

Fenomenologia Quântica

FERROMAGNÉTICOS

Langevin

$$E(\theta) = \mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$$

$$E(\theta) = m_0 \cdot \cos(\theta) \cdot \mu_0 H$$

$$\langle m \rangle_T = \frac{\int_0^\pi m_0 \cdot \cos \theta \cdot \exp(-E(\theta)/k_B T) \cdot 2\pi \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi \exp(-E(\theta)/k_B T) \cdot 2\pi \sin \theta d\theta}$$

$$M = N \cdot \langle m \rangle_T$$

$$M = N \cdot \frac{\int_0^\pi m_0 \cdot \cos \theta \cdot \exp(-E(\theta)/k_B T) \cdot 2\pi \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi \exp(-E(\theta)/k_B T) \cdot 2\pi \sin \theta d\theta}$$

Brillouin

$$E = -m_z \cdot B$$

$$E = g_J \cdot \mu_B \cdot M_J \cdot \mu_0 H$$

$$\langle m_z \rangle = \frac{\sum m_z e^{-\frac{E}{k_B T}}}{\sum e^{-\frac{E}{k_B T}}}$$

$$M = N \cdot \langle m_z \rangle$$

$$M = \frac{N \sum m_z e^{-\frac{E}{k_B T}}}{\sum e^{-\frac{E}{k_B T}}}$$

Langevin

$$M = M_0 \cdot \left[\coth(s) - \frac{1}{s} \right]$$

$$M_0 = N \cdot \mu$$

$$s = \frac{\mu B}{k_B T}$$

Para s pequeno

$$M = \frac{N m_0^2 \mu_0}{3 k_B T} H = \chi H$$

$$\chi = \frac{N m_0^2 \mu_0}{3 k_B T} = \frac{C}{T}$$

Brillouin

$$M = M_0 \left\{ \frac{2J+1}{2J} \coth \frac{2J+1}{2J} x - \frac{1}{2J} \coth \frac{x}{2J} \right\}$$

$$M_0 = N \cdot m_0$$

$$m_0 = g_J \cdot \mu_B \cdot J$$

$$x = \frac{\mu_0 \cdot m_0 \cdot H}{k_B T}$$

Para x pequeno

$$M = \frac{N (g_J^2 \mu_B^2 J(J+1)) \mu_0}{3 k_B T} H$$

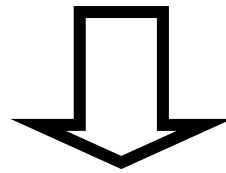
$$\chi = \frac{N m_{eff}^2 \mu_0}{3 k_B T} = \frac{C}{T}$$

$$m_{eff} = \sqrt{J(J+1)} \cdot g_J \cdot \mu_B$$

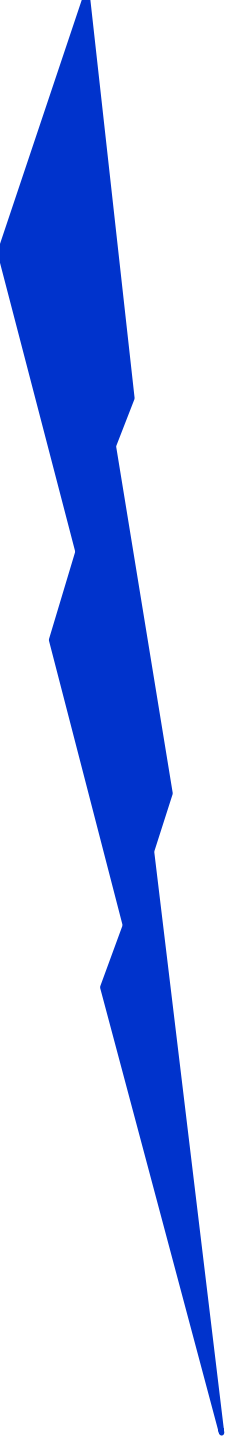
Interações entre momentos magnéticos

- ❖ Ferromagnéticos
- ❖ Ferrimagnéticos
- ❖ Antiferromagnéticos

$T < T_C (T_N) \rightarrow$ comportamento coletivo: ordenamento.

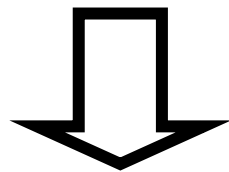


Momentos magnéticos não são livres,
interagem *entre si* e *com o meio*.



