MAE0219 – Lista de Exercícios 05

Departamento de Estatística

1o semestre de 2025

Exercício 1. Numa cidade do litoral de São Paulo, estima-se que cerca de 20% dos habitantes têm algum tipo de alergia. Sabe-se que 50% dos alérgicos praticam alguma atividade esportiva, enquanto que entre os não-alérgicos essa porcentagem é de 40%. Para um indivíduo escolhido aleatoriamente nessa cidade, obtenha a probabilidade de ele

(a) não praticar atividade esportiva;

Resposta. Usando a Regra da Probabilidade Total: 0,58.

(b) ser alérgico, dado que não pratica atividade esportiva.

Resposta. Usando a fórmula de Bayes: 0,1724.

Exercício 2. O Senhor X, quando tem dores de cabeça, escolhe ao acaso um dentre dois analgésicos. Se um deles tem probabilidade 3/4 de aliviar a dor e o outro tem probabilidade 2/3, qual é a probabilidade de que passe a dor de cabeça do Senhor X?

Resposta. Usando a Regra da Probabilidade Total: 17/24.

Exercício 3. Considere que as probabilidades relacionadas aos eventos $G =$"gostar de gatos" e $A =$"gostar de cachorros" sejam $P(\text{G}) = 1/4$; $P(\text{A}|\text{G}) = 1/2$ e $P(\text{G}|\text{A}) = 1/4$. Responda:

(a) Os eventos G e A são mutuamente exclusivos? Justifique.

Resposta. Não, pois, como $P(A \cap G) = 1/8$, temos que $A \cap G \neq \emptyset$.

(b) Os eventos G e A são independentes? Justifique.

Resposta. Sim, pois $P(G|A) = P(G)$.

(c) Calcule a probabilidade de não gostar de gatos dado que gosta de cachorros.

Resposta. 3/4

(d) Calcule a probabilidade de não gostar de gatos e não gostar de cachorros.

Resposta. 3/8

Exercício 4. Para um determinado teste de gravidez, sabe-se que a sensibilidade (probabilidade condicional de o teste dar positivo, dado que a mulher está grávida) é de 98%, e a especificidade (probabilidade condicional de o teste dar negativo, dado que a mulher não está grávida) é de 95%. Antes de fazer o teste, uma determinada mulher estima em 20% a probabilidade de estar grávida.

(a) Qual a probabilidade de o teste dar negativo?

Solução. Seja:

- $+$: teste positivo
- $-$: teste negativo
- G_1: grávida
- G_2: não grávida

Temos do enunciado:

$$P(+ \mid G_1) = 0{,}98, \quad P(- \mid G_2) = 0{,}95, \quad P(G_1) = 0{,}20$$

Pela Regra da Probabilidade Total:

$$P(-) = \sum_{i=1}^{2} P(G_i) \cdot P(- \mid G_i) = 0{,}2 \cdot 0{,}02 + 0{,}8 \cdot 0{,}95 = 0{,}764$$

Resposta: 0,764

(b) Qual a probabilidade de a mulher de fato estar grávida, dado que o resultado do teste foi positivo?

Solução. Pela Fórmula de Bayes:

$$P(G_1 \mid +) = \frac{P(G_1) \cdot P(+ \mid G_1)}{P(G_1) \cdot P(+ \mid G_1) + P(G_2) \cdot P(+ \mid G_2)}$$

Substituindo os valores:

$$P(G_1 \mid +) = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}98}{0{,}2 \cdot 0{,}98 + 0{,}8 \cdot 0{,}05} \approx 0{,}83$$

Resposta: 0,83

Exercício 5. Em uma fábrica de parafusos, as máquinas A, B e C produzem 25, 35 e 40 porcento do total produzido, respectivamente. Da produção de cada máquina, 5, 4 e 2 porcento, respectivamente, são parafusos defeituosos. Escolhe-se ao acaso um parafuso e verifica-se que é defeituoso. Quais as probabilidades de que o parafuso venha de cada uma das máquinas?

Solução. Considerando D o evento "parafuso com defeito", temos:

$$\begin{aligned} P(A) &= 0{,}25 \\ P(B) &= 0{,}35 \\ P(C) &= 0{,}40 \\ P(D \mid A) &= 0{,}05 \\ P(D \mid B) &= 0{,}04 \\ P(D \mid C) &= 0{,}02 \end{aligned}$$

Pela Fórmula de Bayes:

$$P(A \mid D) = \frac{P(A) \cdot P(D \mid A)}{P(A) \cdot P(D \mid A) + P(B) \cdot P(D \mid B) + P(C) \cdot P(D \mid C)} = \frac{0{,}0125}{0{,}0345} \approx 0{,}362$$

Análogamente, para as outras máquinas:

$$P(B \mid D) = \frac{0{,}014}{0{,}0345} \approx 0{,}406$$

$$P(C \mid D) = \frac{0{,}008}{0{,}0345} \approx 0{,}232$$

Respostas: 0,362; 0,406; 0,232

Exercício 6. Imagine uma urna contendo três bolas numeradas de 1 a 3. Sorteia-se uma bola, e então uma moeda honesta é lançada X vezes, sendo X o número da bola sorteada. Qual a probabilidade de se obter pelo menos uma cara?

Resposta. 0,7083