

(II) Duas estrelas A e B emitem radiação térmica como corpo negro. A potência P_A da radiação emitida pela estrela A, cujo raio é $r_A = r$, é quatro vezes maior do que a potência P_B da radiação emitida pela estrela B, cujo raio é $r_B = 3r$. Calcule a razão $\lambda_A^{\max}/\lambda_B^{\max}$ entre os comprimentos de onda no máximo da distribuição das intensidades da radiação emitidas pelas estrelas A e B, respectivamente.

$$P = IA$$

$$A = 4\pi R^2$$

$$I = \sigma T^4$$

$$\lambda T = \alpha$$

sabemos que $P_A = 4P_B$

e que

$$A_A = 4\pi r^2$$

$$A_B = 4\pi (3r)^2 = 4\pi \times (9r^2)$$

$$I_A = \frac{P_A}{A_A} = \frac{4P_B}{4\pi r^2}$$

$$I_B = \frac{P_B}{A_B} = \frac{P_B}{36\pi r^2}$$

$$I_A = \frac{P_B}{\pi r^2}$$

$$I_B = \frac{1}{36} \times \frac{P_B}{\pi r^2} = I_A / 36$$

Como $I = \sigma T^4$

$$\cancel{\sigma} T_B^4 = \frac{1}{36} \cancel{\sigma} T_A^4 \Rightarrow T_B = \sqrt[4]{\frac{1}{36}} T_A$$

Pela lei de deslocamento de Wien

$$\lambda_{\max} T = \alpha$$

$$T = \frac{\alpha}{\lambda_{\max}}$$

$$\frac{\cancel{\alpha}}{\lambda_{\max B}} = \frac{1}{\sqrt[4]{36}} \frac{\cancel{\alpha}}{\lambda_{\max A}}$$

$$\lambda_{\max A} / \lambda_{\max B} = \frac{1}{\sqrt[4]{36}}$$

(I) Um determinado material metálico possui função trabalho ϕ . Ao ser iluminado por luz de comprimento de onda λ , o material emite elétrons não relativísticos de massa m_0 com máxima energia cinética.

(a) (1,0 ponto) Calcule o comprimento de onda de de Broglie desses elétrons. Expresse sua resposta em termos dos dados do enunciado e demais constantes.

(b) (0,5 ponto) Em qual condição haverá emissão de elétrons desse material? Justifique.

a) $K_{\max} = hf - \phi$ $f = \frac{c}{\lambda}$

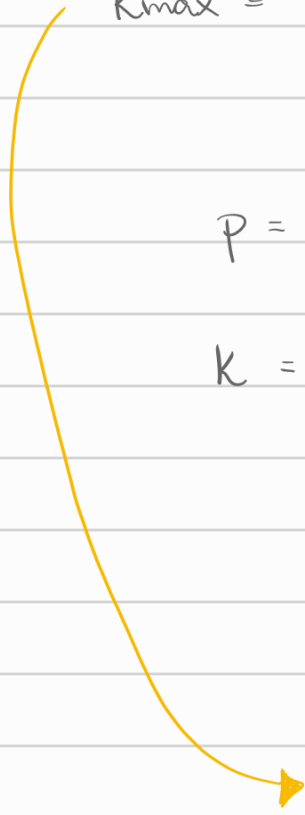
$$\lambda_e = \frac{h}{p}$$

$$K_{\max} = hf - \phi = \frac{hc}{\lambda} - \phi$$

$$p = m_e v \quad v = p/m_e$$

$$K = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{m_e (p/m_e)^2}{2} = \frac{m_e p^2}{2 m_e^2}$$