Interações mais importantes entre Momentos Magnéticos

- 1) Interações de Troca (Exchange)
- 2) Interações responsáveis pela anisotropia magnetocristalina



Fenômenos puramente quânticos

Interação de Troca

- Heisenberg 1929

- $\xi_{ij} = -\mu_0 n_{ij} m_i m_j$ i e j são dois átomos vizinhos
- n_{ij} intensidade da interação de troca
- $n_{ij} > 0$ - alinhamento paralelo
- $n_{ij} < 0$ - alinhamento antiparalelo

A densidade de energia de troca é dada por:

$$E_{\text{ex}} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \xi_{ij}$$

$$E_{\text{ex}} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} n_{ij} m_i m_j$$

Interação de Troca - cont.

$$E_{\text{ex}} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} n_{ij} m_i m_j$$

- Podemos escrever: $E_{\text{ex}} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i m_i H_i$
para: $H_i = \sum_{j \neq i} n_{ij} m_j \rightarrow$ campo local atuando em m_i

Interação de troca de Heisenberg na prática não ocorre.

As direções de m_i e H_i flutuam com o tempo:
difícil determinar a orientação para um dado H e T .

Aproximação de Campo Molecular ou Campo Médio

- P. Weiss – 1906 → Modelo do campo molecular

Suposições

- Não considera o caráter flutuante de $\mathbf{H}_i$, mas sim o valor médio em uma dada T
 $\Rightarrow \mathbf{H}_i = \lambda \mathbf{M}$
- Considera que todos os momentos são idênticos.
- A densidade de energia de troca será então:

$$E_{ex} = -\frac{\mu_0}{2} \lambda M^2$$

- λ é o coeficiente de campo molecular
- M é a magnetização.

Detalhes do desenvolvimento

$$E_{ex} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} n_{ij} m_i m_j$$

$$H_i = \sum_{j \neq i} n_{ij} m_j$$

$$E_{ex} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i m_i H_i$$

$$H_i = \sum_{j \neq i} n_{ij} m_j \quad \Rightarrow \quad \langle H_i \rangle = \lambda \sum_{j \neq i} m_j = \lambda M$$

$$E_{ex} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i m_i H_i \quad \Rightarrow \quad E_{ex} = -\frac{\mu_0}{2} \lambda M \sum_i m_i$$

$$E_{ex} = -\frac{\mu_0}{2} \lambda M M = -\frac{\mu_0}{2} \lambda M^2$$

Ferromagnetismo

- $\chi = C / T$ – paramagnético (sem interação entre os momentos magnéticos) $\rightarrow M \sim 0$.
- $T < T_c$: material se torna ferromagnético (interação entre os momentos magnéticos – ordenam-se paralelamente)
 $\rightarrow M \gg 0 \rightarrow \chi \gg \gg 0$.

Ferromagnetismo - Modelo

- Como os momentos são paralelos, se forma um campo interno intenso que sobrepõe o efeito da temperatura.
- Se H_a é o campo aplicado, o material estará sujeito a um novo campo $H_a + H_i$, onde $H_i = \lambda \cdot M$, M é a magnetização e $T_c = \lambda C$ é a temperatura de Curie.

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}$$

Ferromagnetismo - Teoria do campo molecular

Na teoria de Brillouin:

$$m = \frac{M}{M_0} \quad x = \frac{\mu_0 M_0 H}{N k_B T} \quad \text{com} \quad M_0 = N \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot J$$

Substituindo-se H por $H + \lambda M$ em x :

$$x = \frac{\mu_0 M_0 H}{N k_B T} + \frac{\mu_0 M_0 \lambda M}{N k_B T} \quad \begin{array}{l} \div \text{ e } \times \text{ por } M_0 \text{ o} \\ \text{segundo termo} \end{array} \quad \longrightarrow \quad x = \frac{\mu_0 M_0 H}{N k_B T} + \frac{\mu_0 M_0^2 \lambda M}{N k_B T M_0}$$

$$x = \frac{\mu_0 M_0 H}{N k_B T} + \frac{\mu_0 M_0^2 \lambda m}{N k_B T} \quad \text{Isola } m: \quad m = -\frac{H}{\lambda M_0} + \frac{N k_B T}{\mu_0 \lambda M_0^2} x$$

Ferromagnetismo - Teoria do campo molecular -cont.

