

Física 2 – Ciências Moleculares

Caetano R. Miranda ***AULA 10 – 02/04/2025***

crmiranda@usp.br

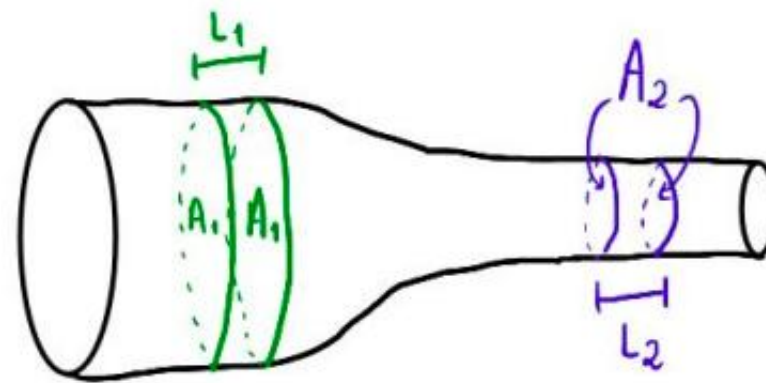
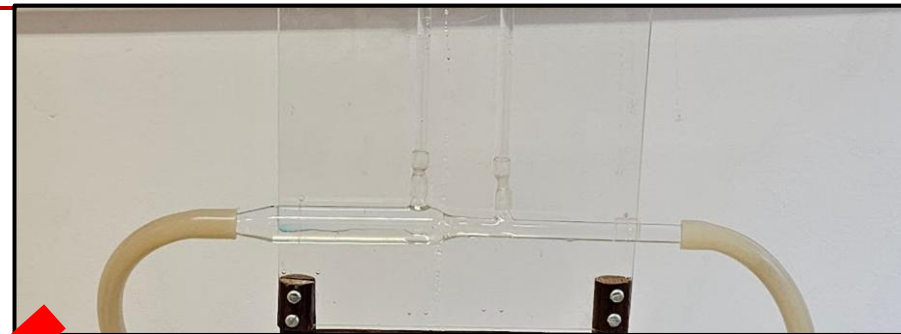
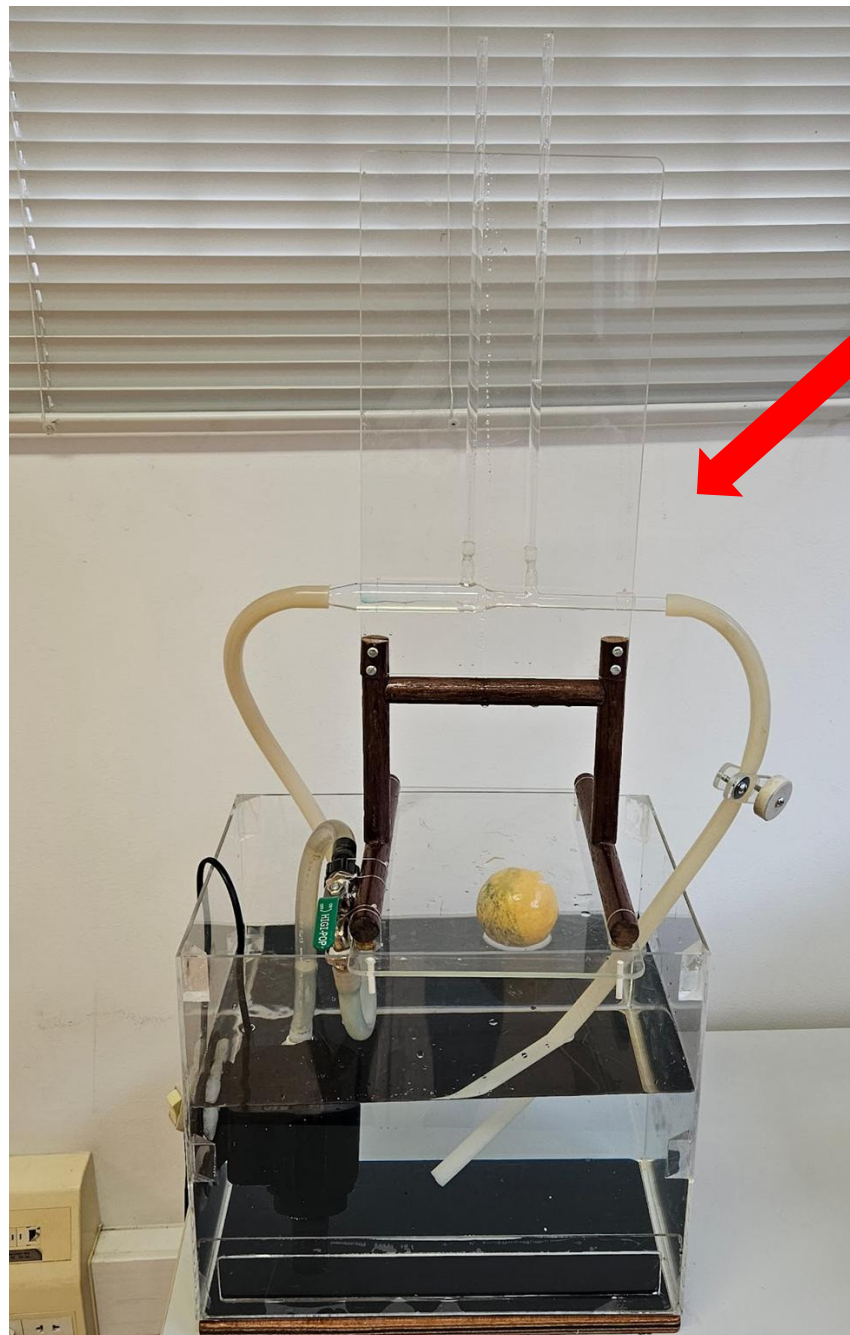


Cronograma

CRONOGRAMA TENTATIVO - FÍSICA II - CCM					
DATA	aula n°	Segundas (16h - 18h)	aula n°	Quartas (09h - 12h)	DATA
24/2	1	Apresentação do curso	2	Projeto - Definição	26/2
3/3	Feriado	Carnaval	Feriado	Carnaval	5/3
10/3	3	Revisão matemática	4	Projeto - Ideação	12/3
17/3	5	DEMO 1 - Pressão	6	Estática dos Fluidos	19/3
24/3	7	DEMO 2 - Hidrodinamica	8	Hidrodinâmica	26/3
31/3	9	DEMO 3 - Hidrodinamica II	10	Hidrodinâmica	2/4
7/4	11	Revisão - P1	12	PROVA 1	9/4 ENTREGA 1
14/4	Feriado	Semana Santa	Feriado	Semana Santa	16/4
21/4	Feriado	Tiradentes	13	Oscilações I	23/4
28/4	14	DEMO 4 - Corda vibrante / Molas / Ondulatória	15	Oscilações II	30/4
5/5	16	Ondas	17	Ondas	7/5
12/5	18	DEMO 5 - Barulhinho bom	19	Som	14/5
19/5	20	Revisão - P2	21	PROVA 2	21/5 ENTREGA 2
26/5	22	DEMO 6 - Fenômenos Térmicos e Gases	23	Primeira Lei e Gases	28/5
2/6	24	DEMO 7 - Máquinas térmicas	25	Segunda Lei	4/6
9/6	26	DEMO 8 - Cinética & Mecânica Estatística	27	Cinética dos Gases e Mecânica Estatística	11/6
16/6	Feriado	Corpus Christi	Feriado	Corpus Christi	18/6
23/6	28	Projeto	29	Apresentações	25/6 ENTREGA 3
30/6	30	PROVA SUB	31	VISTA	2/7

DEMONSTRAÇÕES – 24/03/2025

Equação da continuidade visualizada:



Pela lei de conservação da massa: toda massa do fluido que passa por A_1 em um tempo Δt , deve ser igual à massa que passa por A_2 também em Δt .

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 \rightarrow$$

$$\rho_1 \Delta V_1 = \rho_2 \Delta V_2 \rightarrow$$

$$\rho_1 A_1 L_1 = \rho_2 A_2 L_2$$

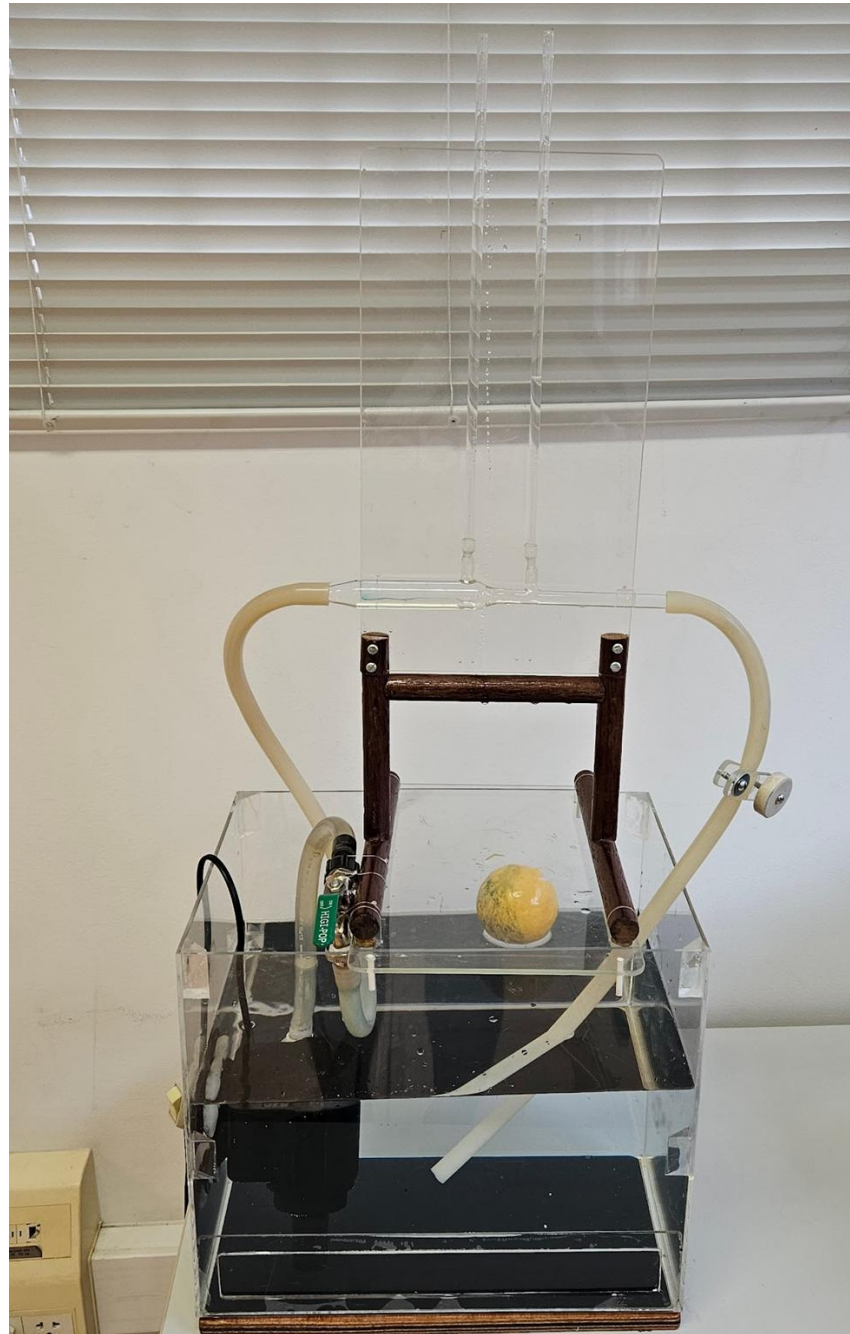
Sendo $v = L/\Delta t$ (a velocidade do fluido é o deslocamento L dividido pelo intervalo de tempo Δt).

O líquido é incompressível $\rightarrow$ densidade é constante por ele todo.

$$\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t \rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Como interpretar essa equação? Como observar essa equação no experimento?

