

DERIVAÇÃO IMPLÍCITA

Disciplina: Cálculo I LOB1003

Profa. responsável: Diovana A. S. Napoleão

Departamento de Ciências Básicas e Ambientais – EEL-USP

DERIVADA IMPLÍCITA

MOTIVAÇÃO PARA A DETERMINAR A DERIVAÇÃO IMPLÍCITA

Nas aulas anteriores, determinou-se a derivada y' , quando y era expresso de forma explícita como função de x , ou seja, $y = f(x)$.

EXEMPLO 1:

$$y = x \cdot (\sin x)$$

E pela regra do produto obtém-se,

$$y' = x \cos x + \sin x$$

Em alguns casos, porém, y é definida implicitamente por uma relação entre x e y .

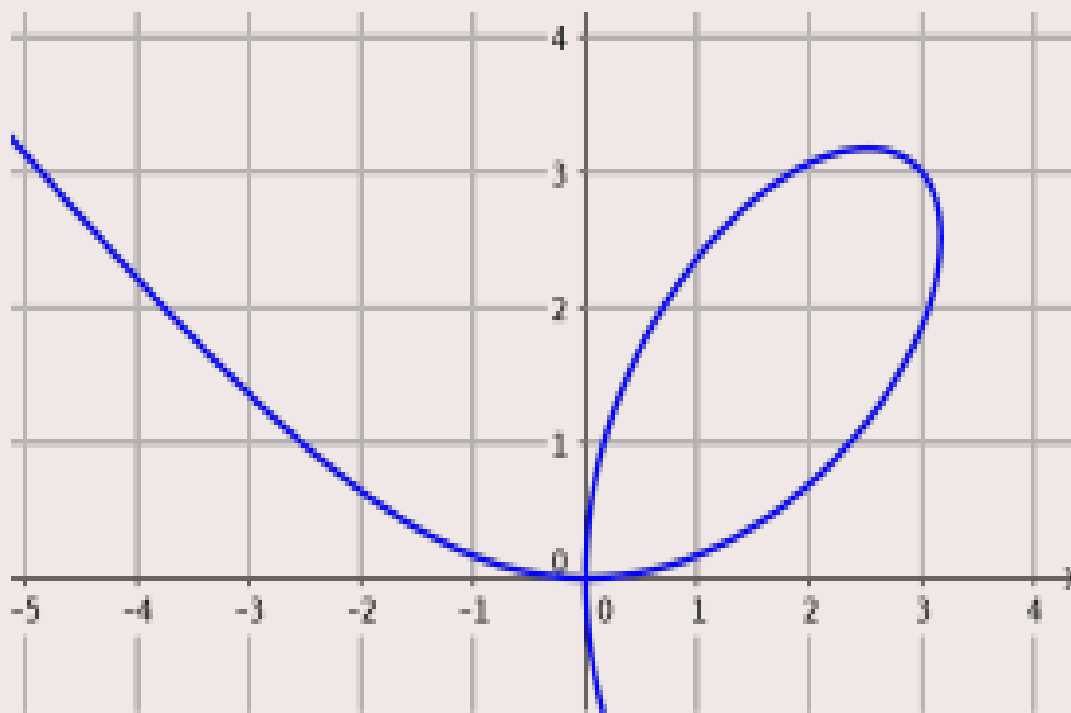
DERIVADA IMPLÍCITA

Exemplo 2 (Fólio de Descartes)

A equação

$$x^3 + y^3 = 6xy,$$

define a seguinte curva chamada fólio de Descartes:



No caso geral, y é definida implicitamente através da equação

$$\phi(x, y) = 0, \quad (1)$$

em que ϕ é uma função que depende de x e y .