Temos assim 2 expressões para M ou $m=M/M_0$

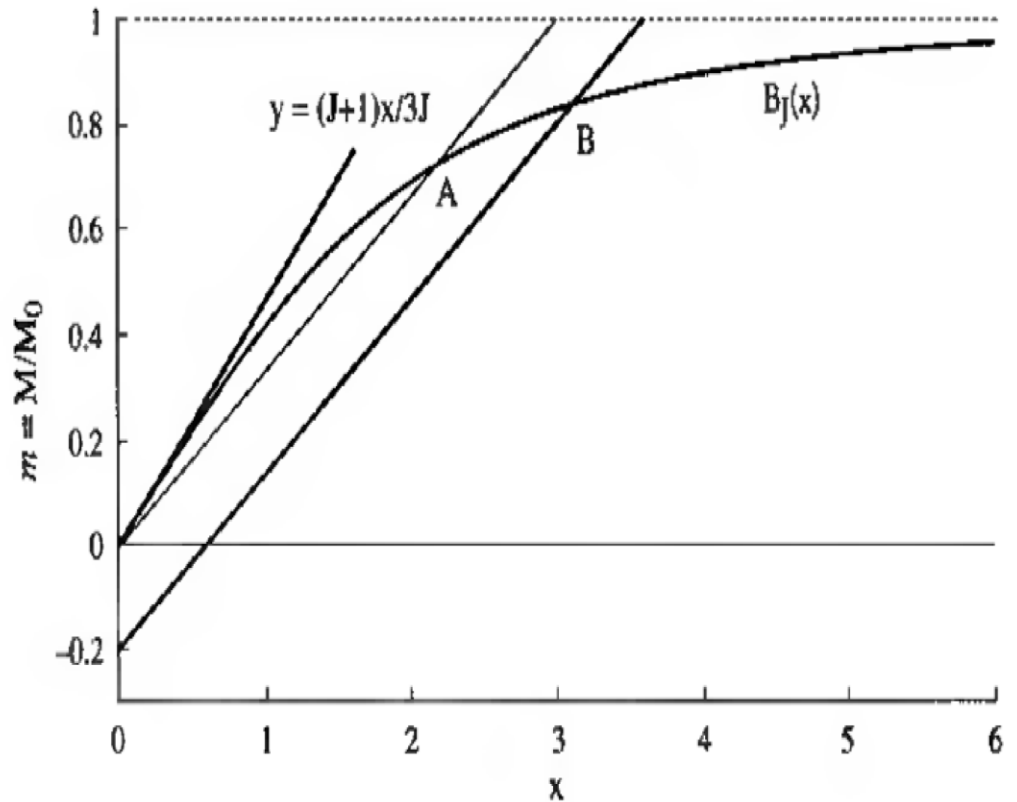
$$m = -\frac{H}{\lambda M_0} + \frac{Nk_B T}{\mu_0 \lambda M_0^2} x, \quad x = \frac{\mu_0 M_0 H}{Nk_B T}$$

$$m = B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \coth \left[\frac{2J+1}{2J} x \right] - \frac{1}{2J} \coth \left[\frac{1}{2J} x \right]$$

Para x pequeno:

$$m = \frac{(J+1)}{3J} x$$

Resolve-se numericamente ou graficamente.



