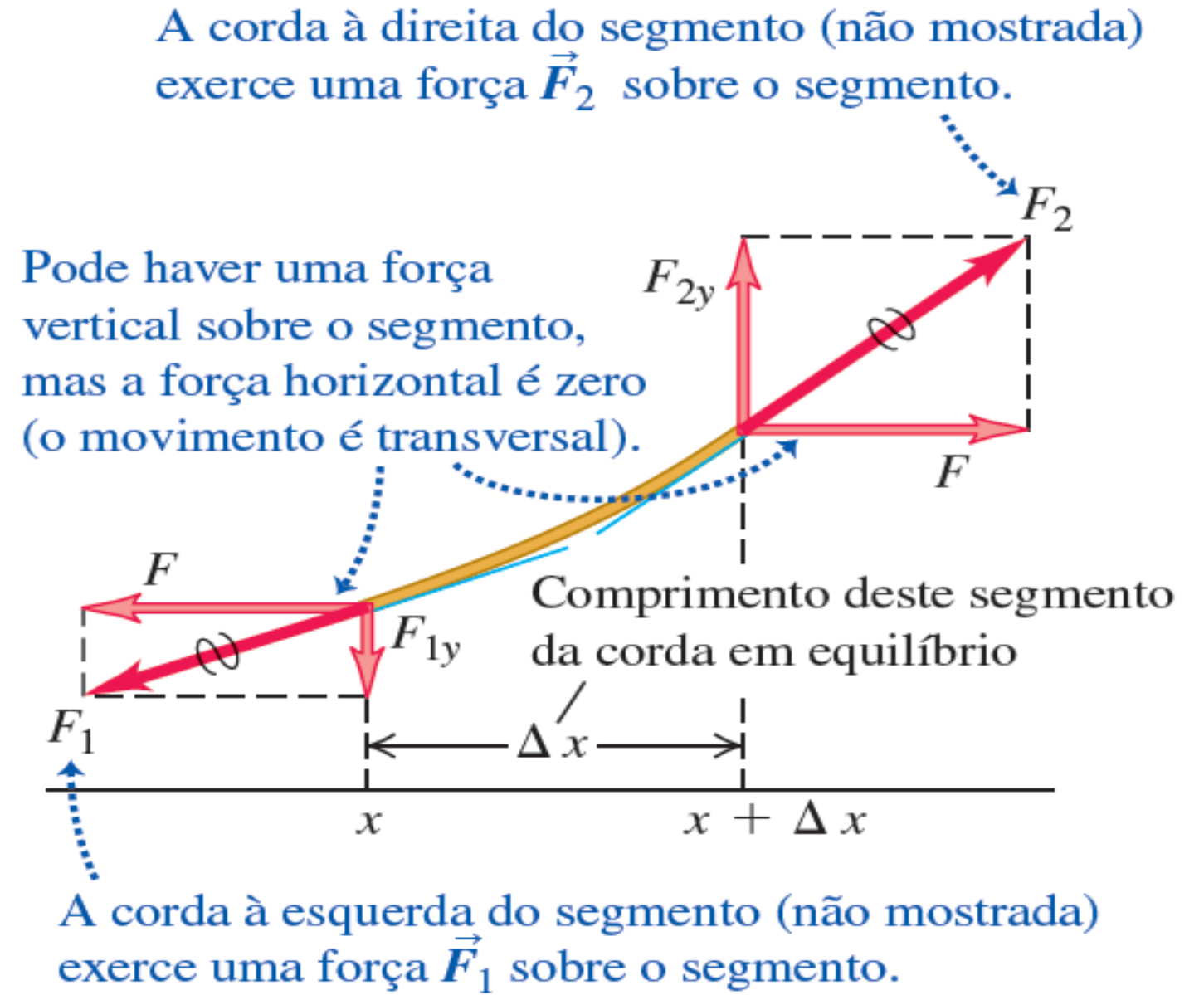
Velocidade de uma onda transversal

- Propagação de uma onda transversal em uma corda:



Velocidade de uma onda transversal

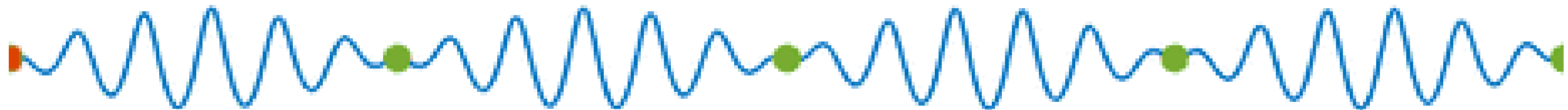
- Diagrama do corpo livre para um segmento de corda.
- A força em cada extremidade da corda é tangente a ela no ponto onde a força é aplicada:



