Aula 5: Relatividade restrita

Bárbara Amaral
Instituto de Física da USP

Bibliografia

- ▶ Moysés: seções 6.3 a 6.7.
- ▶ Feynman: seções 15.2 e 15.4 a 15.7.
- ▶ Young and Freedman: seções 37.2 a 37.5.

Relatividade dos intervalos de tempo

Dois eventos podem ser simultâneos para Alice, mas **não** para Bob!

Se não vale $t = t'$, como as coordenadas temporais se transformam?

Tempo próprio

Mede intervalos de tempo Δt_0 entre eventos que acontecem no mesmo ponto do espaço para um referencial.

Dilatação do tempo

Um observador que se move em relação a esse referencial medirá um intervalo de tempo Δt dado por

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Efeitos dos postulados de Einstein sobre os comprimentos

Queremos medir o comprimento de um objeto em movimento.

Comprimentos paralelos à direção de movimento

Comprimento próprio

O comprimento l_0 medido em um referencial em repouso em relação ao objeto é chamado de **comprimento próprio**.

Contração do comprimento

Um observador que se move em relação a esse referencial medirá um comprimento l dado por

$$l = \frac{l_0}{\gamma}.$$

Contração do comprimento

$$l = \frac{l_0}{\gamma}$$

Contração do comprimento

$$l = \frac{l_0}{\gamma}$$

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

Comprimentos perpendiculares à direção de movimento

Comprimentos perpendiculares à direção de movimento não se alteram.

Transformações de Lorentz

Sabemos que as transformações de Galileu não são compatíveis com os dois postulados da teoria da relatividade restrita.

Como obter x', y', z', t' a partir de x, y, z, t ?

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{uX}{c^2} \right)$$

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma \left(1 - \frac{uv_x}{c^2} \right)}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{\gamma \left(1 - \frac{uv_x}{c^2} \right)}$$

Velocidade limite

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Velocidade limite

Um observador inercial não pode se deslocar com velocidade da luz.

Experimento imaginado

Suponhamos que Bob se move em relação a Alice com velocidade c .

Se o trem em que Bob se encontra acende um farol, então Alice vê Bob e o feixe de luz sempre na mesma posição do espaço.

Como a luz se move com velocidade c em relação a Bob, concluímos que o feixe não pode estar no mesmo ponto em que está Bob. **Contradição!**

Velocidade limite

Um observador inercial não pode se deslocar com velocidade da luz.

Intervalos

Intervalo

Grandeza associada às coordenadas espaço-temporais de dois eventos

$$(x_1, y_1, z_1, t_1)$$

$$(x_2, y_2, z_2, t_2)$$

que é invariante por transformações de Lorentz.

Intervalo

$$(s_{12})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$$

Intervalo

$(s_{12})^2$ só depende das relações entre os eventos 1 e 2. Não depende do referencial utilizado para descrever o problema.

Intervalo

Vamos analisar as possibilidades para

$$(x_1, y_1, z_1, t_1) = (0, 0, 0, 0).$$

Caso 1: $(s_{12})^2 < 0$

Caso 1: $(s_{12})^2 < 0$

A distância entre os pontos onde ocorrem os eventos é menor do que aquela que seria percorrida por um sinal luminoso durante o intervalo de tempo que os separa.

Caso 1: $(s_{12})^2 < 0$

Um dos eventos **pode** ser a causa do outro.

Caso 1: $(s_{12})^2 < 0$

Existe um referencial onde os dois eventos ocorrem no mesmo ponto do espaço.

Caso 1: $(s_{12})^2 < 0$

Intervalo do **tipo tempo**.

Caso 2: $(s_{12})^2 > 0$

Caso 2: $(s_{12})^2 > 0$

A distância entre os pontos onde ocorrem os eventos não pode ser percorrida por um sinal luminoso durante o intervalo de tempo que os separa.

Caso 2: $(s_{12})^2 > 0$

Um dos eventos **não pode** ser a causa do outro.

Caso 2: $(s_{12})^2 > 0$

Existe um referencial onde os dois eventos ocorrem simultaneamente.

Caso 2: $(s_{12})^2 > 0$

Intervalo do **tipo espaço**.

Caso 3: $(s_{12})^2 = 0$

Caso 3: $(s_{12})^2 = 0$

Os dois eventos podem ser ligados por um sinal luminoso.

Caso 3: $(s_{12})^2 = 0$

Intervalo do **tipo luz**.

Espaço-tempo de Minkowski

Espaço-tempo de Minkowski

$\mathbb{R}^4$ equipado com a métrica não-euclideana

$$(x_1, y_1, z_1, t_1) \cdot (x_2, y_2, z_2, t_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 - c^2t_1t_2.$$

Espaço-tempo de Minkowski

Equivalentemente podemos definir os vetores

$$(x, y, z, ict)$$

e usar o produto escalar usual.