PARA x PEQUENO (Alta T) e $H = 0$

$$x = \frac{\mu_0 M_0 H}{N k_B T}$$

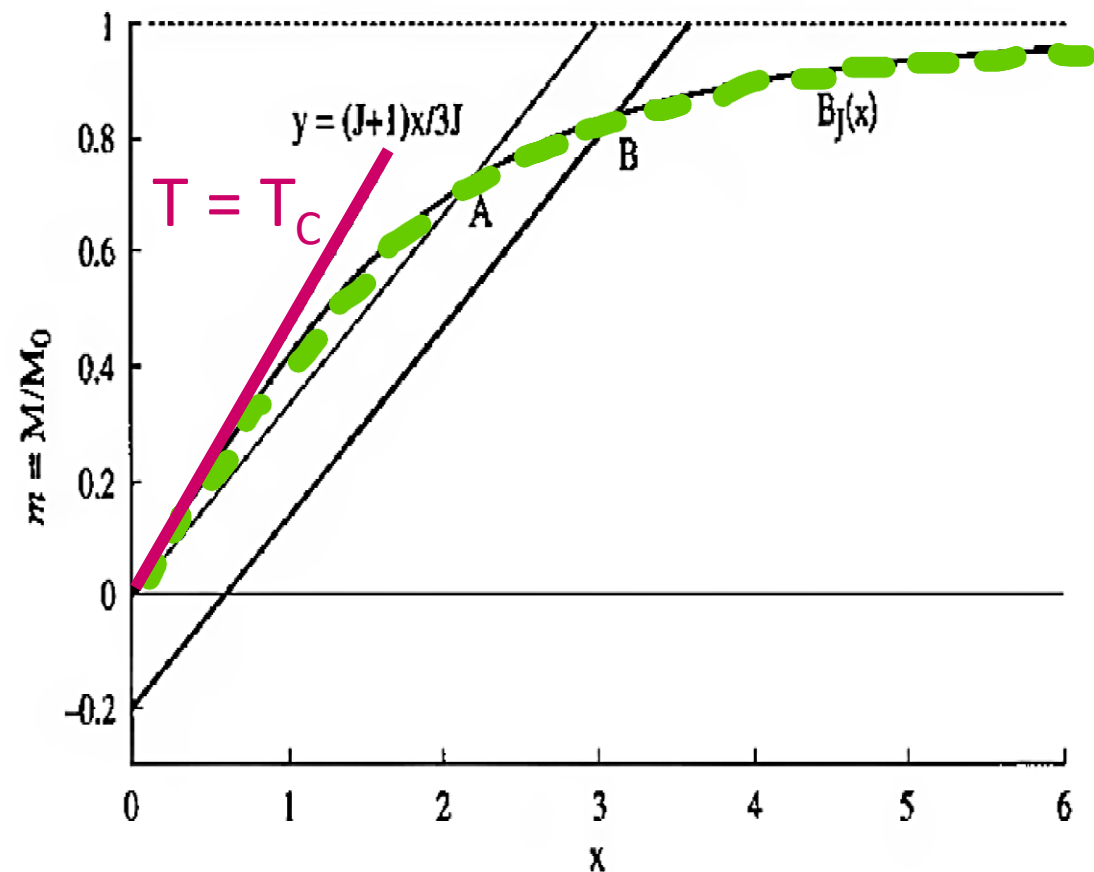
$$m = \frac{J+1}{3J} x \quad \text{e} \quad m = -\frac{\cancel{H}}{\lambda M_0} + \frac{N k_B T}{\mu_0 \lambda M_0^2} x$$

