Transformada de Fourier de y(x) (espaço)

Transformada de Fourier de y(x) *:*

$$\boxed{Y(k/2\pi) = \int_{-\infty}^{\infty} y(x) e^{ikx}\, dx}$$

Número de onda:

$k=2\pi/\lambda$

Dimensão de k: rad (m^{-1})

Transformada inversa:

$$\boxed{y(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(k/2\pi) e^{-ikx}\, dk}$$

Transformada de Fourier de y(x): discreta

Função y(x) discreta: $$y(x) \to y(x_j) \equiv y(j)$$

$$x_j = (j-1)\,\Delta x \qquad \begin{cases} x_j = 0, \Delta x, 2\Delta x, ..., (N_x - 1)\Delta x \\ j = 1, 2, \ldots, N_x \end{cases}$$

Discretização da integral:

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} y(x) e^{ikx}\, dx \to \sum_{j=1}^{N_x} y(j) e^{ik_p x_j}}$$

onde

$$x_j = (j-1)\,\Delta x$$ e definimos: $$k_p \equiv \frac{2\pi(p-1)}{N_x \Delta x}$$

Transformada de Fourier de y(x): discreta

Função y(x) discreta: $y(x) \to y(x_j) \equiv y(j)$

$$x_j = (j-1)\,\Delta x \qquad \begin{cases} x_j = 0, \Delta x, 2\Delta x, ..., (N_x - 1)\Delta x \\ j = 1, 2, \ldots, N_x \end{cases}$$

Transformada de Fourier: $Y(k) \to Y(k_p) \equiv Y(p)$ onde

$$\boxed{Y(p) = \sum_{j=1}^{N_x} y(j) e^{2\pi i (p-1)(j-1)/N_x}}$$

$$k_p \equiv \frac{2\pi(p-1)}{N_x \Delta x} \qquad \begin{cases} k_p = 0, \dfrac{2\pi}{N_x \Delta x}, \dfrac{4\pi}{N_x \Delta x}, ..., \dfrac{2\pi(N_x - 1)}{N_x \Delta x} \\ p = 1, 2, \ldots, N_x \end{cases}$$

Aula 13 – Tarefa (Fazer upload!)

Considere uma função y(x) que se anule em $x_0=0$ e $x_1=1$m na forma:

$$y(x) = \sum_n a_n \sin \frac{n\pi x}{L}$$

- *Escolha os a_n's e os valores de n que entram na série.*
- *Calcule a transformada de Fourier espacial $Y(k_p)$ de $y(x_j)$ considerando um passo $\Delta x=0{,}005$ m.*
- *Dica: Faça primeiro apenas um valor de n (modo normal) e faça um gráfico de $|Y(k_p)|^2$ para k_p variando entre 0 e 200 m^{-1}.*
- *Responda:*

As posições dos picos de $|Y(k_p)|^2$ correspondem com o esperado?

É possível melhorar a resolução de $|Y(k_p)|^2$ mantendo L=1m ? Por quê??