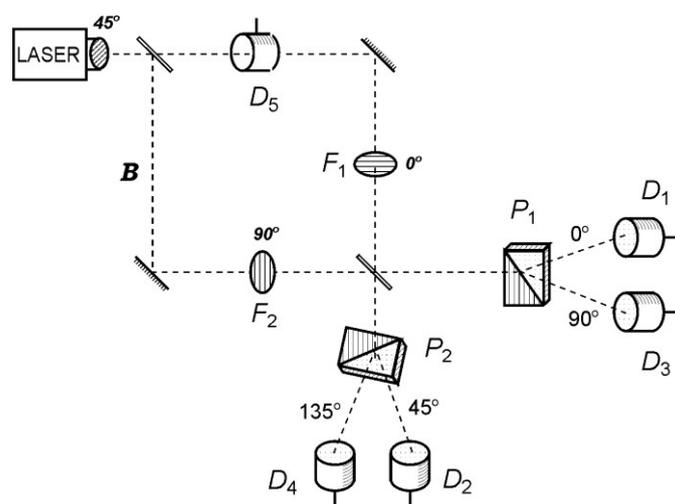


Oswaldo Pessoa Jr.

# Conceitos de Física Quântica: Curso de Um Semestre



São Paulo – 2023

# SUMÁRIO

Cap. I: DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA	
1. A Essência da Física Quântica	1
2. A Contradição entre Onda e Partícula	1
3. Dualidade Onda-Partícula: versão fraca	2
4. Cinco Interpretações Básicas	4
5. Visualizando as Interpretações Realistas do Exp. da Fenda Dupla	5
6. Regime Quântico: Ondas de Baixa Intensidade	7
Cap. II: INTERFERÔMETRO DE MACH-ZEHNDER	
1. Soma e Divisão de Ondas	9
2. Interferômetro de Mach-Zehnder Clássico	10
3. Interferometria de um único Fóton	11
4. Por Qual Caminho Rumou o Fóton?	13
5. Variando a Fase de um Componente	14
Cap. III: COMPLEMENTARIDADE DE ARRANJOS EXPERIMENTAIS	
1. “Fenômeno” Corpuscular	16
2. Dualidade Onda-Partícula: versão forte	18
3. Experimento da Escolha Demorada	19
4. Atualização do Passado no Presente	22
Cap. IV: MEDIÇÕES DE TRAJETÓRIA	
1. Medições de Trajetória no Interferômetro	24
2. Medições de Posição são Repetíveis	26
3. Medições nas Fendas no Experimento das Duas Fendas	27
1Cap. V: ESTADOS QUÂNTICOS E O PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO	
1. Estados Clássicos no Interferômetro de Mach-Zehnder	30
2. Revisão das Regras de Cálculo da Evolução de Ondas Simples	31
3. Autoestado e Estados Ortogonais	32
4. Princípio Quântico de Superposição	33
5. Interpretações do Estado Quântico	34
Cap. VI: EVOLUÇÃO UNITÁRIA X REDUÇÃO DE ESTADO	
1. Dois Tipos de Evolução Temporal	37
2. Evolução Unitária	38
3. Reversibilidade Temporal da Evolução Unitária	39
4. Representação de Estado no Espaço de Hilbert	40
5. Origens da Noção de Colapso e o Papel do Observador	41
6. A Não-Localidade no Colapso	43