Equação da continuidade visualizada:

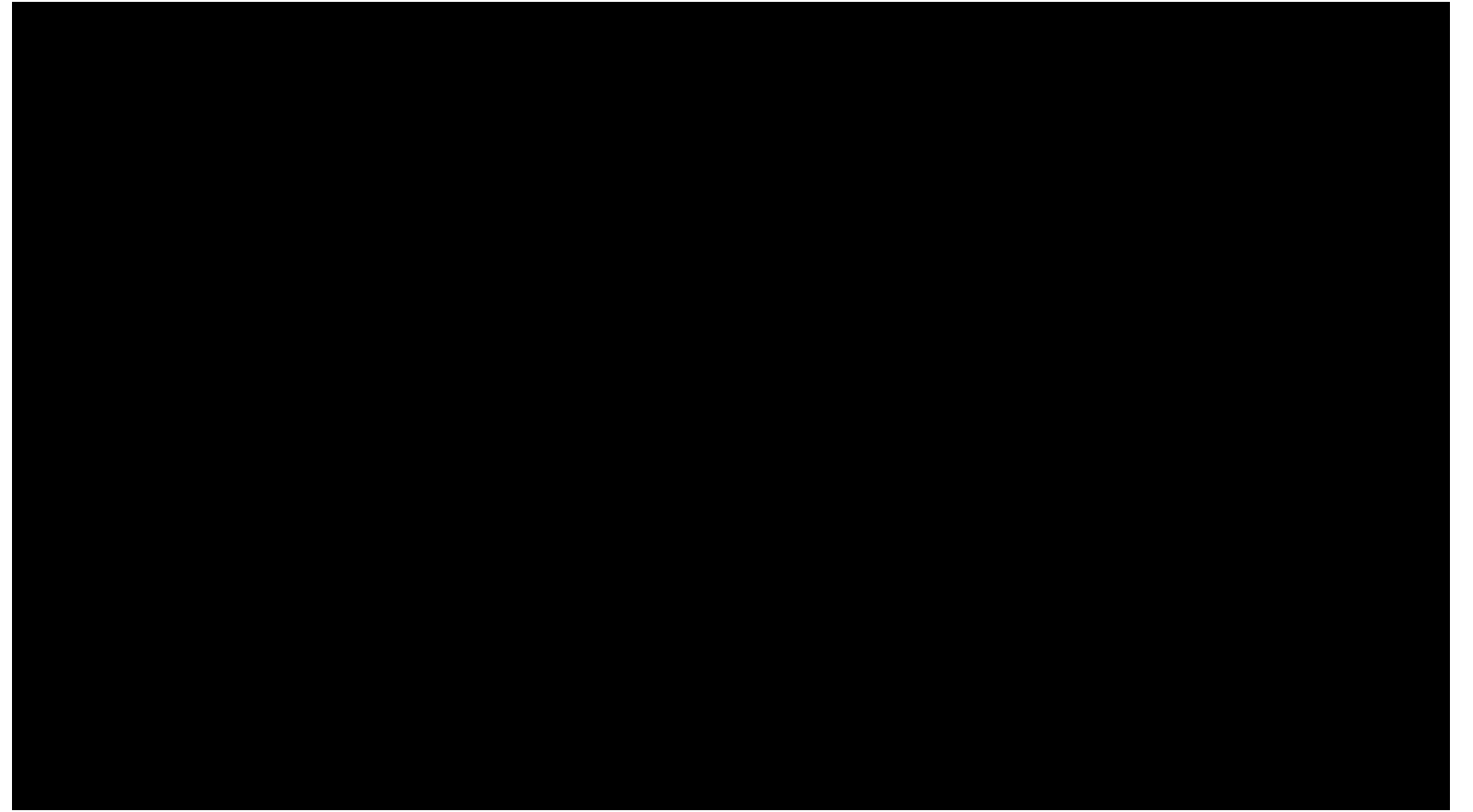


A água saindo da mangueira é capaz de provocar um movimento de tração na bolinha, tal qual uma corda faria.

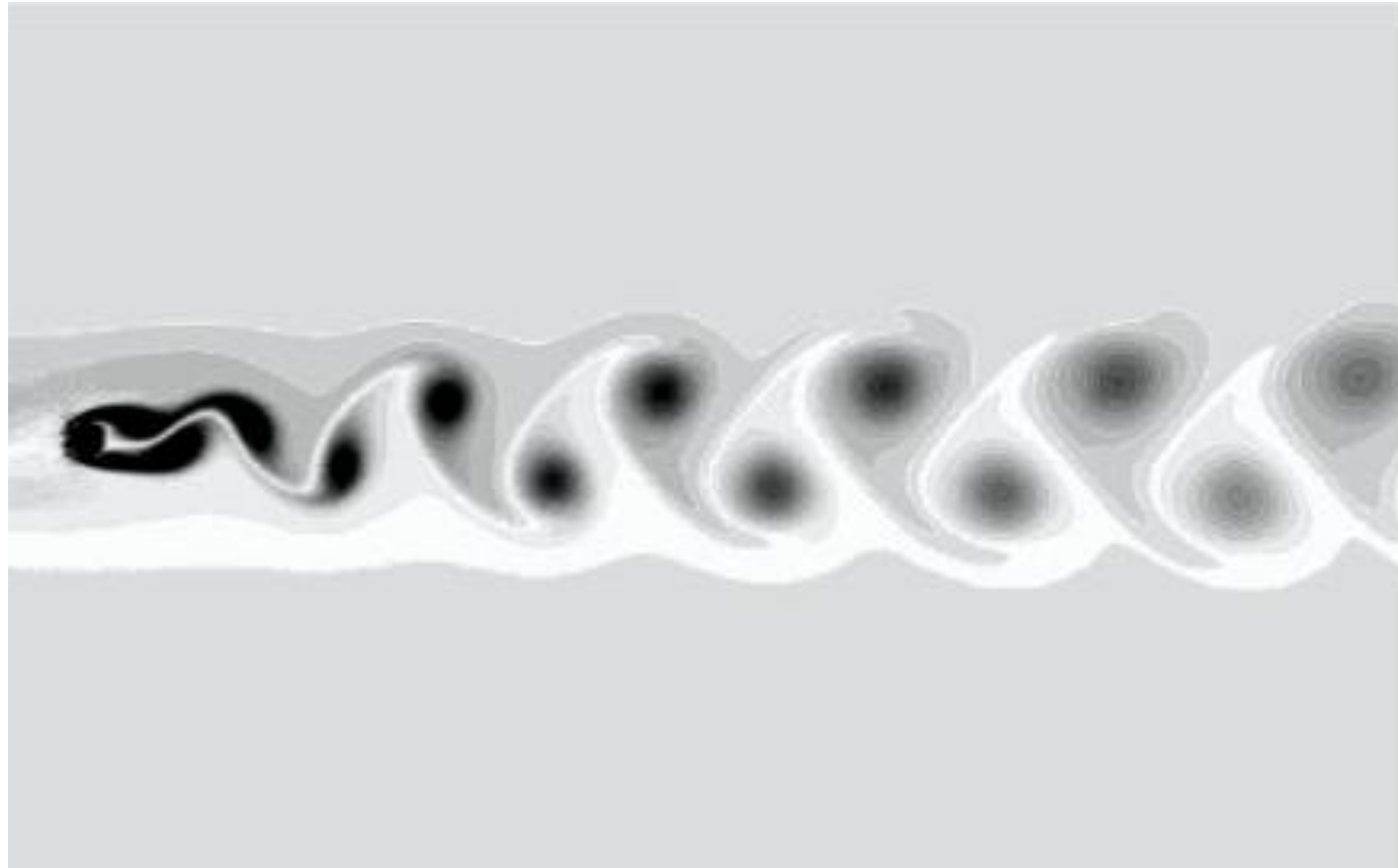
A água seria um agente causador de torque e, como visto em Física I, esse torque leva a uma aceleração angular, colocando a bolinha em rotação.

Estando em rotação, a depender da superfície, ela é capaz de se deslocar.

Hidrodinâmica - Circulação



Turbulência



Grandes Num Reynolds:

$$Re = \frac{uL}{\nu}$$

Fluxo

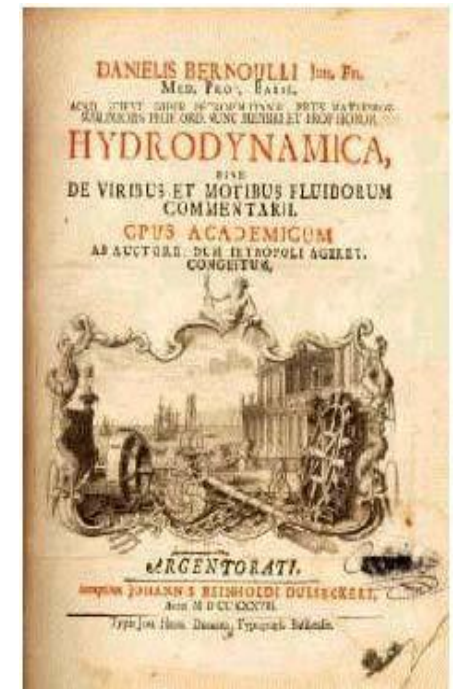


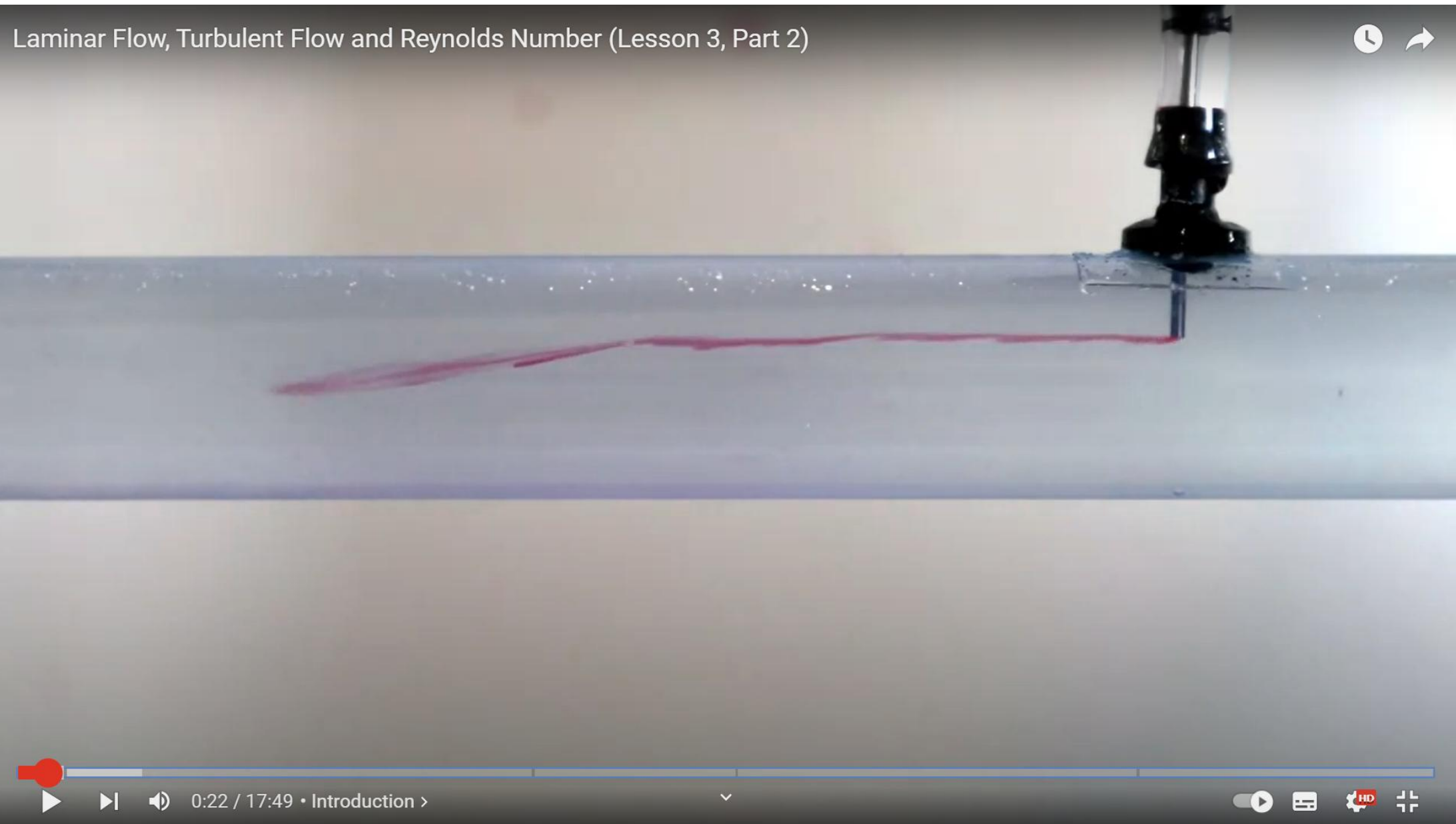
Fluidos Ideais em Movimento

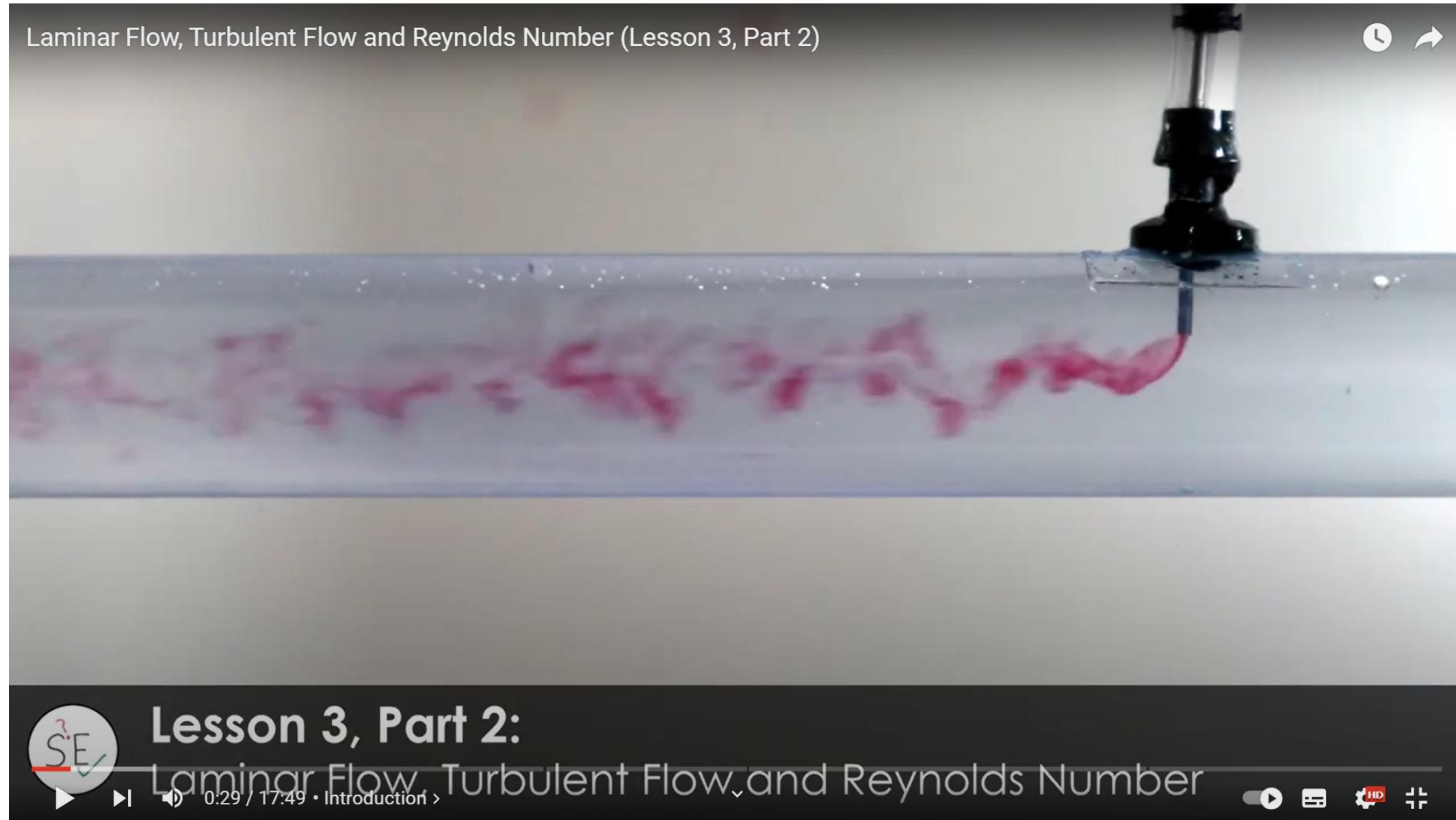
DANIEL BERNOULLI (1700-1782)

Radicada em Basileia, Suíça, a família Bernoulli (ou Bernouilli) tem um papel de destaque nos meios científicos dos séculos XVII e XVIII: dela descendem nada menos que dez cientistas eminentes, que revolucionarão a Física e a Matemática do período.

*A obra mais marcante, de Daniel Bernoulli foi **Hidrodinâmica** - importante estudo de mecânica dos fluidos.*







Fluidos Ideais em Movimento

Escoamento Laminar - Fluidos ideais

Equação da Continuidade

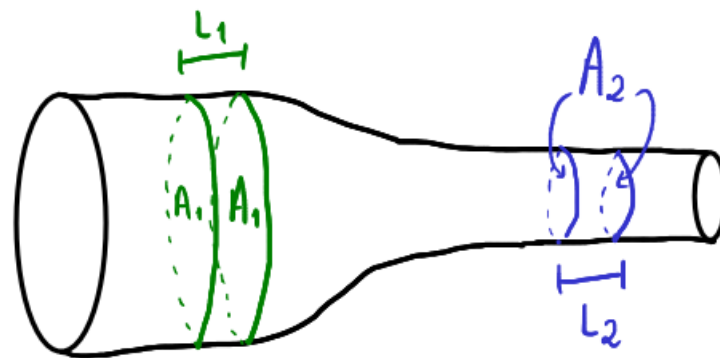
Equação de Bernoulli

Um fluido ideal tem pelo menos as seguintes características:

- Escoamento **Laminar** - A velocidade do fluido em qualquer ponto fixo não muda com o tempo.
- Escoamento **incompressível**, densidade é constante.
- Escoamento **não viscoso**.
- Escoamento **não - rotacional**, irrotacional.

“Escoamento ideal ou escoamento sem atrito, é aquele no qual não existem tensões de cisalhamento atuando no movimento do fluido”.

Equação da continuidade visualizada



Pela lei de conservação da massa: toda massa de fluido que passa por A_1 em Δt , deve ser igual à massa que passa por A_2 também em Δt .

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 \Rightarrow \rho_1 \Delta V_1 = \rho_2 \Delta V_2 \Rightarrow \rho_1 A_1 L_1 = \rho_2 A_2 L_2$$

↪ Sendo $v = \frac{L}{\Delta t}$ (a velocidade do fluido é o deslocamento L dividido pelo intervalo Δt).

↪ O líquido é incompressível $\Rightarrow$ densidade é constante por ele todo.

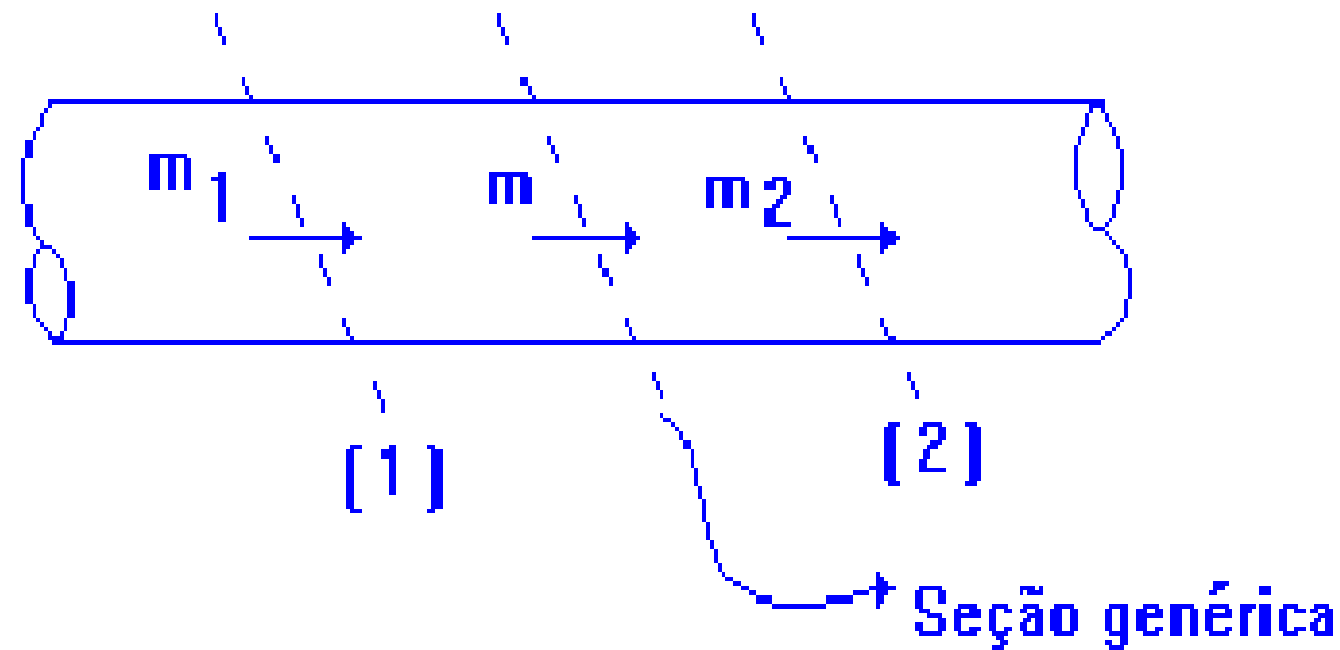
$$\Rightarrow \cancel{\rho_1} A_1 v_1 \cancel{\Delta t} = \cancel{\rho_2} A_2 v_2 \cancel{\Delta t}$$

$$\therefore A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Como interpretar essa equação?
Como observar essa equação no experimento?

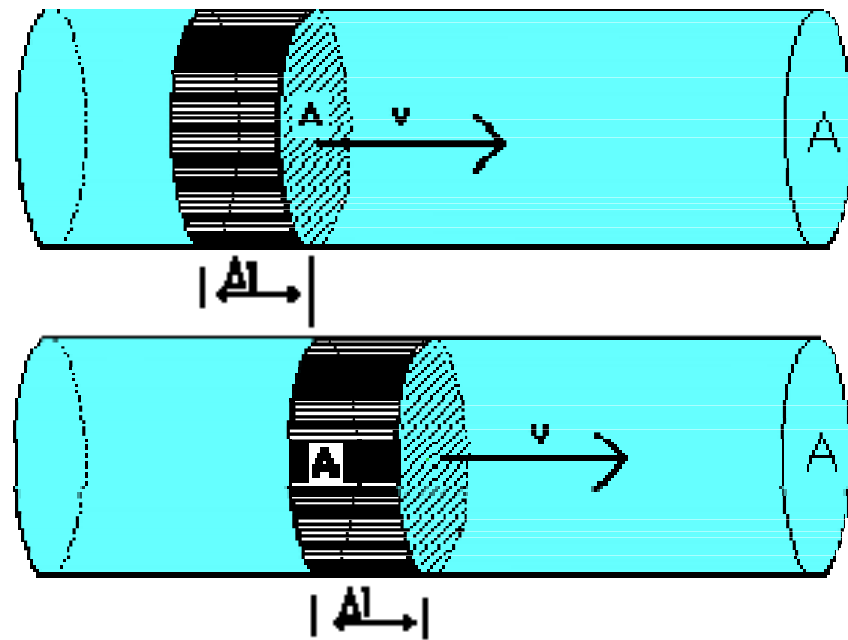
Equação da Continuidade

- É a equação que mostra a conservação da massa de líquido no conduto, ao longo de todo o escoamento;
- Pela condição de escoamento em regime permanente, podemos afirmar que entre as seções (1) e (2), não ocorre nem acúmulo, nem falta de massa:



$$m_1 = m_2 = m = \text{cte}$$

Equação da Continuidade



$$\text{Fluxo de massa} = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v$$

$$\rho = \Delta m / V$$

$$\Delta m = \rho \cdot V$$

$$V = A \cdot \Delta l$$

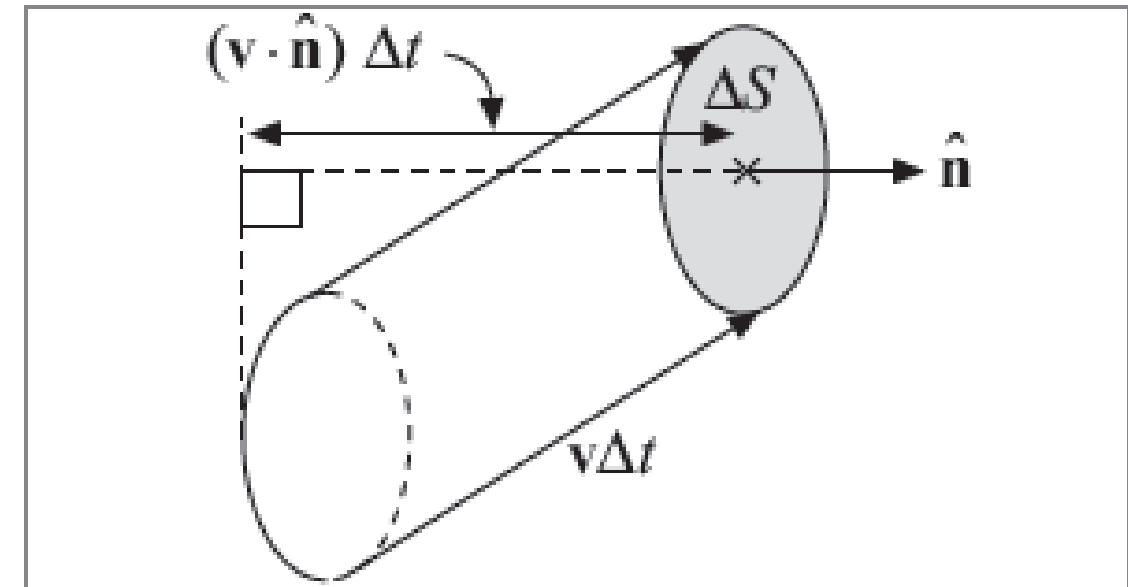


Figura 2.7 Massa que atravessa ΔS .

