Capítulo 37(39) Relatividade

- Número de aulas: **4 aulas**
- Seções do livro texto: *37.1 Invariância das Leis Físicas; 32.2 Relatividade da Simultaneidade; 37.3 Relatividade dos Intervalos de Tempo; 37.4 A Relatividade do Comprimento e 37.5 As Transformações de Lorentz (39.1 até 39.7).*
- Exercícios sugeridos: 37.1(39.1), 37.5(39.5), 37.7(39.7), 37.8(39.8), 37.11(39.9 com 55,0 km substituído por 10 km), 37.13(39.11), 37.14(39.14), 37.16(39.16), 37.19(39.21), 37.22(39.22), 37.54(só na 12ª edição), 37.65(39.57).

37.1 Suponha que os dois raios da Figura 37.5a atinjam simultaneamente o solo em relação a um observador dentro do trem. Mostre que esses eventos *não* ocorrem simultaneamente em relação a um observador situado no solo. Para o observador no solo, qual dos dois raios atinge primeiro o solo?

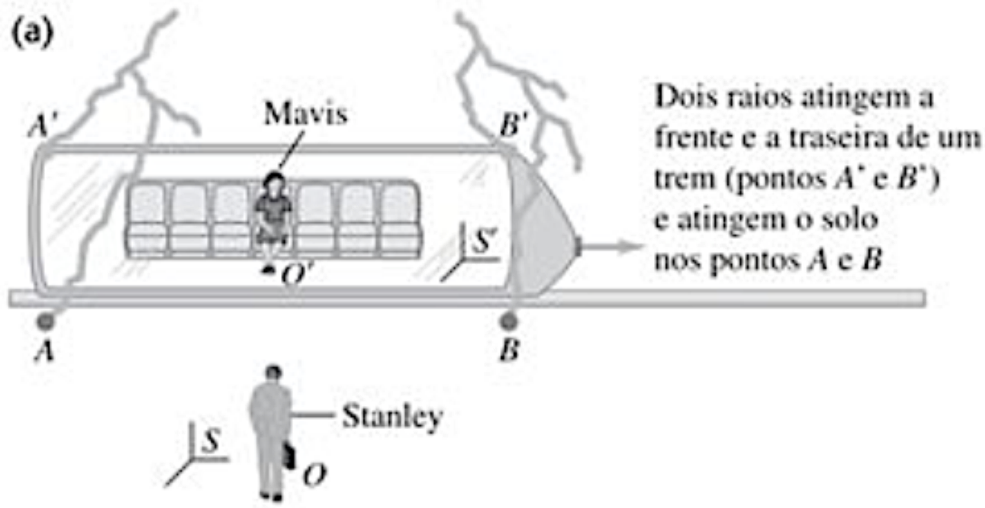

Figura 37.5 Uma experiência imaginária sobre simultaneidade.

37.5 O píon negativo (π^-) é uma partícula instável que possui vida média aproximadamente igual a $2{,}60 \times 10^{-8}$ s (medida no sistema de referência do píon). a) Quando o píon se desloca com velocidade muito grande em relação ao laboratório, sua vida média em relação ao laboratório é de $4{,}20 \times 10^{-7}$ s. Calcule a velocidade do píon expressa como uma fração de c. b) Qual é a distância que o píon percorre no laboratório durante sua vida média?

37.7 Uma espaçonave se afasta da Terra com velocidade de $4,80 \times 10^6$ m/s em relação à Terra e a seguir volta com a mesma velocidade. A espaçonave transporta um relógio atômico que foi cuidadosamente sincronizado com outro relógio idêntico que permaneceu na Terra. A espaçonave retorna a seu ponto de partida 365 dias (um ano) mais tarde, conforme medido pelo relógio que ficou na Terra. Qual é a diferença entre os intervalos de tempo, em horas, medidos pelos dois relógios? Qual dos dois relógios, o que ficou na Terra ou o da espaçonave, indica o menor intervalo de tempo?

37.8 Uma espaçonave de outro planeta está voando a uma grande distância e passa sobre a vertical onde você está em repouso. Você vê o farol da espaçonave piscar durante 0,190 s. O comandante da espaçonave verifica que o farol ficou aceso durante 12,0 ms. a) Qual dessas duas medidas de intervalo de tempo corresponde ao tempo próprio? b) Qual é o módulo da velocidade da espaçonave expressa como uma fração de c?

37.11 Por que somos bombardeados por múons? Múons são partículas subatômicas instáveis que sofrem decaimento e se transformam em elétrons com uma vida média de 2,2 μs. Eles são gerados quando raios cósmicos bombardeiam as camadas superiores da atmosfera, a cerca de 10 km acima da superfície da Terra, e deslocam-se com uma velocidade muito próxima à da luz. O problema que gostaríamos de discutir é por que vemos múons na superfície da Terra. a) Qual é a maior distância que um múon poderia percorrer durante a sua vida média de 2,2 μs? b) De acordo com a sua resposta à parte (a), seria de imaginar que os múons nunca chegariam à superfície. Mas a vida média de 2,2 μs é medida no sistema do múon, e múons se movem muito rápido. A uma velocidade de 0,999c, qual é a vida média de um múon em referência a um observador em repouso na Terra? Que distância o múon percorreria nesse tempo? Esse resultado explica por que encontramos múons em raios cósmicos? c) Do ponto de vista do múon, ele continua vivendo apenas durante 2,2 μs, então como ele alcança o solo? Qual é densidade dos 10 km de atmosfera que o múon precisa atravessar, em relação ao múon? Está claro agora como o múon consegue chegar ao solo?