Cap. VII: EXPERIMENTO DE STERN-GERLACH	
1. O Experimento de Stern-Gerlach	45
2. Colapso no Experimento de Stern-Gerlach	46
3. A Redução de Estado segundo as Diferentes Interpretações	47
4. Recombinação dos Feixes de Stern-Gerlach	49
Cap. VIII: MEDIÇÕES EM FÍSICA QUÂNTICA	
1. “Medição” enquanto Termo Primitivo	52
2. Medições Diretas na Física Quântica	53
3. Interpretações sobre as Medições em Física Quântica	54
4. Experimento de Resultado Nulo	55
5. Experimento de Elitzur-Vaidman	56
6. Efeito Zenão Quântico	57
Cap. IX: O PROBLEMA DA MEDIÇÃO	
1. O Problema Geral da Medição	60
2. A Interpretação Subjetivista	61
3. Abordagens Objetivistas ao Problema da Medição	62
4. Interpretação dos Estados Relativos ou Muitos Mundos	63
5. Interpretação Ondulatória das Localizações Estocásticas	64
6. Problema da Medição como Pseudoproblema	65
7. O Paradoxo do Laboratório Fechado	65
8. O Gato de Schrödinger	66
Cap. X: PRINCÍPIO DE INCERTEZA	
1. Princípio de Indeterminação na Física Clássica de Ondas	68
2. O Princípio Quântico de Incerteza segundo as $\neq$ s Interpretações	69
3. Origens do Princípio de Incerteza	71
4. O Microscópio de Raios $\gamma$	72
5. Microscópio de von Weizsäcker	73
6. Concepção do Distúrbio Interacional	74
7. Observáveis de Não-Demolição	75
8. Retrodição	76
Cap. XI: A INTERPRETAÇÃO DA COMPLEMENTARIDADE	
1. Origens da Complementaridade	78
2. Linguagem Clássica e a Questão do Macrorrealismo	78
3. Descontinuidade e Distúrbio Interacional	79
4. Os Três Tipos de Complementaridade	80
5. Totalidade do Fenômeno	81
6. Outras Posições Ortodoxas	82
7. Principais Teses da Interpretação Ortodoxa	83
Cap. XII: EXPLORANDO A COMPLEMENTARIDADE	
1. Experimentos com Pé Giratória	85
2. Estados com Polarização	86
3. Interferômetro de Mach-Zehnder com Polarizadores	88
4. Fenômeno depende do Quantum Detectado	90
5. Fenômenos Intermediários entre Onda e Partícula	91
6. Visibilidade em Fenômenos Intermediários	92
7. Interferômetro com Feixes Divergentes	93

Cap. XIII: O ARGUMENTO DE EINSTEIN, PODOLSKY & ROSEN	
1. O Argumento de Incompleteza de EPR	94
2. Completeza e Correção	95
3. Elementos de Realidade	95
4. Localidade	96
5. O Estado Correlacionado usado por EPR	96
6. O Argumento: Redução Não-Local mais a Hipótese de Localidade	98
7. Contrafactuais e o Esquema do Argumento	98
8. As Respostas de Bohr e de Pauli	99
9. O Dilema de EPR segundo as Diferentes Interpretações	100
Cap. XIV: EXPLORANDO O PARADOXO DE EPR	
1. O que é o Spin?	102
2. Simetria $4\pi$ dos Spins Semi-inteiros	103
3. Estados de Spin Anticorrelacionados	104
4. Simetria Rotacional	105
5. Não-Separabilidade	105
6. Argumento da Incompleteza com Spins	106
7. Um Argumento Errôneo: Medições Simultâneas	107
8. Interferômetro de MZ para Duas Partículas Correlacionadas	107
Cap. XV: O DUALISMO REALISTA DE DE BROGLIE E BOHM	
1. O Dualismo de Louis de Broglie	110
2. A Teoria de David Bohm	112
3. O Potencial Quântico	113
4. Trajetórias no Experimento das Duas Fendas	114
5. O Universo Indiviso	116
6. Analogia com Gotas Andadoras	117
Cap. XVI: A DESIGUALDADE DE BELL	
1. Origens da Desigualdade	120
2. Probabilidades e Correlações	121
3. Cálculo da Correlação no Caso Quântico	122
4. Fatorabilidade e Localidade	123
5. A Desigualdade de Bell, versão simplificada	124
6. Violação da Desigualdade pela Mecânica Quântica	125
7. Experimentos com Fótons Visíveis	126
8. Três Suposições Básicas na Derivação da Desigualdade	126

## DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA

### 1. A Essência da Física Quântica

Qual é a essência da Física Quântica? Se você tivesse que resumir em duas linhas qual é sua maior diferença em relação à Física Clássica, o que você diria? Há várias respostas possíveis:

a) O nome “quântico” sugere que o essencial é a presença de quantidades *discretas*, como os “pacotes” de energia, ou de processos descontínuos.

b) Pode-se também argumentar que a maior novidade da Teoria Quântica é o papel que a *probabilidade* desempenha nela. Esta probabilidade não seria apenas expressão de nossa ignorância sobre detalhes do mundo, mas teria uma natureza “ontológica”.

c) Alguns autores consideram que a essência da Física Quântica é o *princípio de incerteza*, segundo o qual a posição e o momento de uma partícula não podem mais ser determinados simultaneamente.

d) Outros salientam que o que esta teoria tem de fundamental é o papel especial da *medição*, levando alguns, com espírito mais filosófico, a defender que o objeto quântico não pode ser separado do observador consciente.

e) O famoso paradoxo do “gato de Schrödinger” lembra de maneira pitoresca que o traço mais importante da teoria pode ser o *princípio quântico de superposição*.

f) Aqueles com viés mais matemático afirmam que o essencial na Mecânica Quântica é o uso de *grandezas que não comutam*, ou o papel insubstituível desempenhado pelos *números complexos*, ou a expressão de um a *lógica não clássica*.

g) Mais recentemente, o teorema de Bell fez muitos concluírem que a grande novidade da Teoria Quântica são os estados não-fatoráveis ou “emaranhados”, que levam ao debate sobre sua peculiar *não-localidade*.

h) Alguns acham que o mais marcante é que a constante de Planck  $h$  fixa uma “escala” na natureza, separando o mundo subnanoscópico do mundo macroscópico.

i) Todas essas afirmações são pertinentes. No entanto, adotaremos como nosso ponto de partida a *dualidade onda-partícula*.

Em poucas palavras, o que caracterizaria a Teoria Quântica de maneira essencial é que ela é a teoria que *atribui, para qualquer partícula individual, aspectos ondulatórios, e para qualquer forma de radiação, aspectos corpusculares*. Esta é uma versão “geral” da dualidade onda-partícula, que refinaremos nas seções seguintes.<sup>1</sup>

### 2. A Contradição entre Onda e Partícula

Para a Física Clássica, uma partícula pode ser imaginada como uma bolinha bem pequena que se locomove pelo espaço, e que em condições normais não se divide. Além dessa *indivisibilidade*, uma partícula clássica também se caracteriza por estar sempre em uma posição bem definida, e com uma velocidade precisa. Com o passar do tempo, a partícula descreve uma *trajetória* bem definida, que pode ser concebida como uma curva no espaço.

Uma onda, por outro lado, é concebida pela Física Clássica como uma excitação que se propaga em um meio, como a superfície da água, e que tem a característica de se espalhar no

---

<sup>1</sup> Este volume é uma versão abreviada do livro do presente autor, *Conceitos de física quântica*, vols. 1 e 2, Livraria da Física, São Paulo, 2003 e 2006. Às vezes farei referência a este livro, quando o material citado não estiver contido no presente volume.

espaço. O que se propaga com a onda é energia, que se identifica com o movimento oscilatório das partículas do meio. Como esse movimento das partículas pode ser tão tênue quanto se queira, podemos dizer que as ondas não possuem a característica de serem indivisíveis, mas que são *contínuas*, pelo menos em teoria. Além disso, as ondas circulares na superfície d'água claramente não descrevem uma “trajetória”, do tipo definido para partículas. Elas são *espalhadas* no espaço, sem se localizarem em um ponto bem definido. Além de serem contínuas e espalhadas, as ondas exibem uma série de fenômenos típicos, como a *interferência* (como veremos a seguir).