$$\begin{aligned} Q &= \Delta m / \Delta t \\ &= \rho \cdot V / \Delta t \\ &= \rho \cdot A \cdot \Delta l / \Delta t \\ &= \rho \cdot A \cdot v \end{aligned}$$

Equação da Continuidade

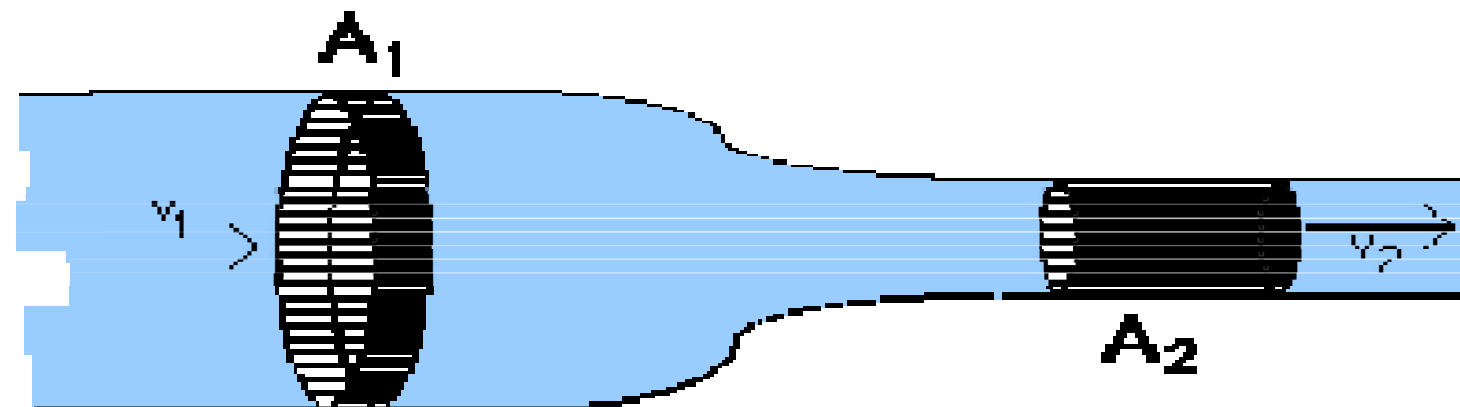
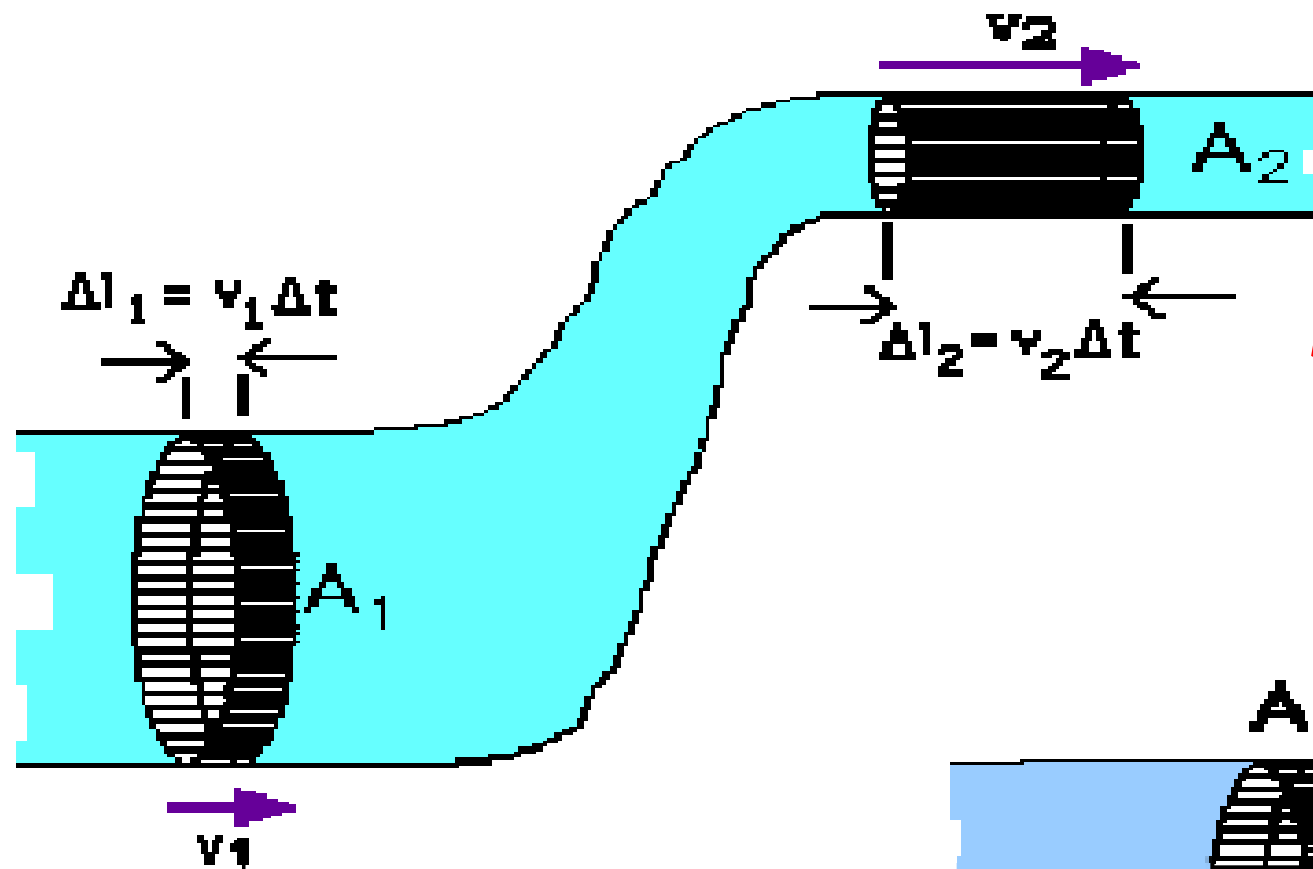
- Dadas duas seções do escoamento:

$$Q = \rho \cdot A \cdot v$$

$$\rho A v = \text{constante}$$

Se ρ é constante (não há variação de massa):

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$



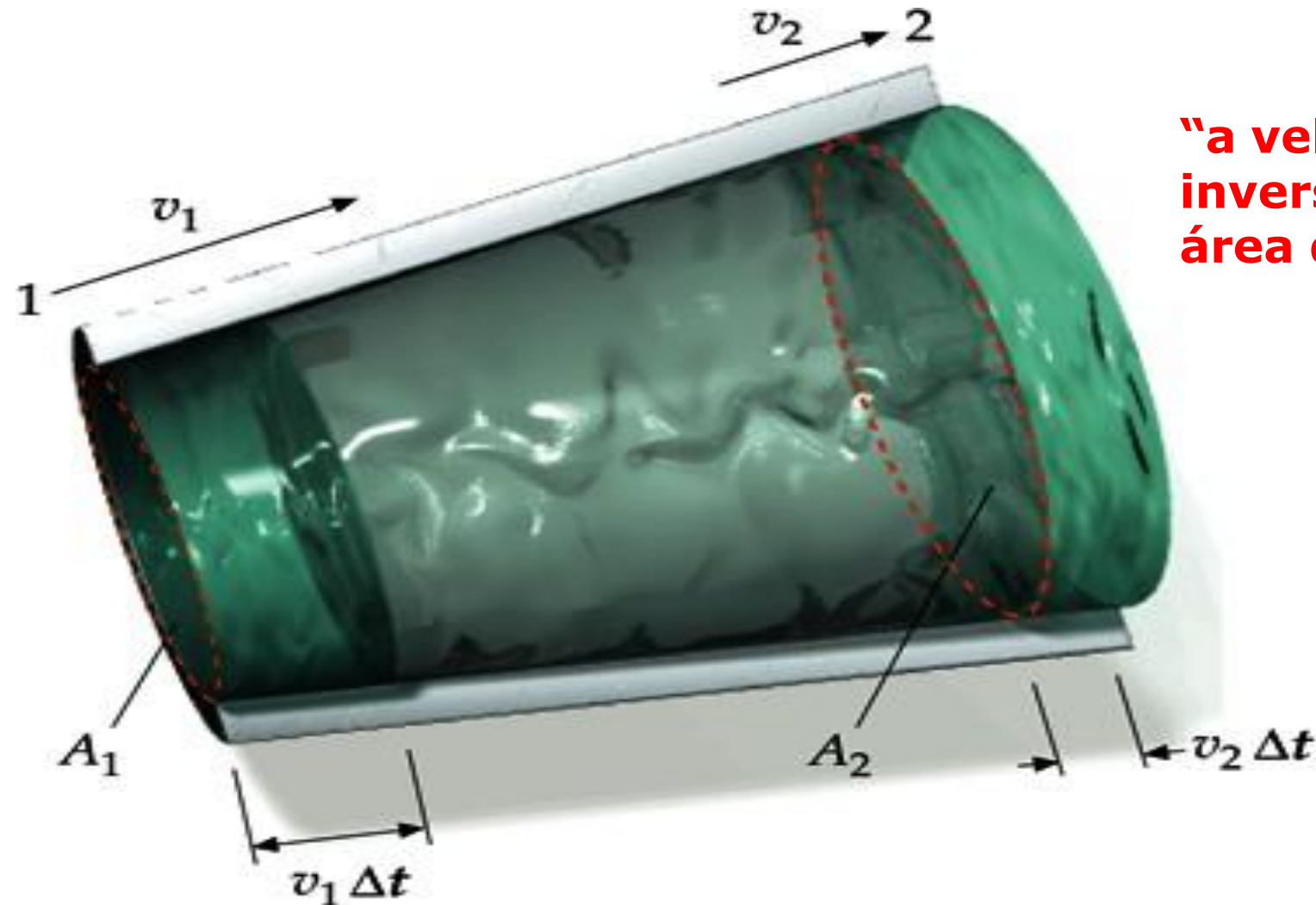
Equação da Continuidade

A equação da continuidade estabelece que:

- o volume total de um fluido incompressível (fluido que mantém constante a densidade apesar das variações na pressão e na temperatura) que entra em um tubo será igual aquele que está saindo do tubo;
- a vazão medida num ponto ao longo do tubo será igual a vazão num outro ponto ao longo do tubo, apesar da área da seção transversal do tubo em cada ponto ser diferente.

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 = \textit{constante}$$

Equação da Continuidade



“a velocidade de escoamento é inversamente proporcional à área da secção transversal”

Sumário

- A massa de um fluido não varia durante seu escoamento.
- Isso leva a uma relação importante chamada equação da continuidade.

Equação da continuidade para um fluido incompressível

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (14.10)$$

Seção reta do tubo de escoamento em dois pontos (ver Figura 14.21)

Velocidade de escoamento nos dois pontos

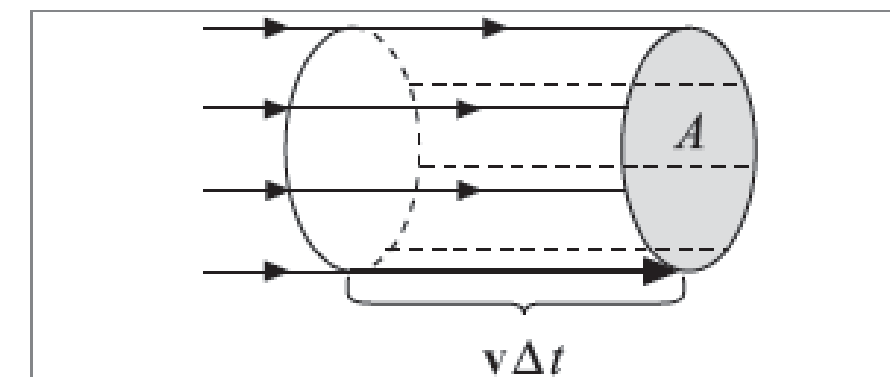


Figura 2.4 Massa que atravessa A.

- A vazão mássica é a taxa de variação da massa por unidade de tempo através da seção reta do tubo.
- Ela é dada pelo produto da densidade ρ pela vazão volumétrica dV/dt .

Exercício

Uma mangueira de diâmetro de 2 cm é usada para encher um balde de 20 litros.

a) Se leva 1 minuto para encher o balde. Qual é a velocidade com que a água passa pela mangueira?

b) Alguém aperta a saída da mangueira até ela ficar com um diâmetro de 5 mm, e acerta o vizinho com água. Qual é a velocidade com que a água sai da mangueira?