Velocidade de uma onda transversal

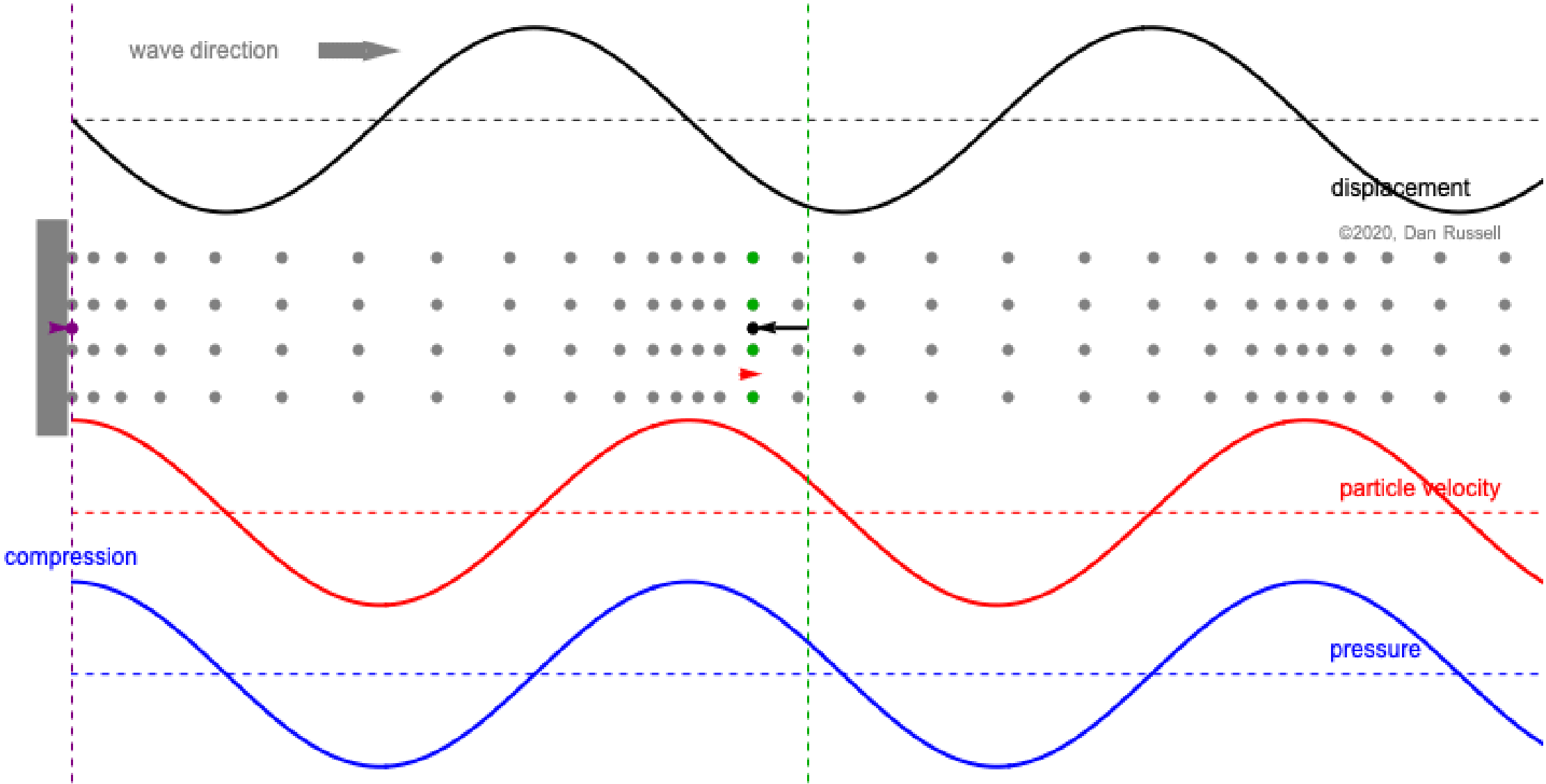
- É interessante que, para muitos tipos de ondas mecânicas, inclusive ondas em uma corda, a expressão para a velocidade de onda possui a mesma forma geral:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Força restauradora devolvendo o sistema ao equilíbrio}}{\text{Inércia resistindo à volta ao equilíbrio}}}$$



Grupo
Fase

Velocidade



Velocidade

