

Lista 1

1. Se $f(x, y) = x^5 - 3x^3y^2 - x + 1$, calcule

(a) $f(-y, y)$;

(b) $\frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h}, h \neq 0$;

(c) $\frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h}, h \neq 0$.

2. Se $f(x, y, z) = (xyz)^2$, calcule

(a) $f(y, z, z)$;

(b) $\frac{f(x+h, y, z) - f(x, y, z)}{h}$;

(c) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h, z) - f(x, y, z)}{h}$;

(d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y, z+h) - f(x, y, z)}{h}$.

3. Determine e esboce o domínio da função f se

(a) $f(x, y) = \sqrt{\frac{x-y}{x+y}}$;

(b) $f(x, y) = \sqrt{y-x} + \sqrt{1-y}$;

(c) $f(x, y, z) = \sqrt{z - x^2 - y^2}$.

(d) $f(x, y) = \sqrt{y} + \sqrt{49 - x^2 - y^2}$;

(e) $f(x, y) = \ln(16 - 5x^2 - 3y^2 - 16z^2)$;

(f) $f(x, y, z) = \frac{\sqrt{y-x^2}}{1-x^2}$.

4. Determine e esboce o domínio da função f se

(a) $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$;

(b) $f(x, y) = \frac{x - y}{\text{sen}(x) - \text{sen}(y)}$;

(c) $f(x, y, z) = \sqrt{400 - 16x^2 - 25y^2 - z^2}$.

5. Esboce as curvas de nível de f , para os seguintes valores de c

(a) $f(x, y) = \sqrt{100 - x^2 - y^2}, c = 0, 2, 10$;

(b) $f(x, y) = 3x - 7y, c = -1, 0, 1$;

(c) $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2 + 1}, c = -2, 0, 2$.

(d) $f(x, y) = y - \ln x, c = -3, -1, 2$.

(c) $f(x, y) = y \sec x, c = -3, 1, 4$.

(c) $f(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}, c = -4, 1, 3$.

6. Nos seguintes problemas, calcule o limites de $f(x, y)$ quando (x, y) tende a $(0, 0)$ ao longo dos caminhos indicados

(a) $f(x, y) = \frac{5xy}{x^2 + y^2}$, (i) ao longo do eixo x , (ii) ao longo da reta $y = x$;

(b) $f(x, y) = \frac{x^2 + y^3}{x^2 + y}$, (i) ao longo do eixo x , (ii) ao longo da curva $y = x^3 - x^2$.

7. Calcule os limites, se possível

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x^2 + y^2} \right)$;

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4 - xy}{x^2 + 3y^2}$;

(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^4}{x^2 + y^8}$.

(d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5x^3y}{2x^4 + y^4}$.

8. Verifique se os limites indicados existem ou não

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{(-2x + y)^2}{(x - 1)(y - 2)}$;

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2 + y^2}$;

(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\operatorname{sen}(xy)}{x^2 + y^2}$.

(d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + xy + y^2}$.

(e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2) \ln(x^2 + y^2)$.

9. Determine os pontos nos quais a função $f(x, y) = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ e $f(0, 0) = 0$ é contínua.

10. Mostre que a função $f(x, y) = \frac{\operatorname{sen}(x^2 + y^2)}{1 - \cos(\sqrt{x^2 + y^2})}$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ e $f(0, 0) = 2$ é contínua na origem $(0, 0)$.