

Aula 7: Relatividade restrita

Bárbara Amaral
Instituto de Física da USP

Bibliografia

- ▶ Moysés: seção 6.9 a 6.11.
- ▶ Feynman: seções 15.8 e 15.9.
- ▶ Young and Freedman: seção 37.7 a 37.9.

Momento relativístico

Por que a definição de momento é importante?

Segunda lei de Newton

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Lei de conservação do momento

Se a força externa resultante é zero então o momento total do sistema se conserva.

Momento relativístico

$$p = mv$$

Se usarmos a expressão

$$p = mv,$$

a conservação do momento não é invariante pelas transformações de Lorentz.

Como devemos mudar a expressão para o momento p ?

Queremos que p seja tal que continue valendo a conservação do momento ao usarmos as transformações de Lorentz.

$$p = m(v)v$$

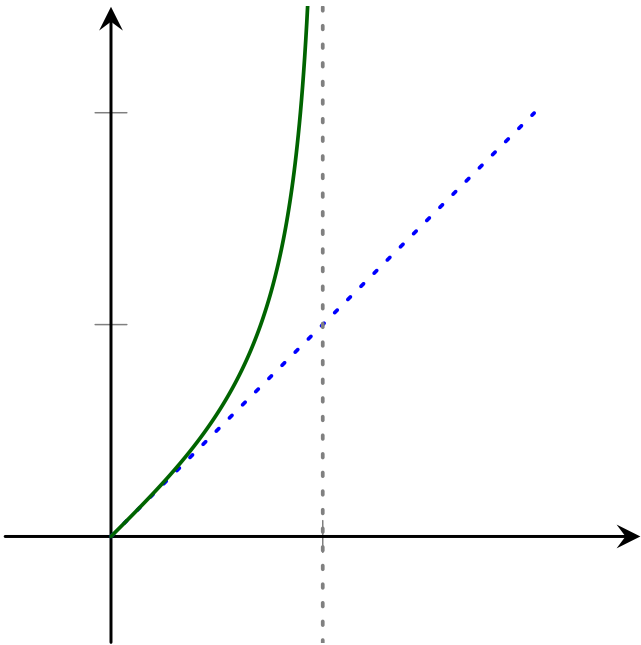
Experimento imaginado

Momento relativístico

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Massa relativística

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



Segunda lei de Newton e massa relativística

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p}$$

Esse resultado continua válido na mecânica relativística, desde que usemos o momento relativístico

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

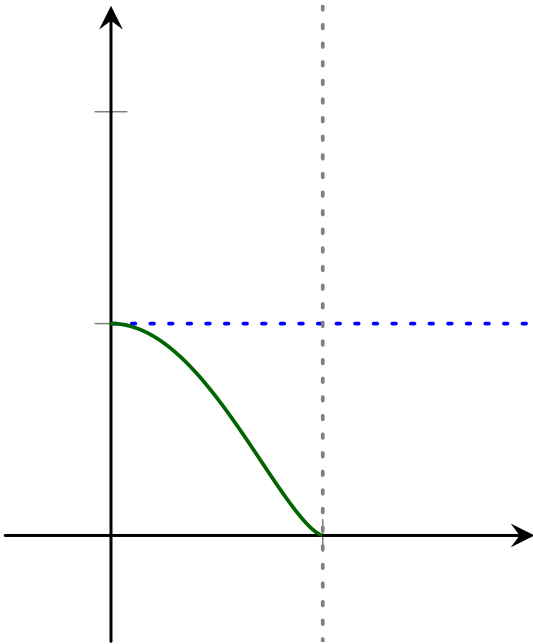
A taxa de variação do momento não é mais proporcional à aceleração!

Uma força constante não produz uma aceleração constante.

Forças paralelas à direção de movimento

$$F = \gamma^3 m_0 a$$

$$a = \frac{F}{m_0} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$



Vemos que quando a velocidade aumenta, a aceleração produzida por uma força constante diminui.

Quando a velocidade tende a c a aceleração tende a zero!

É impossível acelerar uma partícula massiva ($m_0 \neq 0$) a velocidade c .

Forças perpendiculares à direção de movimento

$$F = \gamma m_0 a$$

No caso geral decompomos $\vec{F}$ nas componentes paralelas e perpendiculares à direção do movimento.

$$\vec{F} = \gamma^3 m_0 \vec{a}_{\parallel} + \gamma m_0 \vec{a}_{\perp}.$$

O vetor força e o vetor aceleração não são paralelos!

Energia

Relação entre trabalho e energia utilizando o momento relativístico na expressão para F .

Nos leva a uma nova expressão para a energia cinética.

Energia cinética relativística

Trabalho

$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

F paralela à direção de movimento

$$F = \gamma^3 m_0 a$$

F paralela à direção de movimento

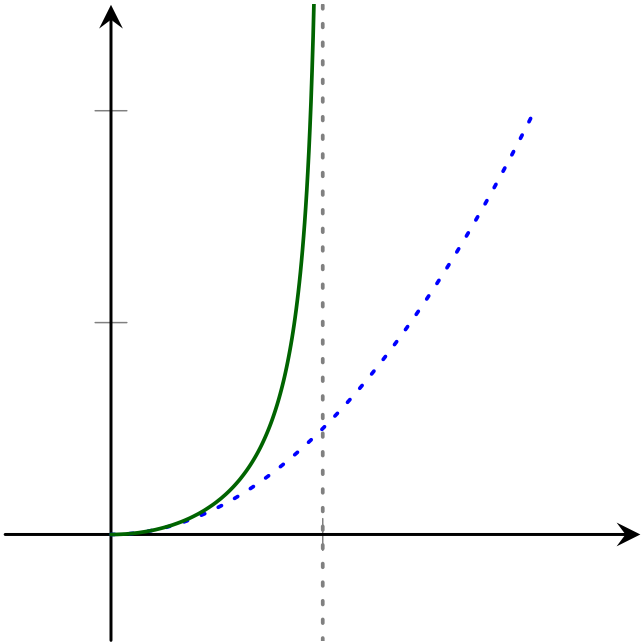
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{m a dx}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

A energia cinética de uma partícula é igual ao trabalho realizado para deslocá-la desde o repouso até a velocidade v .

Agora devemos escrever a integral para W em termos de v para obtermos $K(v)$.

Energia cinética relativística

$$K = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$



A energia necessária para acelerar uma partícula de massa $m_0 \neq 0$ à velocidade da luz é infinita.

Energia total e energia de repouso

Energia cinética relativística

$$K = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

Energia de repouso

$$E_R = m_0 c^2$$

Energia total

$$E = K + m_0c^2 = \gamma m_0c^2$$

Energia total

Se a partícula está em repouso:

$$E = m_0 c^2$$

Temos várias evidências experimentais da equivalência entre massa e energia.

Princípio da conservação da massa-energia

Princípio da conservação da massa-energia

Quando a soma das massas de repouso varia, haverá uma variação da energia igual a

$$\Delta E = \Delta mc^2.$$

Energia nuclear

Relação entre energia e momento linear

$$E^2 = \left(m_0 c^2\right)^2 + (pc)^2$$

Uma partícula pode ter momento e energia mesmo que $m_0 = 0$.

Um exemplo de tal partícula é o **fóton**.

Nesse caso

$$E = pc$$

e v é necessariamente igual a c .

Os fótons transportam **momento**.

Pressão de radiação

Quando uma onda eletromagnética é refletida ou absorvida por uma superfície, essa superfície sofre uma variação do momento.