Solução

a) A área da seção transversal da mangueira será dada por

$$A_1 = \pi r^2 = \pi (2\text{cm} / 2)^2 = \pi \text{ cm}^2.$$

Para encontrar a velocidade, v_1 , usamos

Taxa de escoamento (vazão)=

$$A_1 v_1 = 20 \text{ L} / \text{min} = 20 \times 10^3 \text{ cm}^3 / 60 \text{ s}$$

$$v_1 = (20 \times 10^3 \text{ cm}^3 / 60 \text{ s}) / (\pi \text{ cm}^2) = 106,1 \text{ cm/s}.$$

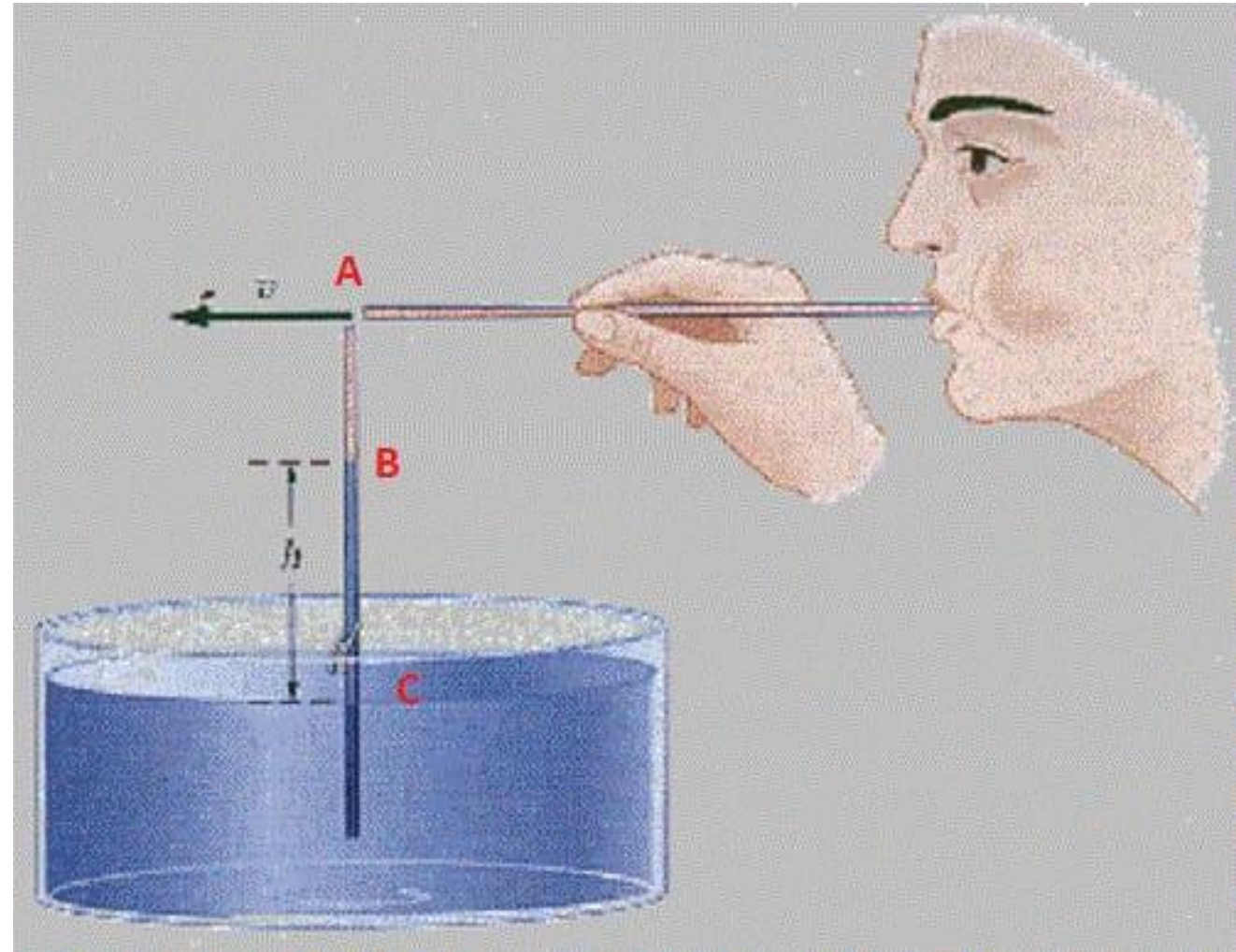
b) A taxa de escoamento ($A_1 v_1$) da água que se aproxima da abertura da mangueira deve ser igual a taxa de escoamento que deixa a mangueira ($A_2 v_2$). Isto resulta em:

$$v_2 = A_1 v_1 / A_2 = (\pi \cdot 106,1) / (\pi \cdot (0,5/2)^2) = 1698 \text{ cm/s}.$$

Equação de Bernoulli

- escoamento em regime permanente
 - escoamento incompressível
 - escoamento de um fluido considerado ideal, ou seja, aquele onde a viscosidade é considerada nula, ou aquele que não apresenta dissipação de energia ao longo do escoamento
 - escoamento apresentando distribuição uniforme das propriedades nas seções
 - escoamento sem presença de máquina hidráulica, ou seja, sem a presença de um dispositivo que forneça, ou retire energia do fluido
 - escoamento sem troca de calor
-

Canudo de Bernoulli

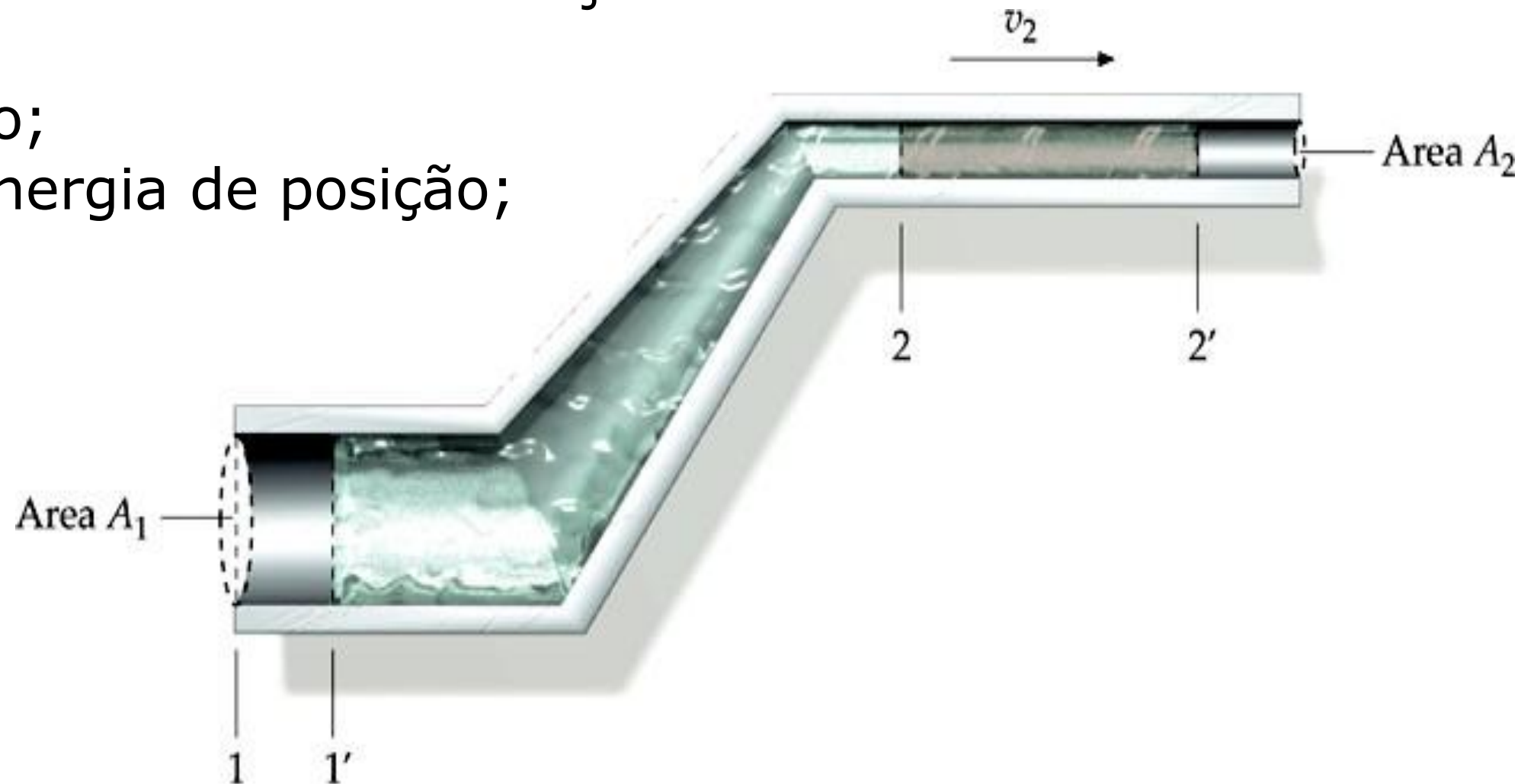


Equação de Bernoulli

- A energia presente em um fluido em escoamento sem troca de calor pode ser separada em três contribuições:

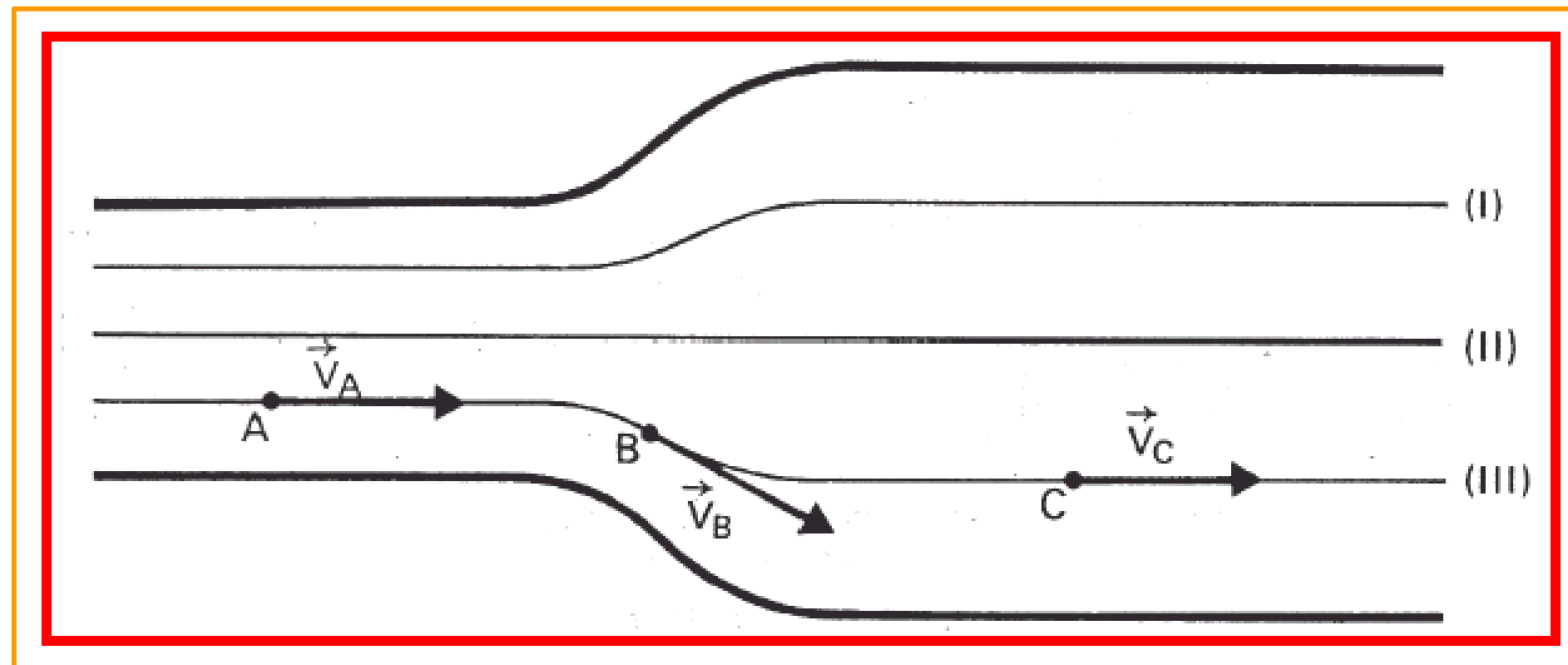
Energia de pressão;

Energia cinética; Energia de posição;



Linhas de corrente

- Uma linha de corrente é a trajetória de um elemento de volume do fluido.
- O vetor velocidade será sempre tangente à linha de corrente.



Linhas de corrente I, II e III.

Equação de Bernoulli

Daniel Bernoulli, mediante considerações de energia aplicada ao escoamento de fluidos, conseguiu estabelecer a equação fundamental da Hidrodinâmica.

Uma relação entre a pressão, a velocidade e a altura em pontos de uma linha de corrente.

