



EEL-USP
Escola de Engenharia de Lorena

TEOREMA DO CONFRONTO

Disciplina: Cálculo I LOB1003

Profa. responsável: Diovana A. S. Napoleão

Departamento de Ciências Básicas e Ambientais EEL-USP



TEOREMA DO CONFRONTO

Teorema do Confronto

Seja I um intervalo aberto, onde estão definidas as funções $g(x)$, $f(x)$ e $h(x)$, e suponha que $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$, para todo $x \in I$, exceto, possivelmente, em um ponto $a \in I$. Suponha também que:

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$$

Então:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$



TEOREMA DO CONFRONTO

Demonstração:

Utilizando a definição formal de limites para a demonstração. Considerando:

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$$

Então, $\forall \varepsilon > 0$, existem $\delta_1 > 0$ e $\delta_2 > 0$ tais que:

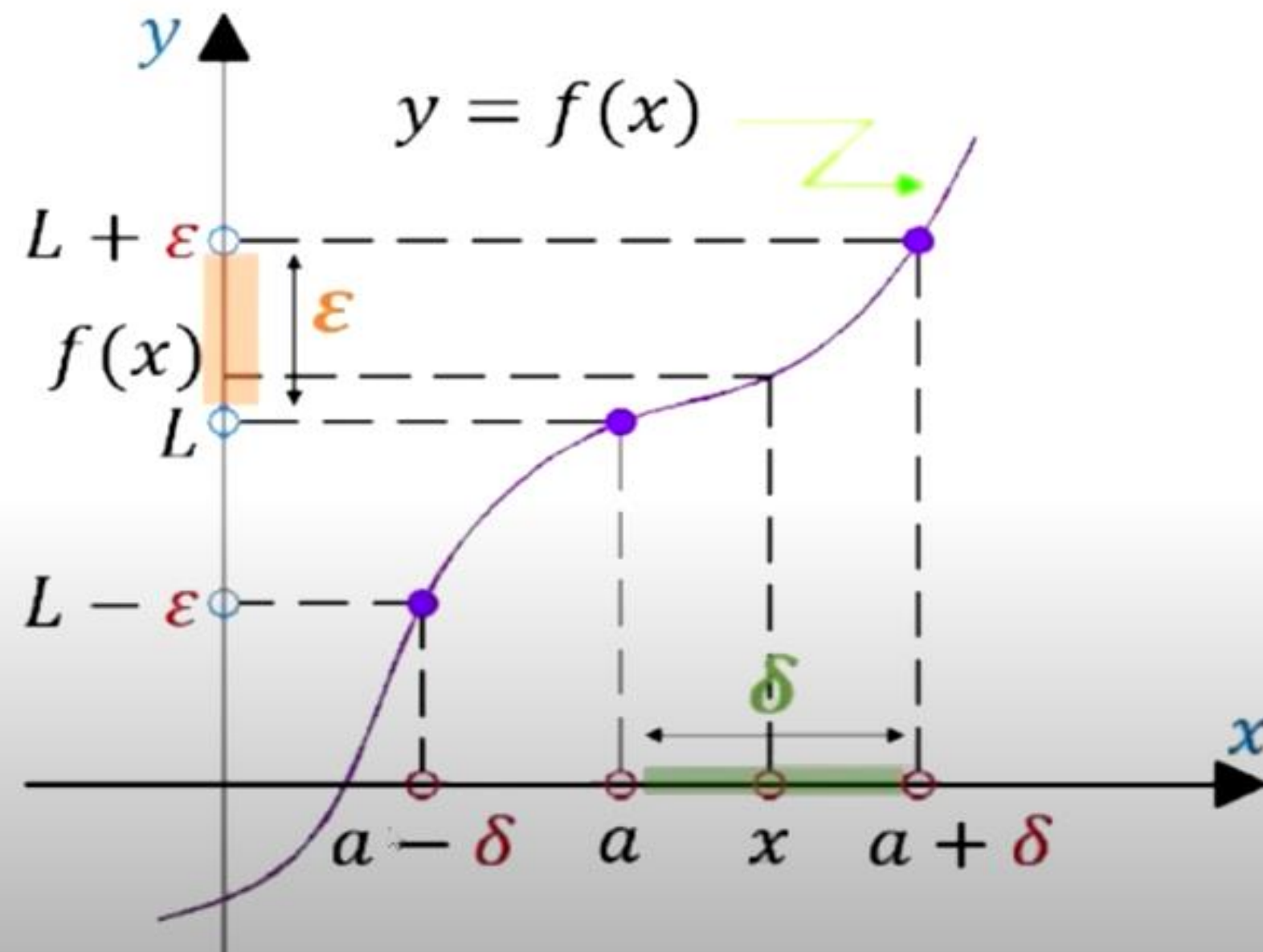
$$0 < |x - a| < \delta_1 \rightarrow |g(x) - L| < \varepsilon \rightarrow L - \varepsilon < g(x) < L + \varepsilon$$

$$0 < |x - a| < \delta_2 \rightarrow |h(x) - L| < \varepsilon \rightarrow L - \varepsilon < h(x) < L + \varepsilon$$



TEOREMA DO CONFRONTO

Teorema do Confronto



TEOREMA DO CONFRONTO

Seja $\delta = \min(\delta_1, \delta_2)$, neste caso temos que para todo $\varepsilon > 0$, se $0 < |x - a| < \delta$, segue que:

$$L - \varepsilon < g(x) \leq f(x) \leq h(x) < L + \varepsilon \rightarrow$$

$$L - \varepsilon < f(x) < L + \varepsilon \rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

$$\text{Ou seja, } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$



TEOREMA DO CONFRONTO

Exemplo 1. Seja f uma função definida em $\mathbb{R}$ tal que para todo $x \neq 1$, temos:

$$-x^2 + 3x \leq f(x) \leq \frac{x^2 - 1}{x - 1}.$$

Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ e justifique.

Exemplo 2. Mostre que $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.