$$K = \frac{p^2}{2 m_e}$$


$$\frac{p^2}{2 m_e} = \frac{hc}{\lambda} - \phi$$

$$p = \sqrt{2me \left(\frac{hc}{\lambda} - \phi \right)}$$

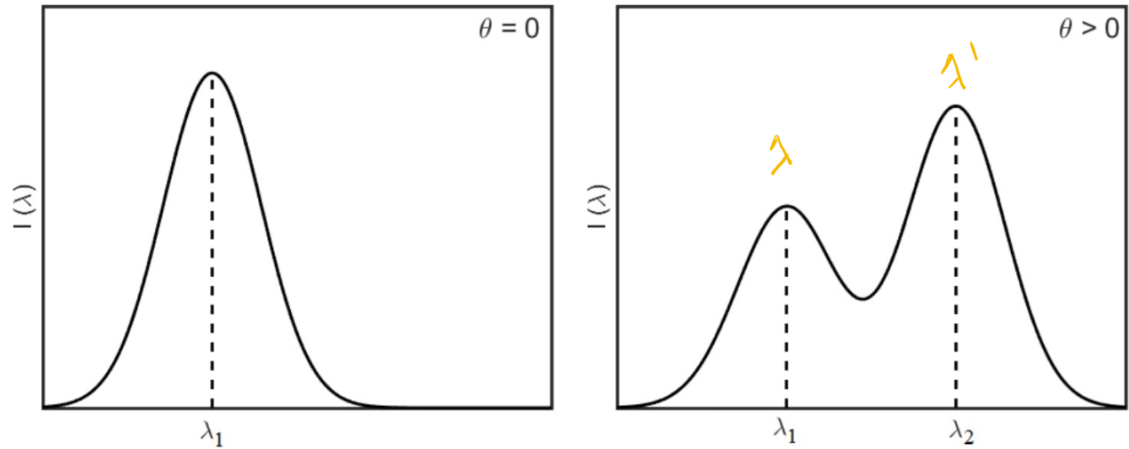
$$\lambda_e = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2me \left(\frac{hc}{\lambda} - \phi \right)}}$$

b) $hf > \phi$

$$\frac{hc}{\lambda} > \phi$$

$$\lambda < \frac{hc}{\phi}$$

Num experimento de espalhamento de raios X por um elétron (efeito Compton) foram medidas as intensidades $I(\lambda)$ dos raios X espalhados para dois ângulos de espalhamentos: $\theta = 0$ e $\theta > 0$, como mostrado nas figuras, onde $\lambda_1 = 1,018 \times 10^{-10}$ m e $\lambda_2 = 1,030 \times 10^{-10}$ m.



(a) (1,0 ponto) Na medição da figura do lado direito, qual é o ângulo de espalhamento θ ?

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \cos \theta)$$

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \phi)$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \phi)$$

$$\frac{m_e c}{h} (\lambda_2 - \lambda_1) = 1 - \cos(\phi)$$

$$\cos(\phi) = 1 - \frac{m_e c}{h} (\lambda_2 - \lambda_1)$$

(b) (1,0 ponto) Qual é a energia cinética do elétron após o espalhamento? Expresse sua resposta em termos de h , c , λ_1 e λ_2 (Não substitua os valores numéricos).

$$\frac{hc}{\lambda_1} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda_2} + E_e$$

Energia fóton incidente + energia de repouso do elétron = energia do fóton espalhado + energia final do elétron

Conservação de energia

$$E_e = K_e + m_0c^2$$

$$\frac{hc}{\lambda_1} + \cancel{m_0c^2} = \frac{hc}{\lambda_2} + K_e + \cancel{m_0c^2}$$

$$K_e = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2}$$

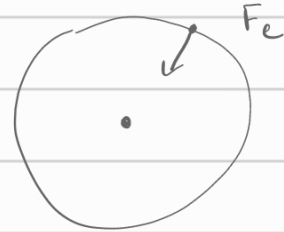
(c) (0,5 ponto) Qual é a equação para $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ para qualquer ângulo θ se os raios X fossem espalhados por prótons em repouso ao invés de elétrons? Não substitua os valores numéricos.

$$\lambda' - \lambda = \frac{hc}{m_p} (1 - \cos(\phi))$$

No modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, um elétron, com carga e e massa de repouso m_0 , percorre uma órbita circular estável de raio r tal que o módulo do momento angular L obedece a regra de quantização $L = n\hbar$. Despreze efeitos relativísticos.

- (a) (1,0 ponto) Calcule a velocidade do elétron em termos de n , e , m_0 , e demais constantes físicas.

$$F_{ct} = F_e$$



$$\frac{m_0 v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$L = m_0 v r$$

$$\cancel{r^2} m_0 v \times v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

$$(m_0 v r) \times v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

$$L v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

$$n\hbar v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

$$v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 n\hbar}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- (b) (1,0 ponto) Calcule a frequência do fóton emitido quando o elétron faz uma transição do nível $n = 3$ para $n = 2$. Expresse sua resposta em termos de R_H e demais constantes.

$$E_f = E_3 - E_2$$

$$E_n = - \frac{hc R_H}{n^2}$$

$$= - \frac{hc R_H}{9} + \frac{hc R_H}{4}$$

- (c) (0,5 ponto) Suponha agora que o elétron faça uma transição do nível $n = 3$ para $n = 1$ com emissão de um fóton. Calcule a diferença de momento angular do elétron antes e depois transição, segundo o modelo de Bohr.