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v^2 = \textit{constante}$$

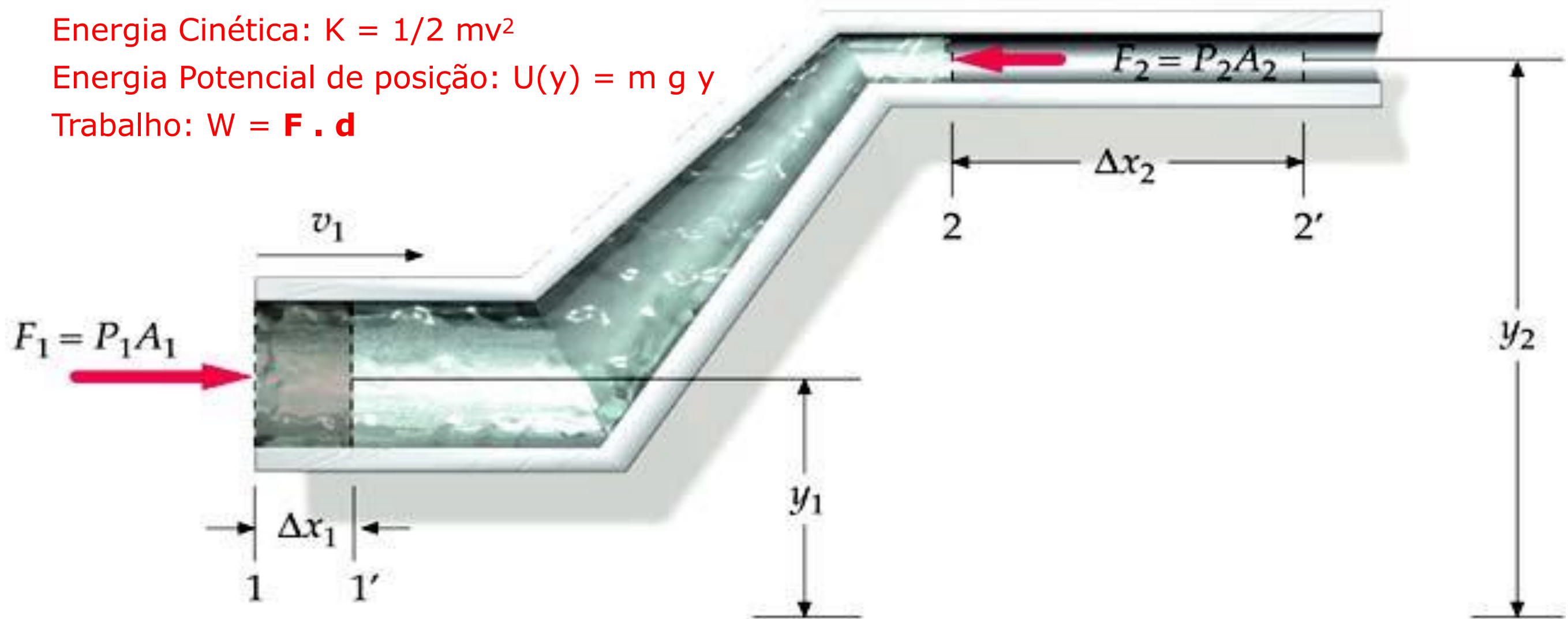
Equação de Bernoulli

Relembrando os conceitos de energia:

Energia Cinética: $K = 1/2 m v^2$

Energia Potencial de posição: $U(y) = m g y$

Trabalho: $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d}$



A variação da energia cinética é dada por:

$$\Delta K = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2$$

Podemos então dizer que:

$$\frac{\Delta m}{\rho} (p_1 - p_2) - \Delta m g (y_2 - y_1) = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2$$

ou ainda:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} - g (y_2 - y_1) = \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

ou seja:

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

de onde podemos concluir que:

$$p + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{constante}$$

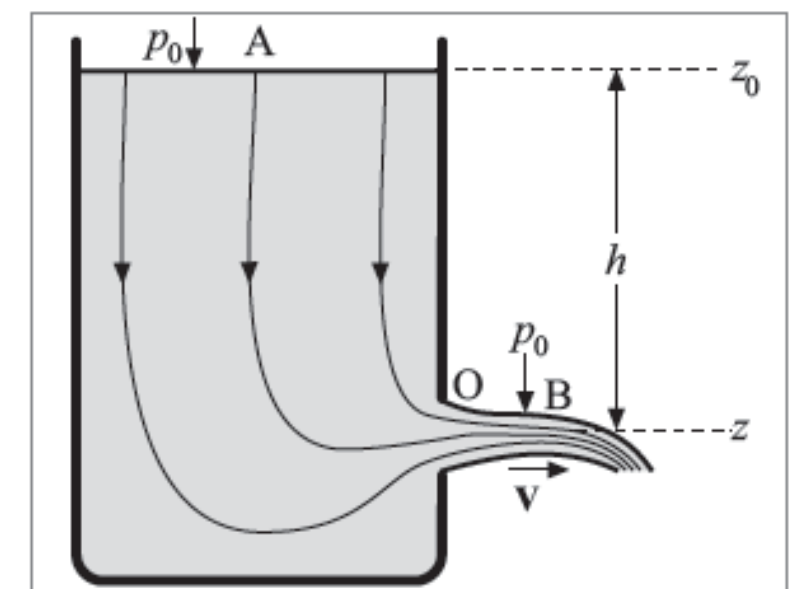
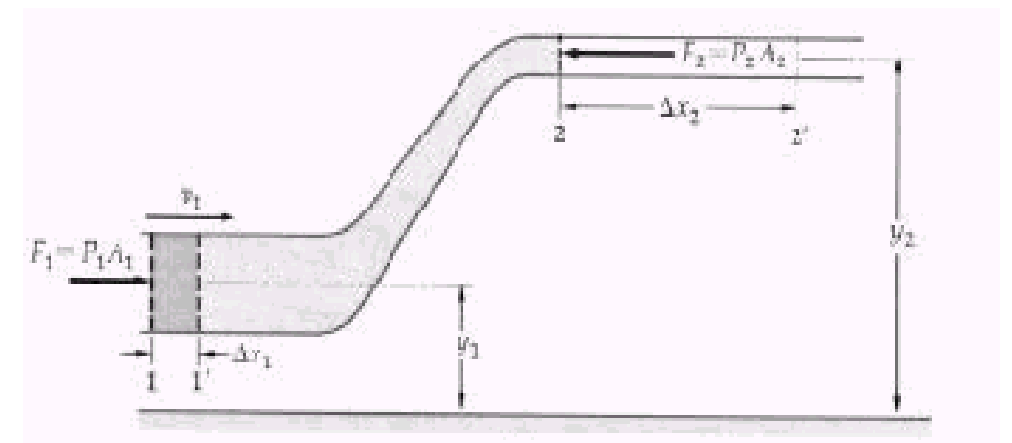


Figura 2.9 Escoamento por um orifício.

Equação de Bernoulli

- Ela afirma que o trabalho realizado pelo fluido das vizinhanças sobre uma unidade de volume de fluido é igual à soma das variações das energias cinética e potencial ocorridas na unidade de volume durante o escoamento.

$$(P_1 - P_2) dV = \frac{1}{2} \rho dV (v_2^2 - v_1^2) + \rho dV g (y_2 - y_1)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (y_2 - y_1)$$

Interpretação em termos das pressões

- O primeiro termo do membro direito é a diferença de pressão associada à variação da velocidade do fluido.
- O segundo termo do membro direito é a diferença de pressão adicional associada ao peso e produzida pela diferença de altura entre as duas extremidades.

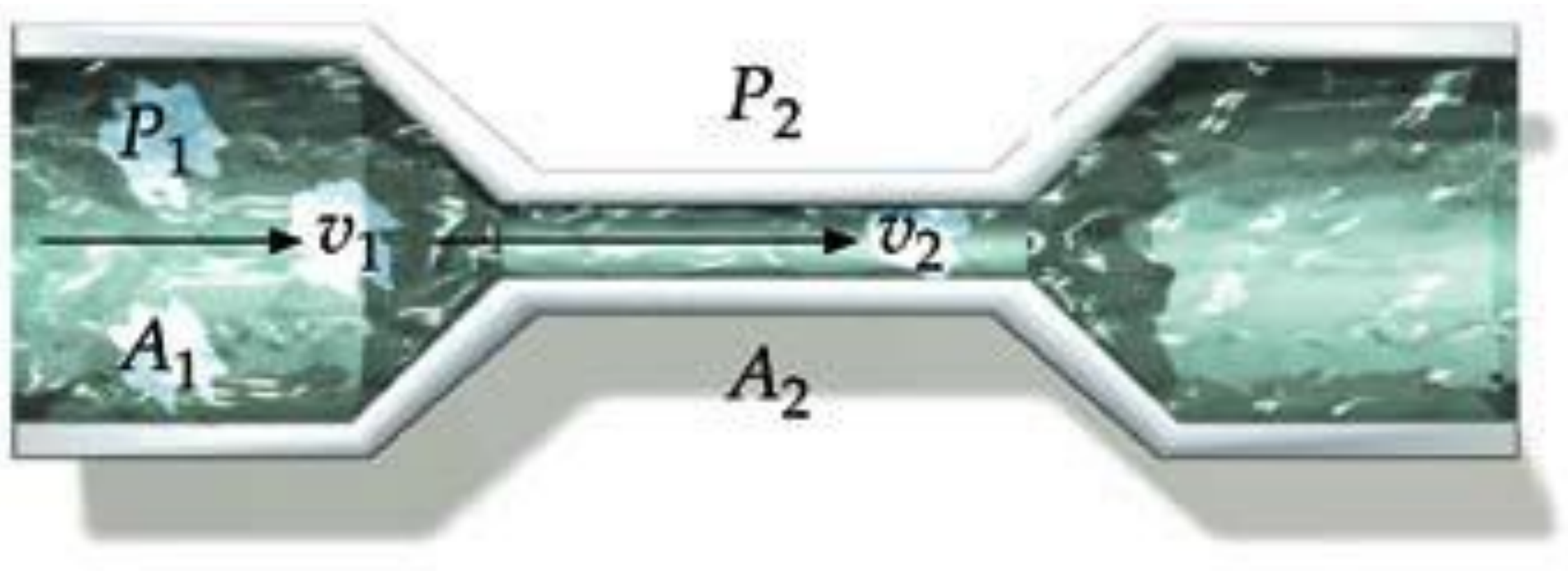
$$(P_1 - P_2) dV = \frac{1}{2} \rho dV (v_2^2 - v_1^2) + \rho dV g (y_2 - y_1)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (y_2 - y_1)$$

- Também podemos expressar a equação de modo mais conveniente, usando a seguinte forma:

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Aplicações da Equação de Bernoulli



$v_1 > v_2$ ou $v_1 < v_2$?

$P_1 > P_2$ ou $P_1 < P_2$??

Equação de Torricelli

1. How fast will water flow out of the tank if the storage tank is open to the atmosphere at sea level?

Diagram illustrating the Torricelli equation setup for a tank open to the atmosphere at sea level.

Point A (top surface): $p_1 = p_{atm}$, $v_1 \approx 0$, $h_1 = 20\text{ m}$.

Point B (exit of the hole): $p_2 = p_{atm}$, $h_2 = 0$.

The height of the water column is 20 m .

The velocity of the water flowing out is v_2 .

The equation for the velocity of the water flowing out is derived from Bernoulli's equation:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Since $p_1 = p_2 = p_{atm}$ and $v_1 \approx 0$, the equation simplifies to:

$$\rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Dividing both sides by ρ and multiplying by 2:

$$2 g h_1 = v_2^2$$

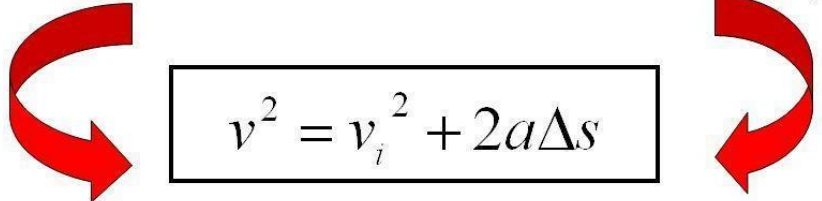
Taking the square root of both sides:

$$v_2 = \sqrt{2 g h_1}$$

Equação de Torricelli

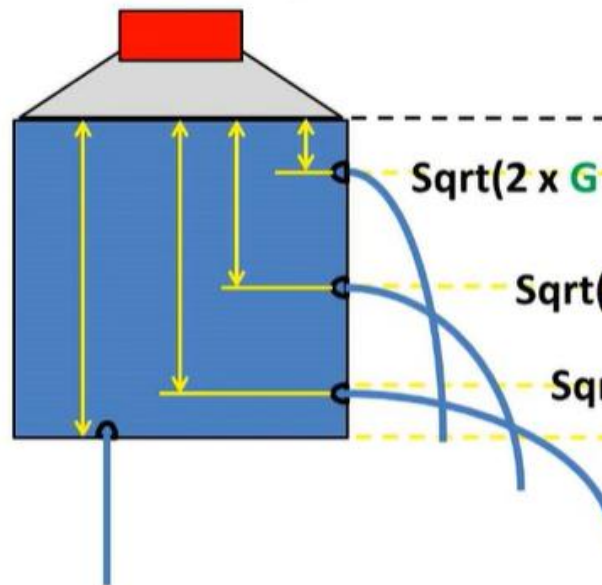
Mas a questão que chamamos atenção é que estudando o movimento da água, Torricelli tenta determinar a velocidade de saída de um jato d'água jorrando de um pequeno orifício do recipiente. Nos seus experimentos, verificou que se o jato fosse direcionado para cima, ele alcançaria uma altura menor que o nível do líquido no recipiente. Isso acontecia, segundo ele, devido às resistências ao movimento. Sem elas, o jato alcançaria a mesma altura. Portanto, em Parizotto [7] dessa hipótese, ele deduz o teorema que leva seu nome: a “velocidade de efluxo de um jato é igual a que uma única gota do líquido teria de pudesse cair livremente no vácuo do nível acima do líquido em relação ao orifício do efluxo”.