Valor máximo da inclinação

$$\frac{N k_B T}{\mu_0 \lambda M_0^2} = \frac{J+1}{3J} \rightarrow T = T_C$$

$$\frac{N k_B T_C}{\mu_0 \lambda M_0^2} = \frac{J+1}{3J}$$

$$T_C = \frac{\mu_0 (J+1) M_0^2}{3 J N k_B} \lambda = C \lambda$$



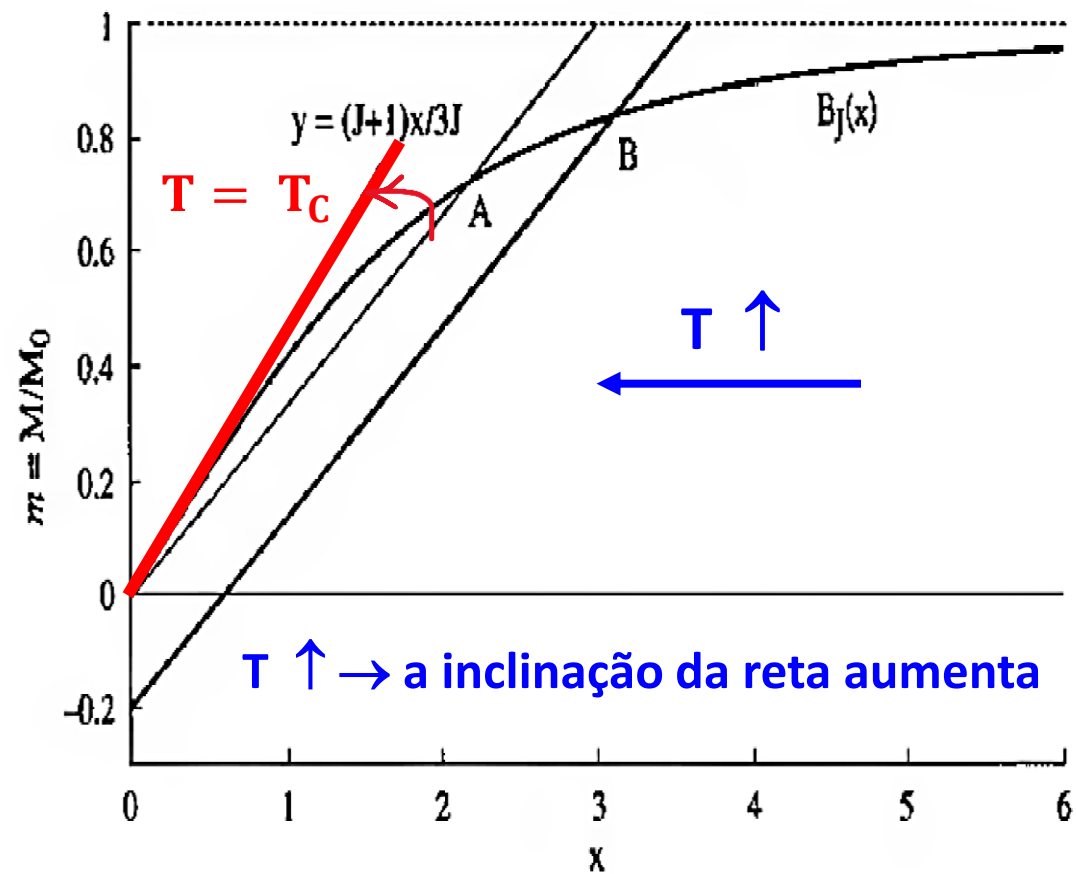
PARA x PEQUENO e $H=0$ (Reta A)

T cresce $\rightarrow$ a inclinação da reta aumenta

$\rightarrow$ ponto A se move para esquerda

$M(T)$ decresce até o limite que
corresponde a $T = T_c$

$$T_c = \frac{\mu_0(J+1)M_0^2}{3JNk_B} \lambda = c\lambda$$



PARA x PEQUENO e $H=0$ (Reta A)

T diminui $\rightarrow$ a inclinação da reta diminui $\rightarrow$ ponto A se move para a direita.

$M(T)$ satura

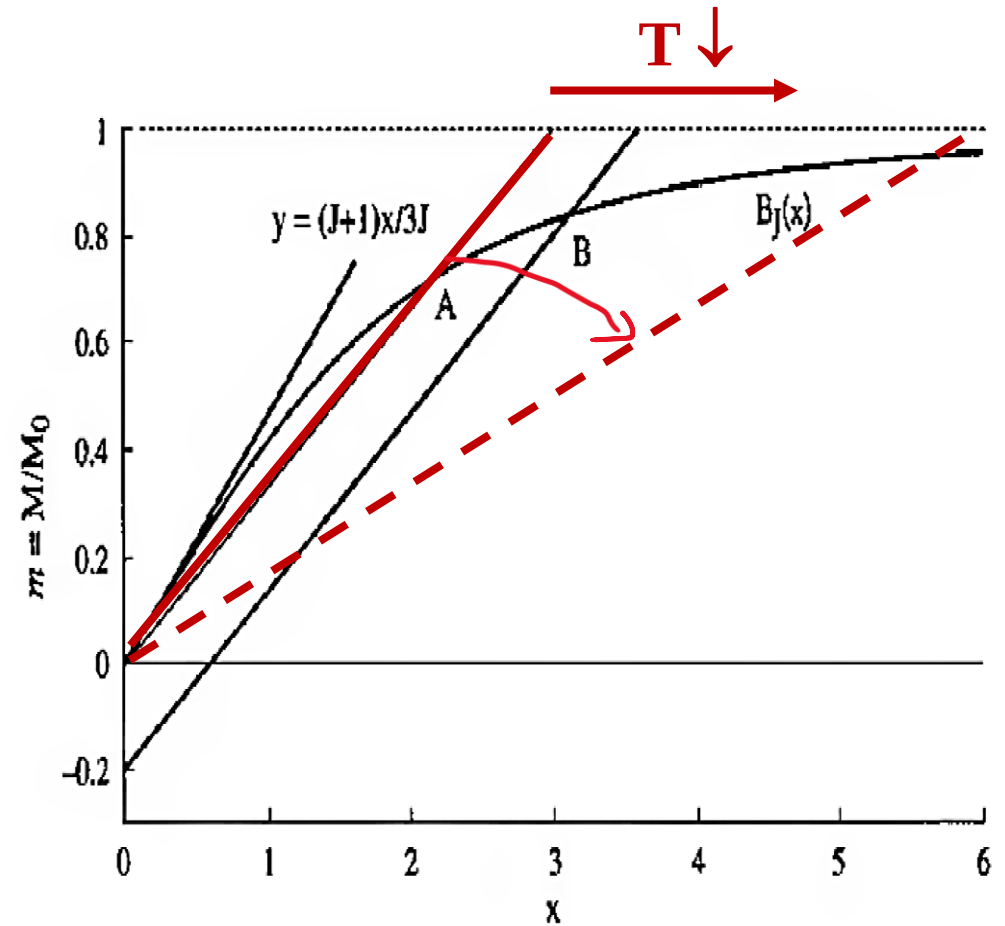
- ❖ Voltando com a expressão de x em função de m :