Dizer simplesmente que “uma coisa (sem partes) é (ao mesmo tempo) partícula e onda” é uma *contradição lógica*. Pois isso implicaria que essa coisa é indivisível e divisível (contínua), que ela segue uma trajetória e não segue (é espalhada). Não podemos admitir uma contradição nos fundamentos de uma teoria física (apesar de este ponto ser passível de discussão).

E a dualidade onda-partícula, que mencionamos na seção anterior? Ela não parece enunciar uma contradição lógica, dizendo que partículas são ondas? Parece, mas não pode! A Teoria Quântica é obrigada a conciliar de alguma maneira “onda” e “partícula” sem cair numa contradição lógica. Como fazer isso?

Veremos que existem dois tipos de enunciados diferentes para a dualidade onda-partícula. O que iremos chamar de “versão fraca” (seção I.3) tenta conciliar interferência (típico de uma onda) com a *deteção pontual* de um quantum (a indivisibilidade típica de um corpúsculo).

Já a “versão forte” desenvolvida por Niels Bohr (seção III.2) concerne a existência de interferência e de *trajetórias*.

### 3. Dualidade Onda-Partícula: versão fraca

Começamos estudando o caso da luz. Em torno de 1801, Thomas Young passou um feixe de luz por duas fendas próximas e conseguiu gerar franjas de interferência, o que o fez concluir que a luz é uma onda. No início do séc. XX, porém, surgiram indícios de que a luz tem um aspecto “granular” (J.J. Thomson, 1904) ou quantizado (Einstein, 1905). Thomson foi levado a essa ideia em experimentos de fotoionização, em que a luz é detectada de forma pontual em um gás. Um aluno dele, Geoffrey I. Taylor, mostrou em 1909 que um feixe fraquíssimo de luz gera o mesmo padrão de interferência que um feixe de intensidade normal, mesmo que demorando seis meses para se formar. Com os experimentos do efeito fotoelétrico (fotoemissivo), consolidou-se na década de 1920 a noção de Einstein de que a luz é detectada em pacotes de energia  $E$ , proporcionais à frequência da luz  $\nu$ :  $E = h\nu$ . No experimento de Taylor, então, pode-se imaginar que os “grãos” ou quanta de luz, que viriam a ser chamados de “fótons”, surgem um a um, paulatinamente, gerando a franja de interferência, de aparência contínua, após o acúmulo de dezenas de milhares de registros de fótons (Fig. I.1).<sup>2</sup>

Isso pôde ser comprovado a partir da década de 1980, tanto para a luz quanto para elétrons, ao se fazerem incidir quanta individuais nas duas fendas e se observarem o acúmulo paulatino dos registros de quanta na tela detectora. Isso é ilustrado na Fig. I.2, onde os pontos vão aparecendo um após o outro, agrupando-se nas bandas do padrão de interferência, mas

<sup>2</sup> Para uma resenha histórica desses experimentos com luz, ver as pp. 294-301 de PIPKIN, F.M. (1978), “Atomic physics tests of the basic concepts in quantum mechanics”, *Advances in Atomic and Molecular Physics* 14, 281-340. Para um resumo dos experimentos com elétrons, ver: HASSELBACH, F. (1992), “Recent contributions of electron interferometry to wave-particle duality”, in SELLERI, F. (org.), *Wave-particle duality*, Plenum, New York, pp. 109-25. Para o experimento de duas fendas com elétrons, JÖNSSON, C. (1974), “Electron diffraction at multiple slits”, trad. D. Brandt & S. Hirschi, *American Journal of Physics* 42, 4-11 (orig. em alemão: 1961).

nunca nas regiões escuras de interferência destrutiva. Existem filmes mostrando a formação de tal padrão, ponto por ponto, no caso de elétrons.