$$v = v_i + a \cdot t$$
$$\Delta s = v_i \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$



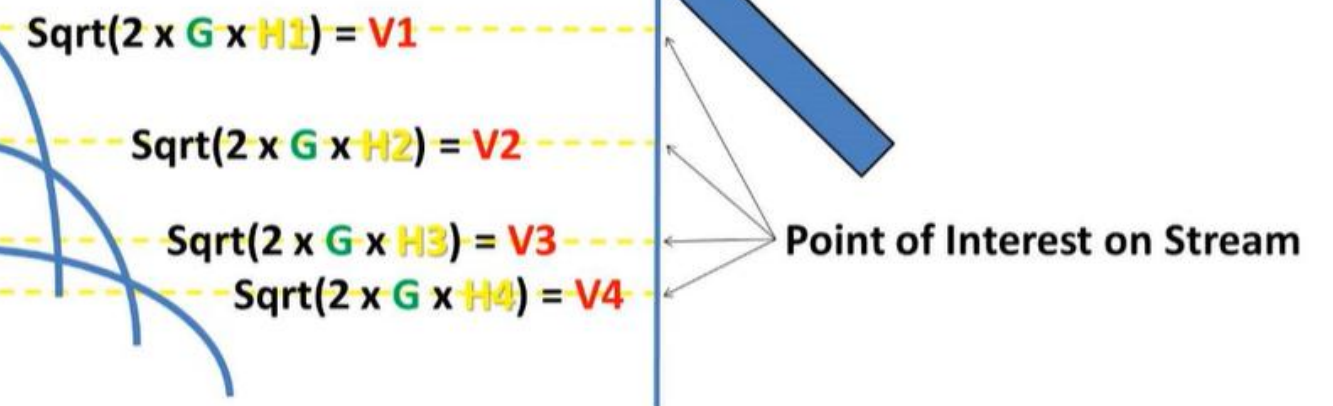
$$v^2 = v_i^2 + 2a\Delta s$$

Water Coming out of Holes in Tank



Torricelli's law Stated Another Way...

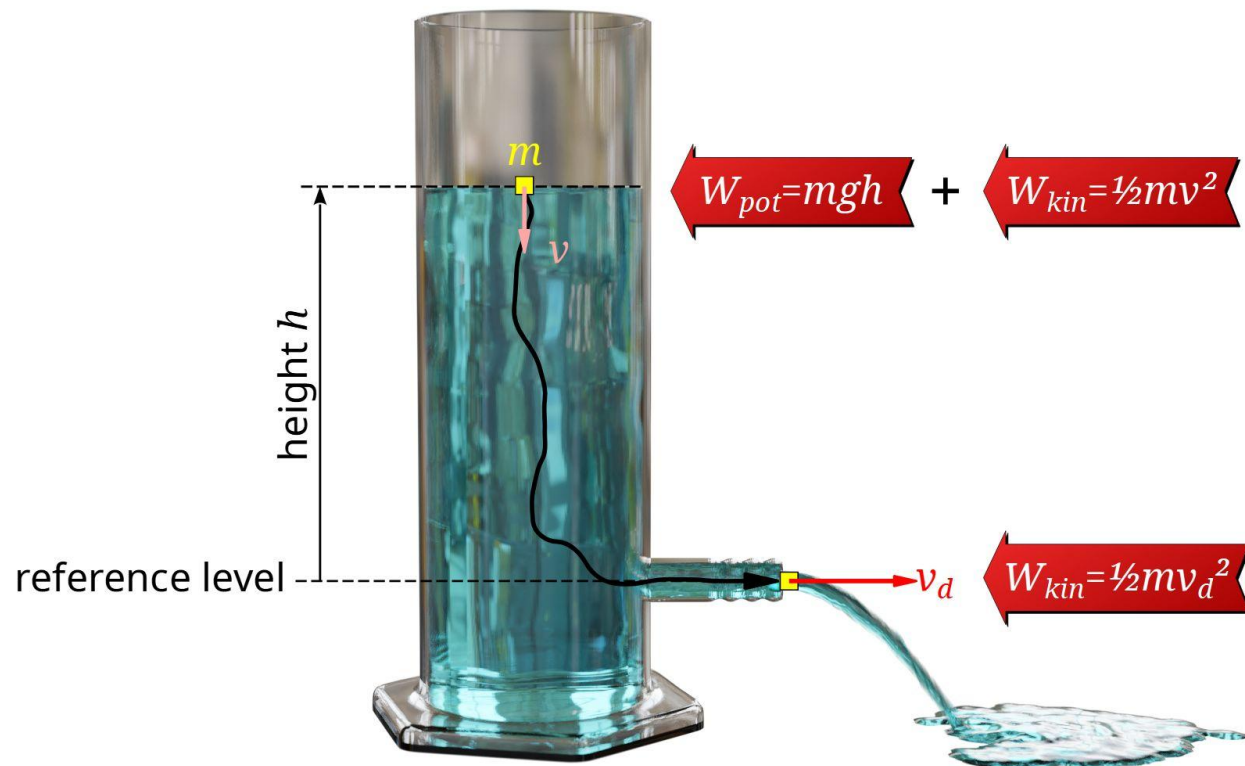
Water Falling From Reservoir



Square root (2 x Acceleration Due to Gravity x Height from Water Line) = Velocity of Water

Equação de Torricelli

$$P_a + \frac{1}{2} \rho v_a^2 + \rho g h_a = P_b + \frac{1}{2} \rho v_b^2 + \rho g h_b$$



$$P_{atm} + pgh = P_{bottom\ of\ tank} + 1/2 \rho v^2$$

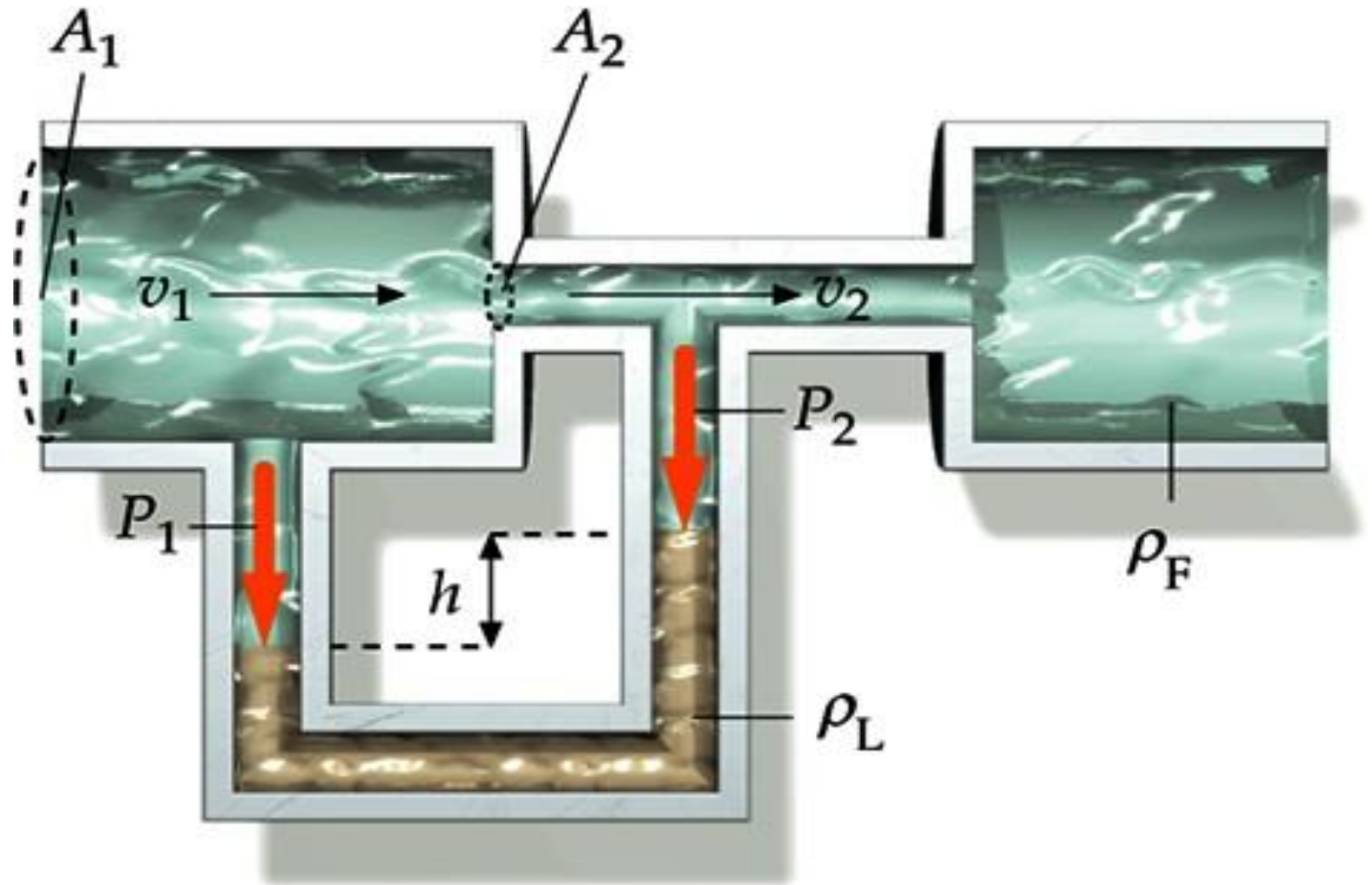
Se você fizer um pequeno furo no tanque, a água que sai do tanque deve ter uma pressão

$$P_{atm}$$

$$P_{atm} + pgh = P_{atm} + 1/2 \rho v^2 \Rightarrow pgh = 1/2 \rho v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Aplicações da Equação de Bernoulli