$$x = \frac{\mu_0 M_0 H}{N k_B T} + \frac{\mu_0 M_0^2 \lambda m}{N k_B T}$$

- ❖ Para $T \rightarrow 0$,

$x \rightarrow \infty$ e o ponto de intersecção das duas curvas ocorrem para $m \rightarrow 1$;

$$M_s(T) = M_0 \Rightarrow M_s(T) = N g_J \mu_B J$$



$$x = \frac{\mu_0 M_0 H}{N k_B T}$$

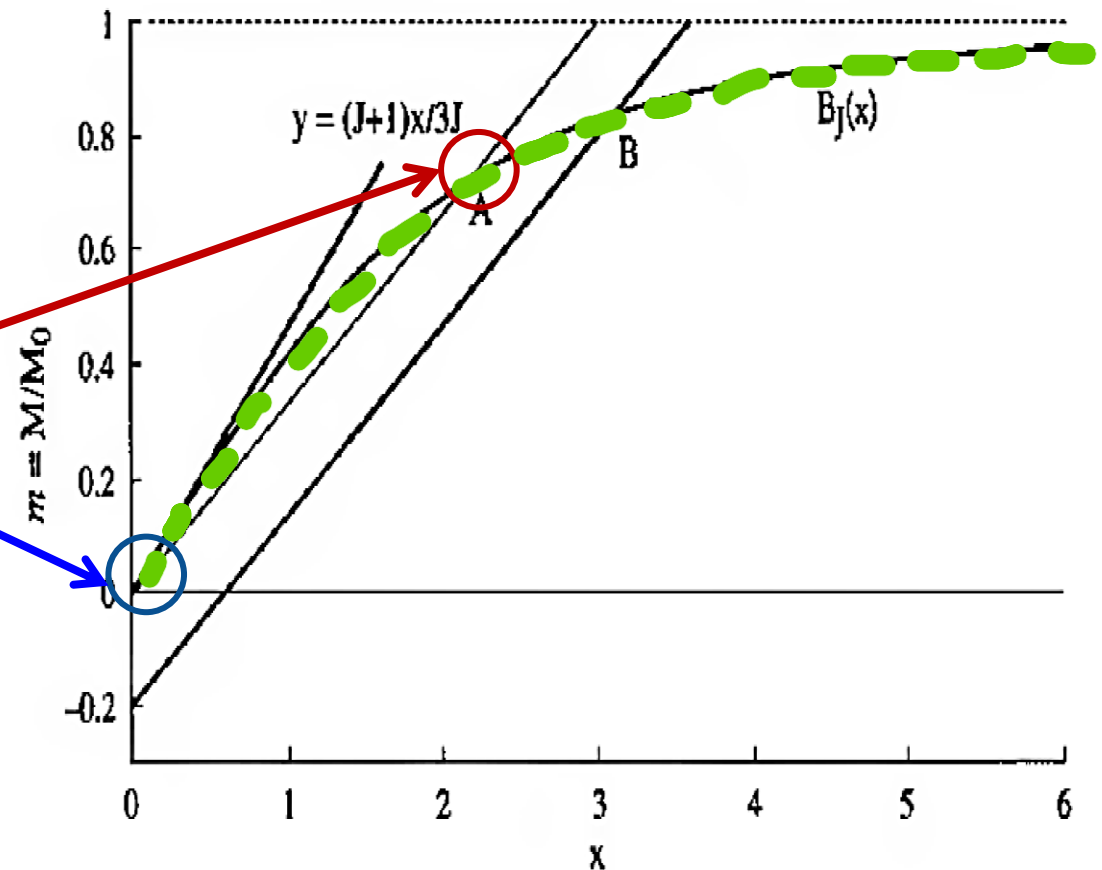
PARA x PEQUENO (Alta T) e $H = 0$

$$m = \frac{J+1}{3J} x \quad \text{e} \quad m = -\frac{H}{\lambda M_0} + \frac{N k_B T}{\mu_0 \lambda M_0^2} x$$