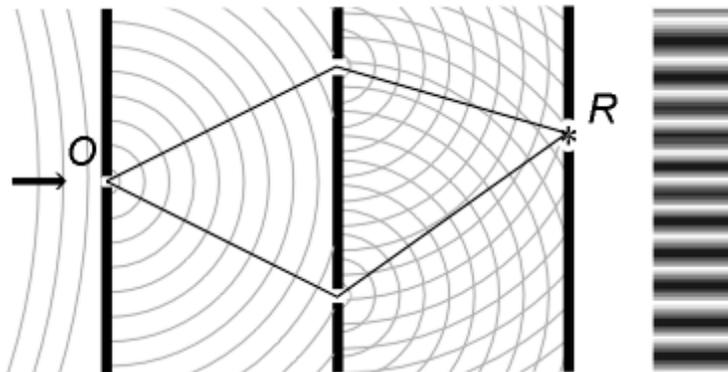


Figura I.1. Experimento de duas fendas para a luz. Por mais fraco que seja o feixe de luz, após tempo suficiente o padrão de interferência se forma.

É importante frisar que essa formação ponto a ponto do padrão de interferência ocorre mesmo que apenas um fóton ou elétron incida por vez, por exemplo a cada segundo. Conforme ressaltou Paul Dirac em 1930: “Cada fóton portanto só interfere consigo mesmo. Interferência entre dois fótons diferentes nunca ocorre” (mais tarde, mostrou-se que a segunda asserção não é correta).<sup>3</sup>

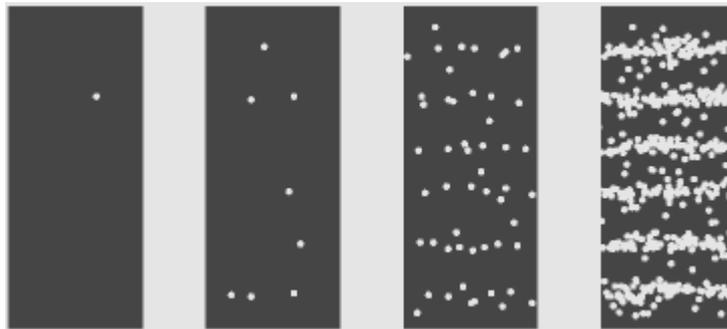


Figura I.2. Formação paulatina do padrão de interferência. No caso da figura anterior, o que ocorre é que as ionizações na placa detectora ocorrem uma a uma.<sup>4</sup>

Enunciemos então esta versão fraca da dualidade onda-partícula:

*Para qualquer objeto microscópico, pode-se realizar um experimento tipicamente ondulatorio (como um de interferência), mas a detecção sempre se dá de maneira pontual.*

<sup>3</sup> DIRAC, P.A.M. (1947), *The principles of quantum mechanics*, 3ª ed., Oxford University Press (orig. 1930), p. 9. Com relação à falsidade da segunda afirmação, ver PAUL, H. (1986), “Interference between independent photons”, *Reviews of Modern Physics* 58, 209-31.

<sup>4</sup> Uma imagem real do acúmulo paulatino de elétrons aparece em: TONOMURA, A.; ENDO, J.; MATSUDA, T.; KAWASAKI, T. & EZAWA, H. (1989), “Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern”, *American Journal of Physics* 57, 117-20.

Notemos que, nesta versão fraca, não afirmamos que os fótons ou elétrons sempre são indivisíveis ou pontuais em sua propagação, antes de atingir a tela detectora; apenas afirmamos que *quando eles são detectados* (medidos) eles aparecem de maneira indivisível e pontual. Se quisermos nos referir a estes pontos sem nos comprometermos com a existência de partículas, podemos chamá-los simplesmente de “quanta”, ou nos referirmos à ocorrência de um “evento”.<sup>5</sup>

Por outro lado, também não dizemos que um objeto quântico sempre se comporta como uma onda, mas sim que ele sempre *pode* exibir interferência; ou seja, é sempre possível definir uma montagem experimental (se esta for factível na prática), como a discutida acima, na qual o objeto exibe um padrão de interferência.