MEDIDOR VENTURI

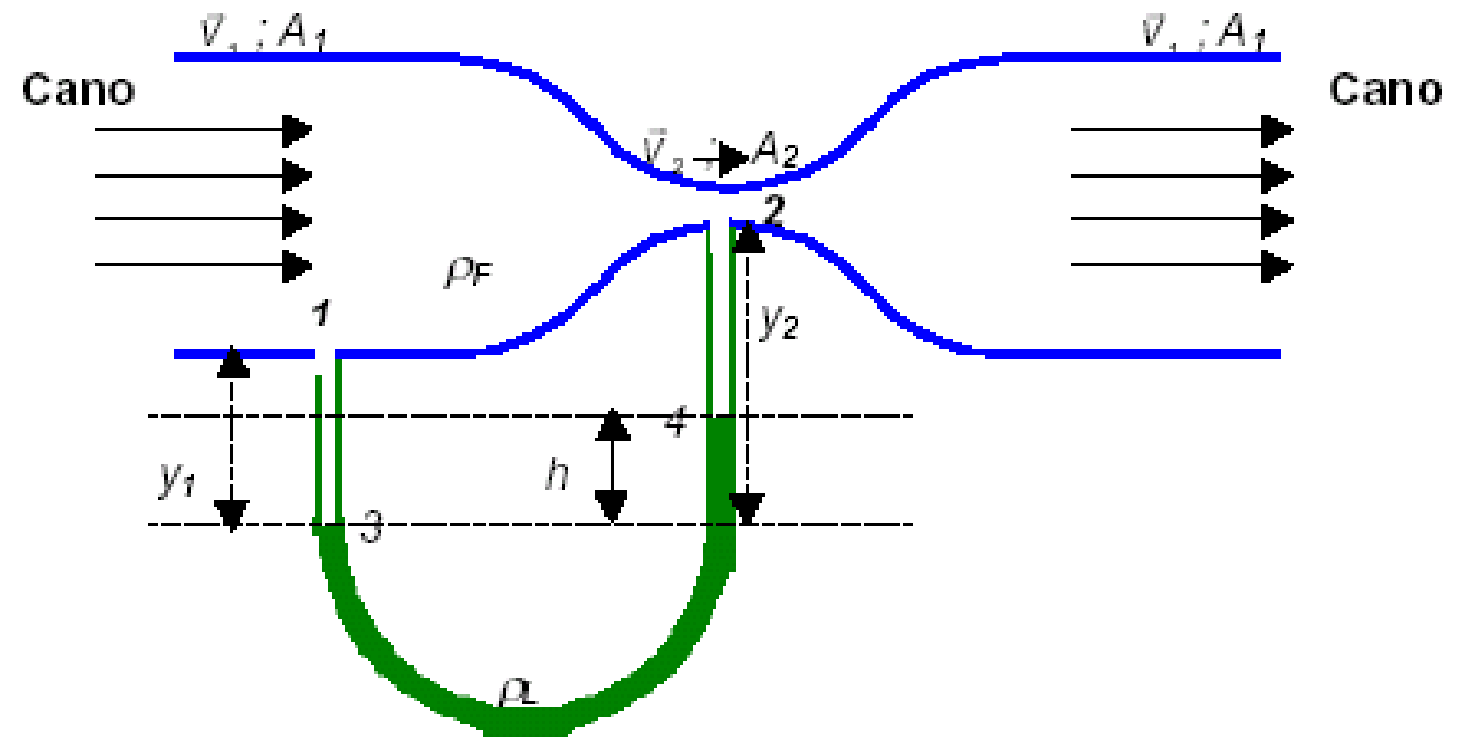
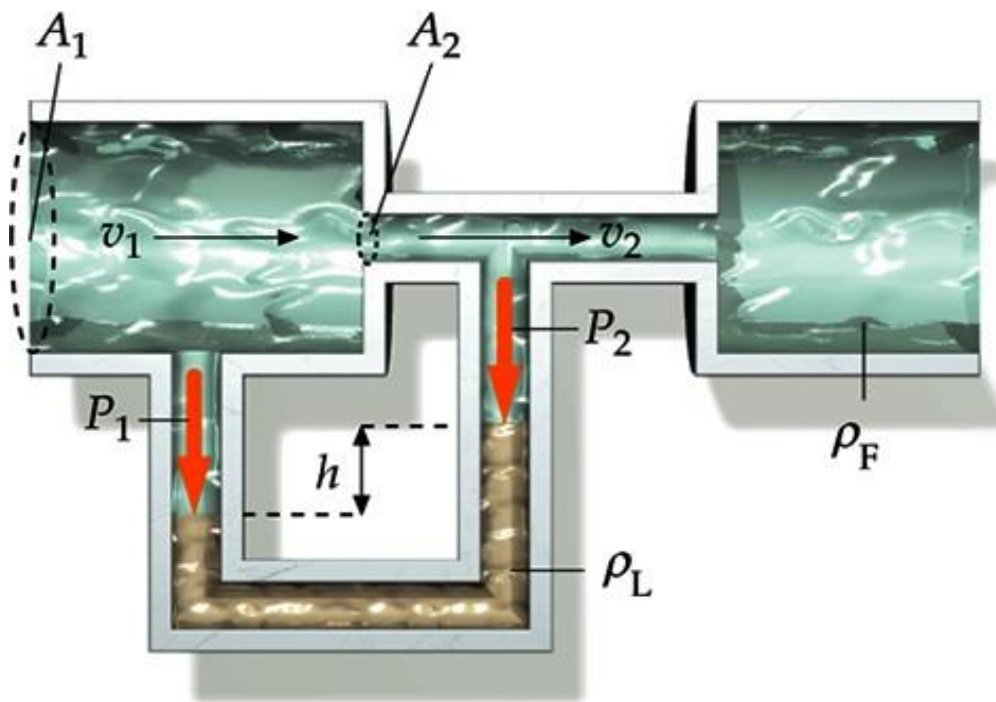


Venturi

A área A da seção transversal da entrada e da saída são iguais a área da seção transversal do cano.

Entre a entrada e a saída, o fluido passa por uma região estreita de área a .

Um manômetro que contém um líquido de densidade ρ_L conecta a parte mais larga à parte mais estreita.



O medidor de Venturi é usado para medir a velocidade de escoamento de um fluido de densidade ρ_F em um cano.

Venturi

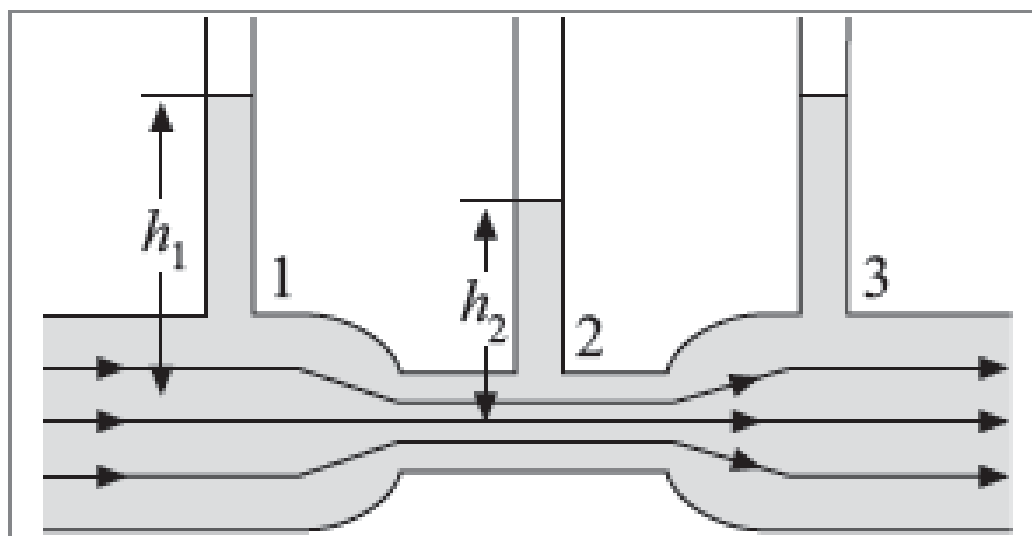
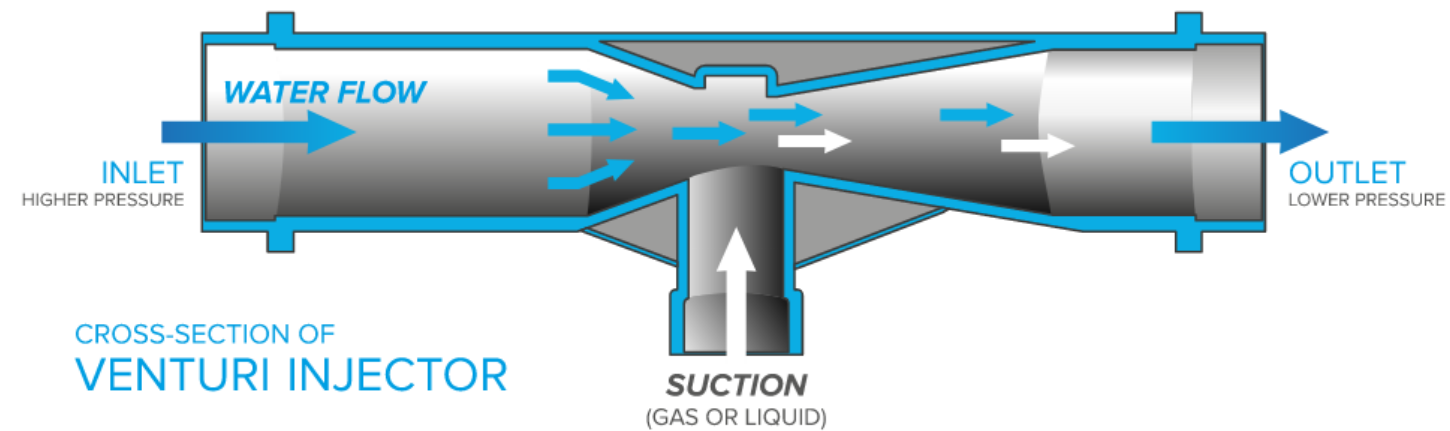
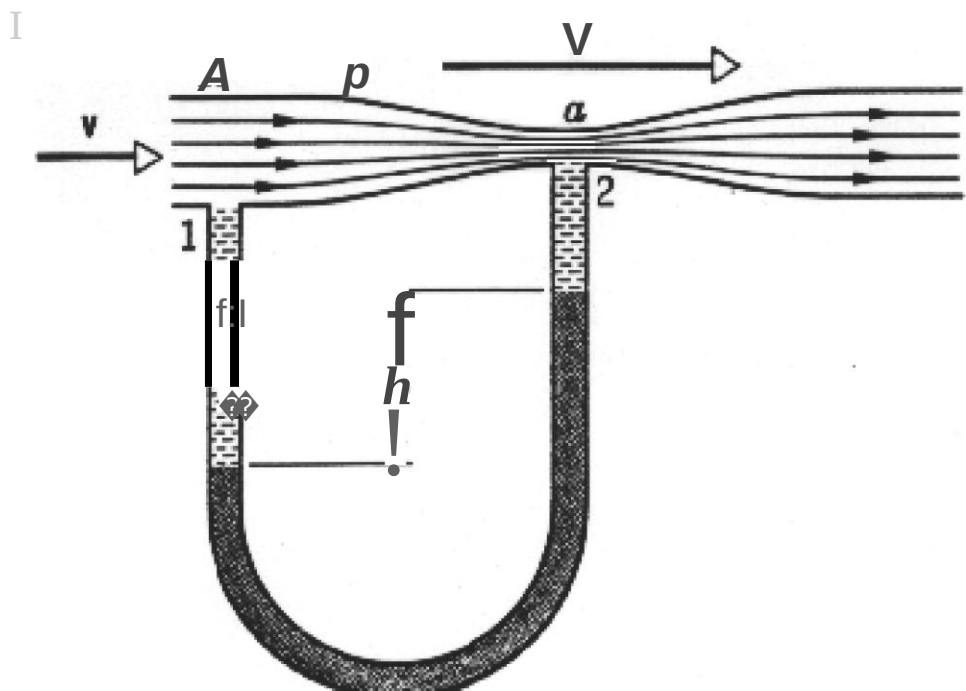


Figura 2.12 Fenômeno de Venturi.

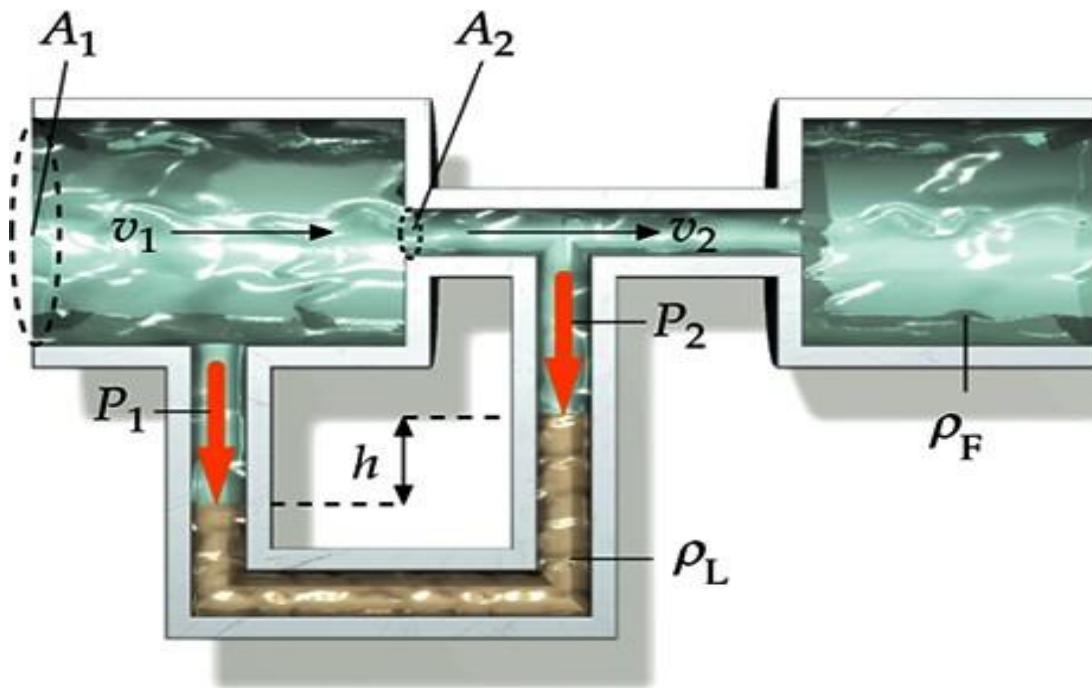


Venturi

Aplicando a equação nas regiões 1 e 2, temos:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_F v_1^2 + \rho_F g (y_1 - h) = p_2 + \frac{1}{2} \rho_F v_2^2 + \rho_F g (y_2 - h)$$

Referência da Energia Potencial gravitacional: ponto mais alto do líquido dentro do manômetro.



$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_F v_1^2 + \rho_F g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_F v_2^2 + \rho_F g y_2$$
$$(p_1 + \rho_F g y_1) - (p_2 + \rho_F g y_2) = \frac{1}{2} \rho_F v_2^2 - \frac{1}{2} \rho_F v_1^2$$

$$v_1 = v_2 \sqrt{\frac{2 (P_1 - P_2)}{\rho_F (A_1^2 - A_2^2)}}$$