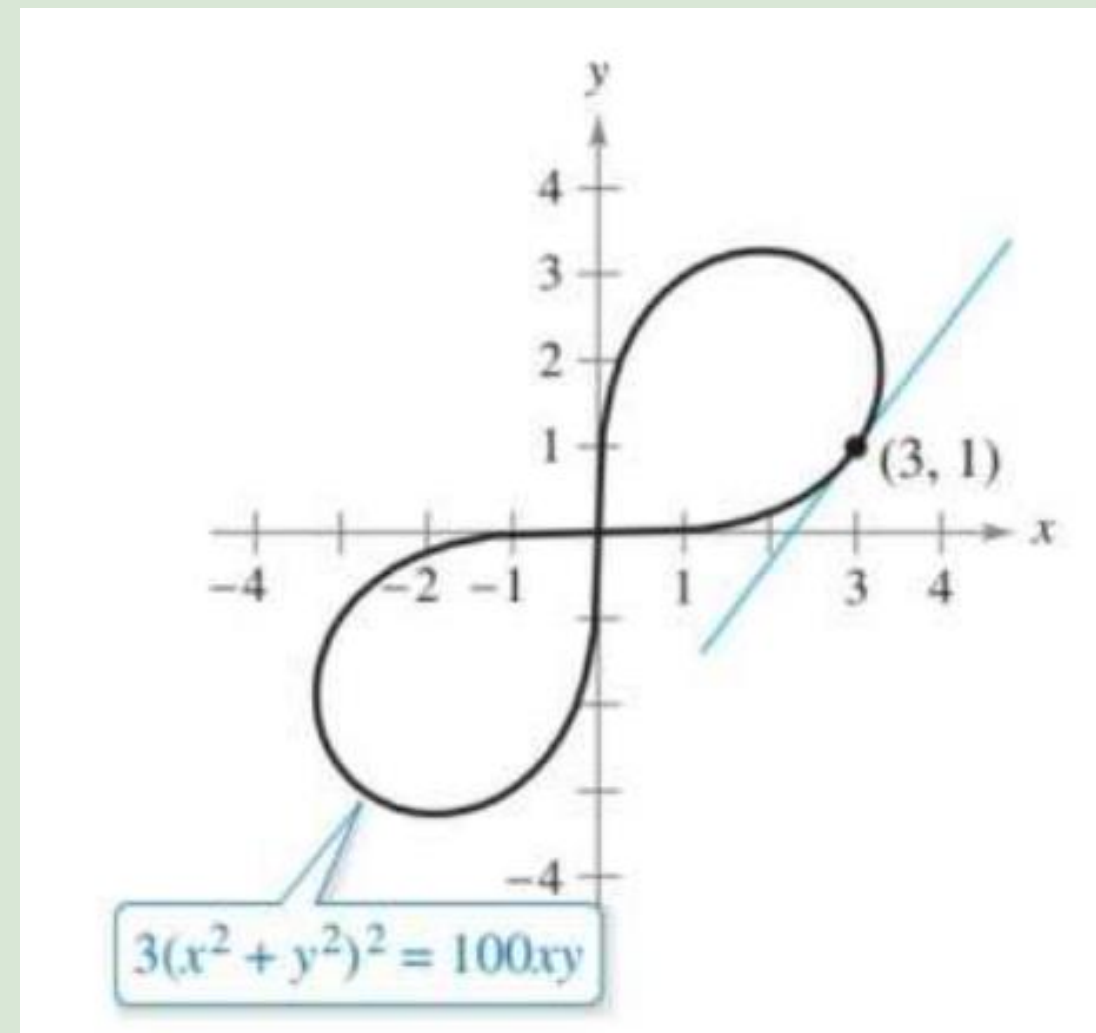
DERIVADA IMPLÍCITA

Considere a equação $3x + 3y = 2$ (forma implícita)

- ✓ Nas regras de derivação trabalhamos com funções definidas explicitamente do tipo $y = f(x)$;
- ✓ No entanto existem relações que definem as funções de maneira implícita, neste contexto a derivação implícita nos auxiliará a calcular $\frac{dy}{dx} = y'$;
- ✓ O processo da diferenciação implícita determina-se da seguinte forma:
 - 1- Diferenciar ambos os membros da equação em relação a variável y . Ao diferenciar y que é correspondente a uma função de x , utiliza-se a regra da Cadeia.
 - 2- O resultado obtido será uma equação em função de x , y e também $\frac{dy}{dx}$.

DERIVADA IMPLÍCITA

EXEMPLO 3: Determine a inclinação do gráfico de $3(x^2 + y^2)^2 = 100xy$ no ponto $(3, 1)$.



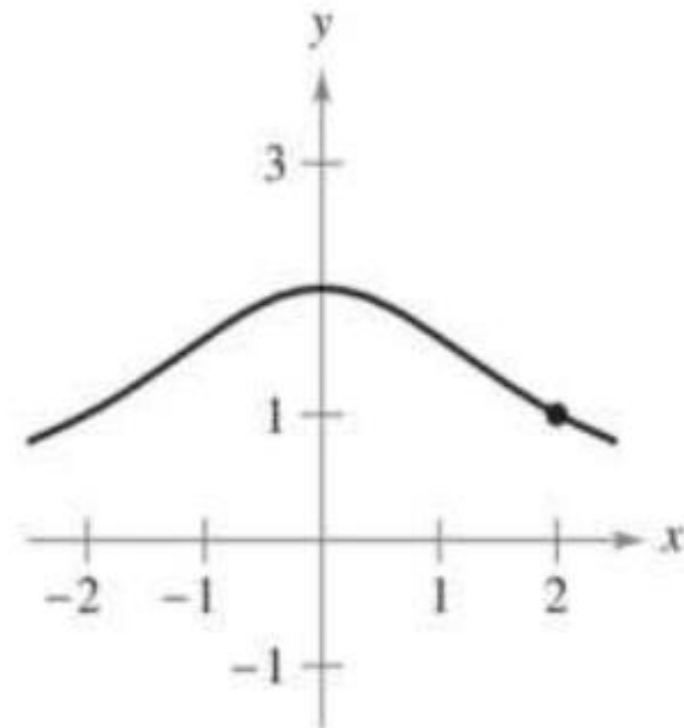
DERIVADA IMPLÍCITA

EXEMPLO 4: Determine a inclinação dos respectivos gráficos:

Witch of Agnesi:

$$(x^2 + 4)y = 8$$

Point: $(2, 1)$



Folium of Descartes:

$$x^3 + y^3 - 6xy = 0$$

Point: $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$