Temos então conjuntamente uma característica ondulatória, a interferência, e uma característica corpuscular, a detecção pontual (“bem localizada”) dos quanta. Como é possível que um mesmo experimento apresente ambas as características, ondulatória e corpuscular?

#### 4. Cinco Interpretações Básicas

Como interpretar a versão fraca da dualidade onda-partícula? Será possível que um objeto quântico possa exibir propriedades contraditórias?<sup>6</sup> O que está acontecendo na realidade, se é que podemos falar em “realidade”?

É uma característica notável da Teoria Quântica que ela pode ser interpretada de diferentes maneiras, sendo que cada uma dessas interpretações é internamente consistente e, de modo geral, consistente com experimentos quânticos. Usamos a noção de *interpretação* como significando um conjunto de teses que se agrega ao formalismo mínimo de uma teoria científica, e que em nada afeta as previsões observacionais da teoria.<sup>7</sup> Este formalismo mínimo (equação de Schrödinger, algoritmo das medições) exprime o aspecto *objetivo* da Teoria Quântica, com o qual todos concordam. As teses agregadas pela interpretação fazem afirmações sobre a realidade existente por trás dos fenômenos observados, ou ditam normas sobre a inadequação de se fazerem tais afirmações.

Existem dezenas de interpretações diferentes da Teoria Quântica, que podem ser agrupadas em em torno de cinco grandes grupos.<sup>8</sup> Apresentaremos agora como cinco interpretações básicas, aqui simplificadas, explicam a versão fraca da dualidade onda-partícula ou o experimento das duas fendas para um único fóton ou elétron.

---

<sup>5</sup> Notar que, a rigor, não estamos observando a entidade nanoscópica, mas sim seu efeito no detector após uma amplificação do sinal.

<sup>6</sup> Fazendo uma analogia: é logicamente correto falar que “está chovendo e não está chovendo no Instituto de Física da USP”? Pensando um pouco, vemos que poderia estar chovendo antes das 14 horas e parar de chover a partir desta hora (o que é análogo à interpretação ondulatória). Ou então, que pode estar chovendo no Pelletron mas não na Ressonância Magnética (análogo ao dualismo realista).

<sup>7</sup> Se houver previsões novas, deveríamos falar de uma “teoria diferente”, mas se o desacordo com a Teoria Quântica for tão pequeno que não se possa fazer um experimento crucial para escolher entre elas, é costume considerar que a teoria diferente também é uma interpretação.

<sup>8</sup> Uma apresentação histórica dessas interpretações é dada por JAMMER, M. (1974), *The philosophy of quantum mechanics*, Wiley, New York. A interpretação da complementaridade (que chamaremos de “dualismo antirrealista”) é apresentada no capítulo 4 e nas seções 6.1, 6.5 e 6.8 do livro de Jammer. As teorias de variáveis ocultas (que incluem o “dualismo realista”) na seção 2.5 e no cap. 7. As interpretações ondulatórias estão espalhadas pelas seções 2.2, 2.3, 2.6, 11.2, 11.3 e 11.6. As visões corpusculares incluem a interpretação dos coletivos estatísticos, cap. 10, e a estocástica, cap. 9.

(1) *Interpretação Ondulatória Realista*<sup>9</sup> (consideraremos aqui a ideia inicial de Erwin Schrödinger de que os objetos quânticos são na realidade ondas, aproximando-a da visão de John von Neumann que introduz colapsos de onda). Antes da detecção, o objeto quântico propaga-se como onda, mas durante a detecção ele “colapsa” e se torna mais ou menos bem localizado, parecendo uma partícula. Não há mais contradição porque durante um certo tempo temos uma onda espalhada, e *depois* temos uma partícula (ou melhor, um pacote de onda bem estreito), sem que ambos coexistam simultaneamente.

