



EEL-USP
Escola de Engenharia de Lorena

Limite no Infinito

Disciplina: Cálculo I LOB1003

Profa. responsável: Diovana A. S. Napoleão

Departamento de Ciências Básicas e Ambientais – EEL-USP

LIMITE NO INFINITO

Vamos analisar o comportamento da função $f(x) = 1 - 1/x$.

Quando $x \rightarrow +\infty$

x	1	2	3	4	100	1000
f(x)	0	1/2	2/3	3/4	99/100	999/1000

→ 0,999

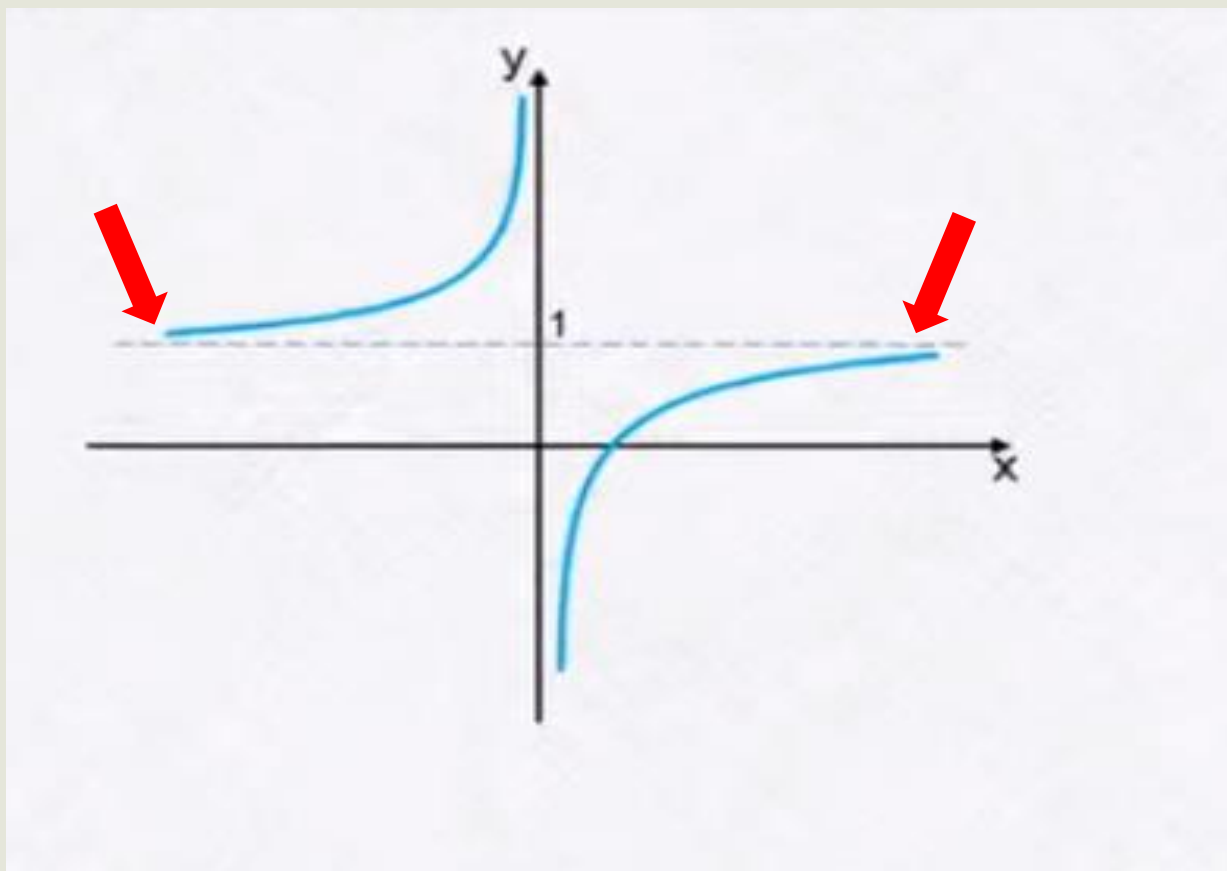
Quando $x \rightarrow -\infty$

x	-1	-2	-3	-4	-100	-1000
f(x)	2	3/2	4/3	5/4	101/100	1001/1000

→ 1,001

LIMITE NO INFINITO

Considere o gráfico da função $f(x)$,



LIMITE NO INFINITO

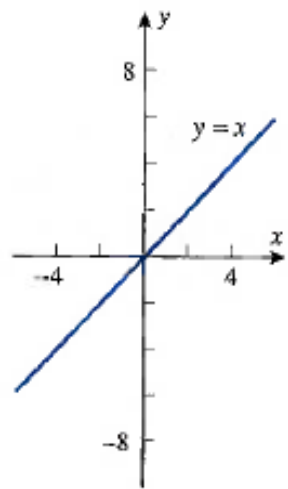
Então consideraremos,

1. Dizemos que $f(x)$ possui **limite L quando x tende a mais infinito** e escrevemos $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ se, à medida que x se distancia da origem no sentido positivo, $f(x)$ fica cada vez mais próximo de L .
2. Dizemos que $f(x)$ possui **limite L quando x tende a menos infinito** e escrevemos $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ se, à medida que x se distancia da origem no sentido negativo, $f(x)$ fica cada vez mais próximo de L .

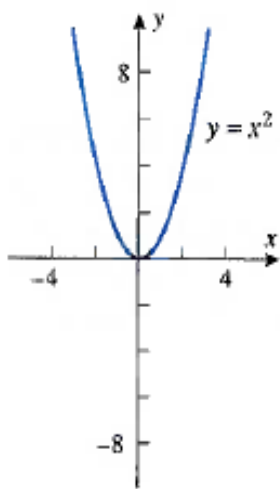
LIMITE NO INFINITO

Limite de x^n quando $x \rightarrow \pm\infty$

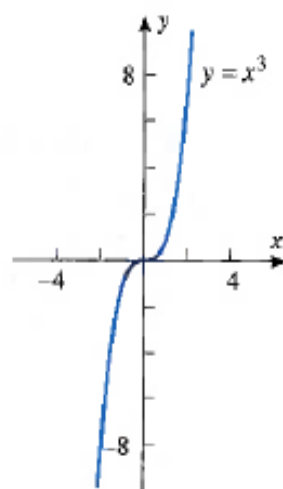
Na Figura 2, apresenta-se o comportamento no infinito dos polinômios da forma x^n para $n = 1, 2, 3$ e 4 , que são casos especiais dos seguintes resultados:



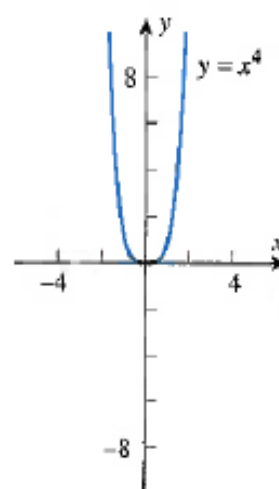