37.13 Em relação a um observador na Terra, a pista de lançamento de uma espaçonave possui comprimento de 3600 m. a) Qual é o comprimento da pista medido pelo piloto de uma espaçonave que se desloca com velocidade igual a $4{,}0 \times 10^7$ m/s em relação à Terra? b) Uma observadora em repouso na Terra mede o intervalo de tempo desde o momento em que a espaçonave está diretamente sobre o início da pista até o instante em que a espaçonave está diretamente sobre o final da pista. Que resultado ela obtém? c) O piloto da espaçonave mede o intervalo de tempo desde o momento em que a espaçonave passa diretamente sobre o início da pista até o instante em que ela passa diretamente sobre o final da pista. Que resultado ele obtém?

37.14 Resolva as equações (37.21) e obtenha x e t em função de x' e t' para mostrar que a transformação resultante possui a mesma forma da transformação original, exceto que o sinal de u fica invertido.

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma(x - ut)$$
$$y' = y$$
$$z' = z \qquad (37.21)$$
$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma(t - ux/c^2)$$

(transformações de Lorentz para as coordenadas)

37.16 A astronauta Mavis passa sobre Stanley com velocidade relativa igual a $0,800c$. Mavis e Stanley sincronizam o instante zero de seus respectivos cronômetros quando a espaçonave de Mavis está diretamente acima de Stanley. Quando o cronômetro de Mavis indica 5,0 s, ela liga uma fonte luminosa muito forte sob a frente da espaçonave. a) Use as transformações de Lorentz deduzidas no Exercício 37.14 e no Exemplo 37.7 para calcular os valores de x e t do evento da ligação da luz. b) Aplique a fórmula da dilatação do tempo, Equação (37.6), para calcular o intervalo de tempo entre os dois eventos (o instante em que a espaçonave passa sobre sua cabeça e o instante em que a luz se acende), conforme medida realizada por Stanley. Compare com o valor de t que você calculou no item (a). c) Multiplique o intervalo de tempo pela velocidade de Mavis, usando ambos os valores medidos por Stanley para calcular a distância que ela se deslocou, como foi verificado por Stanley até o momento em que a luz se acende. Compare com o valor de x que você calculou no item (a).

Exemplo 37.7

UM SINAL PODE SER RECEBIDO ANTES DE SER ENVIADO? Tendo vencido uma competição interestelar, Mavis pilota sua espaçonave e atravessa a linha final de chegada com uma velocidade igual a $0,600c$ em relação a essa linha. Um sinal de 'vitória' é enviado da parte traseira de sua espaçonave (evento 2) no instante em que (no sistema de referência de Mavis) a parte dianteira da espaçonave atravessa a linha final de chegada (evento 1). Ela verifica que o comprimento da espaçonave é 300 m. Stanley está em repouso no local da linha final de chegada. Quando e onde os eventos 1 e 2 ocorrem para Stanley?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR: este exemplo envolve a transformação de Lorentz para coordenadas.

PREPARAR: nossa dedução para as transformações de Lorentz pressupõe que as origens dos sistemas S e S' coincidem quando $t = 0 = t'$. Para simplificarmos, fixamos a origem do sistema S na linha de chegada e a origem do sistema S' na parte dianteira da espaçonave, de modo que Stanley e Mavis verificam que o evento 1 possui coordenadas $x = 0 = x'$ e $t = 0 = t'$.
Mavis em S' verifica que o comprimento de sua espaçonave é 300 m; portanto, o sinal de 'vitória' é enviado a uma distância de 300 m atrás da parte dianteira da espaçonave no momento em que Mavis atravessa a linha final. Ou seja, para ela, o evento 2 ocorre em $x' = -300$ m e $t' = 0$.

Nossas incógnitas são a coordenada x e o tempo t do evento 2 que Stanley mede em S.

EXECUTAR: para encontrar as incógnitas mais facilmente, modificamos a primeira e a última das Equações (37.21) para determinar x e t em função de x' e t'. Fazemos isso usando o princípio da relatividade da mesma forma que obtivemos a Equação (37.23) a partir da Equação (37.22). Substituímos x' por x, t' por t, x por x' e t por t' e, por fim, substituímos u por $-u$. Os resultados são

$$x = \gamma(x' + ut') \quad \text{e} \quad t = \gamma(t' + ux'/c^2)$$

De acordo com a Equação (37.7), $\gamma = 1,25$ para $u = 0,600c = 1,80 \times 10^8$ m/s. Substituindo os valores $x' = -300$ m, $t' = 0$, $c = 3,0 \times 10^8$ m/s e $u = 1,80 \times 10^8$ m/s nas equações de x e t encontramos para o evento 2 os valores $x = -375$ m para $t = -7,50 \times 10^{-7}$s $= -0,750\ \mu$s.