Se $\frac{N k_B T}{\mu_0 \lambda M_0^2} < \frac{J+1}{3J} \rightarrow 2 \text{ soluções}$

1ª) $M = 0 \Rightarrow$ solução trivial

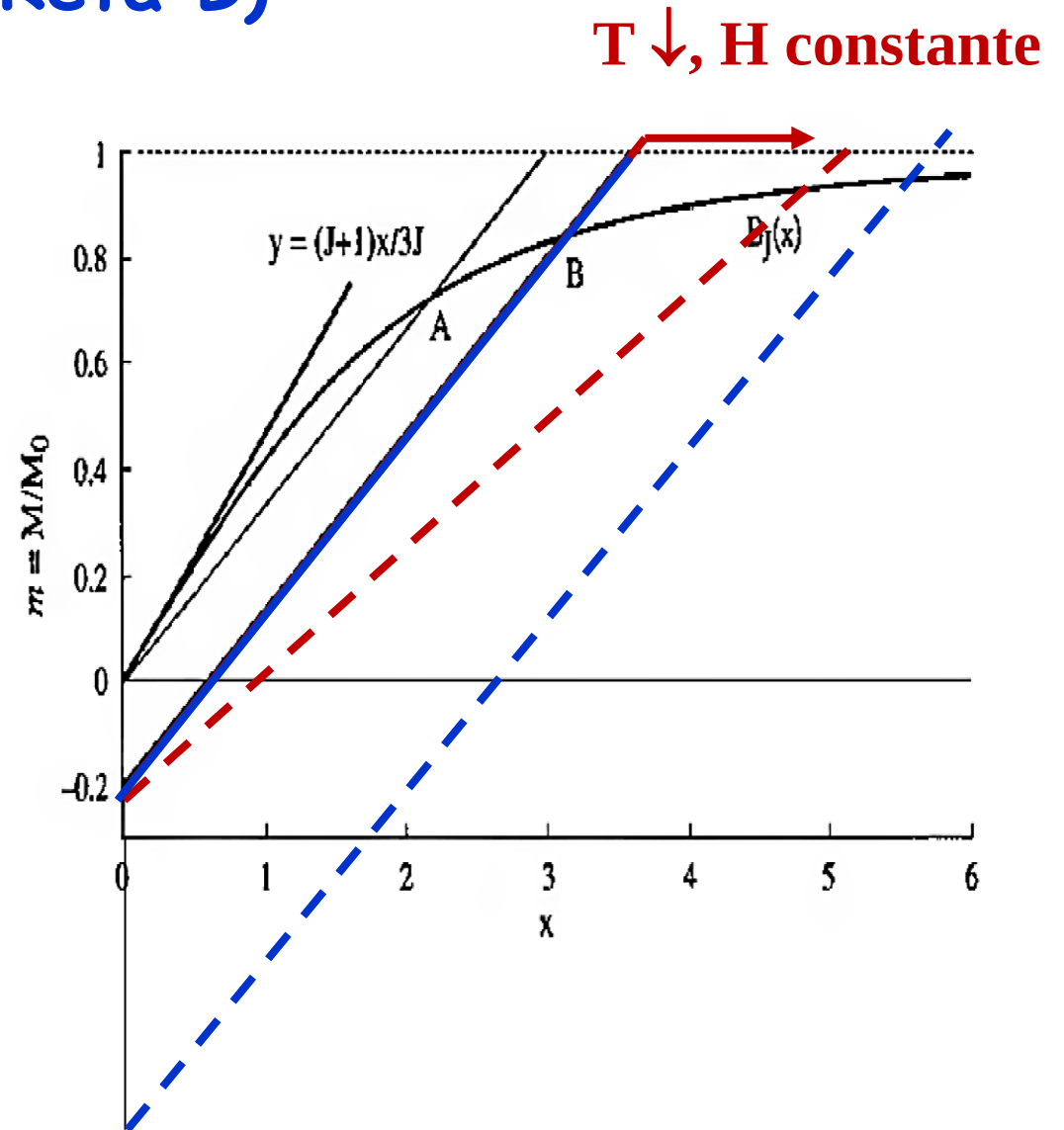
2ª) Ponto A



PARA x PEQUENO e $H \neq 0$ (Reta B)