$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} x &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x &= -\infty\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 &= +\infty\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 &= -\infty\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 &= +\infty\end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} -\infty, & n = 1, 3, 5, \dots \\ +\infty, & n = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$$

LIMITE NO INFINITO

Limite de polinômios quando $x \rightarrow \pm\infty$

O comportamento de um polinômio coincide com o comportamento final de seu termo de maior grau.

Mais precisamente se $c_n \neq 0$, então:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (c_0 + c_1x + \dots + c_nx^n) = \lim_{x \rightarrow -\infty} c_nx^n$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (c_0 + c_1x + \dots + c_nx^n) = \lim_{x \rightarrow +\infty} c_nx^n$$

Pode-se motivar esses resultados colocando em evidência o x de potência mais alta do polinômio e examinando o limite da expressão fatorada.

$$c_0 + c_1x + \dots + c_nx^n = x^n \left(\frac{c_0}{x^n} + \frac{c_1}{x^{n-1}} + c_n \right)$$

LIMITE NO INFINITO

Teorema: Se n é um número inteiro positivo, então:

i. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$

ii. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} k = k$

LIMITE NO INFINITO

ASSÍNTOTA HORIZONTAL

Definição de Assíntota Horizontal

A reta $y = c$ é uma assíntota horizontal do gráfico de uma função $y = f(x)$ se $f(x)$ se aproxima do limite c quando x tende a $-\infty$ ou $+\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = c$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = c$$

Observação

Uma função f pode ter no máximo duas assíntotas horizontais e o gráfico de f pode interceptar a assíntota horizontal.