AVALIAR: Mavis afirma que os dois eventos são simultâneos, porém, Stanley não concorda. Stanley afirma que o sinal de 'vitória' foi enviado antes de Mavis atravessar a linha final. Isso não significa que o efeito foi anterior à causa que o produziu. O mais rápido que Mavis pode enviar um sinal do comprimento de sua espaçonave é 300 m/($3,0 \times 10^8$ m/s) = 1,0 μs. Ela não pode enviar um sinal a partir da parte dianteira da espaçonave no instante em que ela cruza a linha de chegada que seja enviado a partir da parte traseira ao mesmo tempo. Ela teria de enviar o sinal da frente no mínimo 1,0 μs antes disso; portanto, teria de prever que iria ser a vencedora.

A relatividade é consistente: no sistema de referência de Stanley a espaçonave de Mavis tem um comprimento igual a l_0/γ = 300 m/1,25 = 240 m; quando o sinal de 'vitória' foi enviado, a parte traseira da espaçonave de Mavis estava no ponto $x = -375$ m para $t = -0,750\ \mu$s $= -7,50 \times 10^{-7}$s. Naquele instante, Stanley verificou que a parte dianteira da espaçonave de 240 m de Mavis estava no ponto (375 − 240) m = 135 m antes da linha final. Contudo, como ($1,80 \times 10^8$ m/s) ($7,50 \times 10^{-7}$ s) = 135 m, a parte dianteira da espaçonave atravessará a linha final no instante $t = 0$.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad (37.6)$$

(dilatação do tempo)

37.19 Duas partículas são produzidas em um acelerador de partículas de alta energia e se afastam em sentidos opostos. A velocidade de uma das partículas, medida no laboratório, é igual a $0{,}650c$, e a velocidade relativa entre as duas é de $0{,}950c$. Qual é a velocidade da outra partícula, medida no laboratório?

37.22 Uma espaçonave inimiga está perseguindo sua espaçonave Starfighter com velocidade, medida em relação a você, igual a $0{,}400c$. A espaçonave inimiga dispara um míssil para atingir a Starfighter com uma velocidade, em relação à espaçonave inimiga, de $0{,}700c$ (Figura 37.28). a) Qual é a velocidade do míssil em relação a você? Expresse sua resposta em termos da velocidade da luz. b) Se você mediu uma distância igual a $8{,}0 \times 10^6$ km entre você e a espaçonave inimiga no instante em que o míssil foi disparado, qual será o tempo que o míssil levará para atingir você?

Figura 37.28 Exercício 37.22.

37.54 Dilatação do tempo na vida cotidiana. Dois relógios atômicos são cuidadosamente sincronizados. Um deles permanece em Nova York e o outro é montado em um avião que se desloca com velocidade média igual a 250 m/s e posteriormente volta para Nova York. Quando o avião retorna, o intervalo de tempo total medido pelo relógio no solo é igual a 4 h. Qual é a diferença entre os intervalos de tempo medidos pelos dois relógios e qual deles indica o intervalo de tempo mais curto? (*Sugestão*: como $u \ll c$, você pode simplificar $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ usando a série binomial.)

37.65 Dois eventos observados em um sistema S possuem posições e tempos dados por (x_1, t_1) e (x_2, t_2), respectivamente. a) O sistema S' se move ao longo do eixo Ox com uma velocidade apenas suficiente para que esses dois eventos ocorram no mesmo ponto em relação ao sistema S'. Mostre que, para o sistema S', o intervalo de tempo $\Delta t'$ entre os dois eventos é dado por

$$\Delta t' = \sqrt{(\Delta t)^2 - \left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2}$$

onde $\Delta x = x_2 - x_1$ e $\Delta t = t_2 - t_1$. Portanto, mostre que, se $\Delta x > c\,\Delta t$, não existe nenhum sistema S' no qual os dois eventos ocorrem no mesmo ponto. O intervalo $\Delta t'$ algumas vezes é chamado de *intervalo de tempo próprio* para os dois eventos. Esse termo é apropriado? b) Mostre que, se $\Delta x > c\,\Delta t$, existe um sistema S' diferente no qual os dois eventos ocorrem *simultaneamente*. Calcule a distância entre os dois eventos no sistema S'; expresse sua resposta em termos de Δx, Δt e c. Essa distância algumas vezes é chamada de *distância própria*. Esse termo é apropriado? c) Verifica-se que em relação a um sistema S' dois eventos ocorrem simultaneamente em pontos separados por uma distância igual a 2,50 m. Em um segundo sistema S que se move em relação ao sistema S', parece que os dois eventos estão separados por uma distância de 5,0 m. Qual é o intervalo de tempo entre os dois eventos em relação ao sistema S? (*Sugestão*: aplique o resultado do item (b).)