$$m = -\frac{H}{\lambda M_0} + \frac{Nk_B T}{\mu_0 \lambda M_0^2} x$$

- Para $T < T_c$:
 - Se T diminui e H constante,
 - a reta B anda para a direita, diminuindo a inclinação.
- Se $H \uparrow$, e T constante, a reta B anda para a direita com a inclinação fixa e $M \uparrow$



PARA x PEQUENO e $H \neq 0$ (Reta B)

- $T > T_c$

$$m = \frac{J+1}{3J} x \xrightarrow{\text{Isola } x} x = \frac{3J}{J+1} m$$

$$m = -\frac{H}{\lambda M_0} + \frac{Nk_B T}{\mu_0 \lambda M_0^2} x \xrightarrow{\text{Substitui } x} m = -\frac{H}{\lambda M_0} + \frac{3J Nk_B T}{\mu_0 \lambda (J+1) M_0^2} m$$

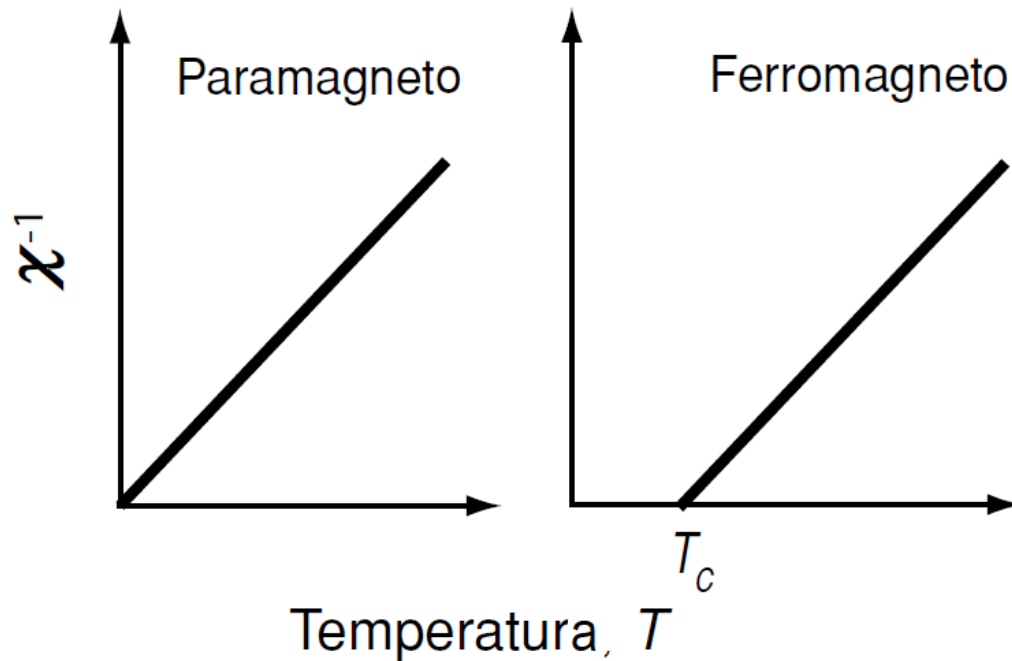
$$\text{Mas } T_c = \frac{\mu_0 (J+1) M_0^2}{3J Nk_B} \lambda \xrightarrow{\quad} m = -\frac{H}{\lambda M_0} + \frac{3J Nk_B T}{\lambda \mu_0 (J+1) M_0^2} m$$

$$m = -\frac{H}{\lambda M_0} + \frac{T}{T_c} m \xrightarrow{\text{Isola } m}$$

$$M = \frac{C}{(T - T_c)} H = \chi H$$

Susceptibilidade - FM

$$\chi = \frac{C}{(T - T_c)}$$



$$\frac{1}{\chi} = \frac{(T - T_c)}{C}$$