(2) *Interpretação Corpuscular Realista* (defendida por exemplo por Alfred Landé e Leslie Ballentine). O fóton ou o elétron seria na realidade uma partícula, o que é manifesto quando o detectamos. Não existiria uma onda associada à partícula: o que explica a formação da franja de interferência seriam as leis da Física Quântica (no caso, a equação de Schrödinger). A célebre frase de Max Born pode ser aqui utilizada: “O movimento das partículas conforma-se às leis da probabilidade, mas a própria probabilidade propaga-se de acordo com a lei da causalidade”.<sup>10</sup>

(3) *Interpretação Dualista Realista* (formulada originalmente por Louis de Broglie, e redescoberta por David Bohm). O objeto quântico apresenta duas partes: um corpúsculo (partícula) com trajetória bem definida (mas desconhecida), e uma onda associada. A probabilidade de a partícula se propagar em uma certa direção dependeria do quadrado da amplitude da onda associada, de forma que, em regiões onde as ondas se cancelam, não há partícula. Não há mais contradição porque o objeto tem *duas partes*, uma sendo só corpúsculo, e a outra só onda.

(4) *Interpretação da Complementaridade* (elaborada por Niels Bohr). Neste caso, o “fenômeno” em questão é ondulatório, e não corpuscular, pois não podemos inferir a trajetória passada do quantum detectado (a partir da seção III.2 apresentaremos essa visão com maiores detalhes). O aspecto corpuscular que observamos na detecção se deve ao “postulado quântico” descoberto por Max Planck, e que para Bohr é o fundamento da Teoria Quântica.<sup>11</sup> Este postulado afirma que existe uma *descontinuidade essencial* em qualquer processo atômico, como por exemplo na ionização de átomos de prata na chapa fotográfica devido à ação da luz.

(5) *Interpretação Instrumentalista*. A atitude mais comum entre os físicos hoje em dia, que pode ser enquadrada no conjunto de interpretações “ortodoxas” (que inclui a visão anterior), combina uma atitude antirrealista com a tese (defendida também pelo item 2) de que a teoria quântica é uma descrição estatística, que refere-se a um coletivo estatístico, e não a partículas individuais. No experimento da fenda dupla no regime quântico, a Teoria Quântica prevê corretamente a distribuição estatística dos pontos na tela (as franjas), e esta interpretação instrumentalista não se preocupa com o que acontece antes da detecção. Ela é caracterizada jocosamente como a atitude do tipo “cala a boca e calcula”.

## 5. Visualizando as Interpretações Realistas do Experimento da Fenda Dupla

Consideremos agora alguns detalhes adicionais das interpretações realistas apresentadas na seção anterior, para o experimento da fenda dupla no regime quântico.

<sup>9</sup> Interpretações “realistas” postulam uma imagem ou uma explicação para o que está acontecendo na realidade por trás daquilo que observamos. As interpretações antirrealistas consideram que a ciência só deve se preocupar com o que é observável ou mensurável.

<sup>10</sup> BORN, M. (1926), “Quantenmechanik der Stossvorgänge”, *Zeitschrift für Physik* 38, pp. 803-27 (ver p. 804). Citado por JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), p. 40.

<sup>11</sup> Planck considerou apenas o aspecto discreto das trocas de *energia*. Como já mencionamos, a tese de que as posições medidas são sempre “pontuais” só seria estabelecida na década de 1920.

(1) *Interpretação Ondulatória Realista.* A noção de colapso da onda quântica pode ser reforçada por uma tela detectora que contém uma fenda, em  $R$ . Há uma pequena probabilidade de o elétron ou fóton colapsar exatamente no buraco, de maneira que o detector não absorve a energia associada, e o quantum prossegue viagem, difratando após passar pela fenda fina, até ser detectado em uma tela posterior  $E$  (Fig. I.3). Este é um exemplo (em  $D$ ) de um experimento de “resultado nulo”, a ser estudado na seção VIII.4, em que ocorre uma medição sem transferência de energia para o detector. Se  $D$  não for uma tela detectora, mas um anteparo simples, não se tem propriamente uma “medição” em  $D$ , mas o comportamento do sistema é o mesmo.

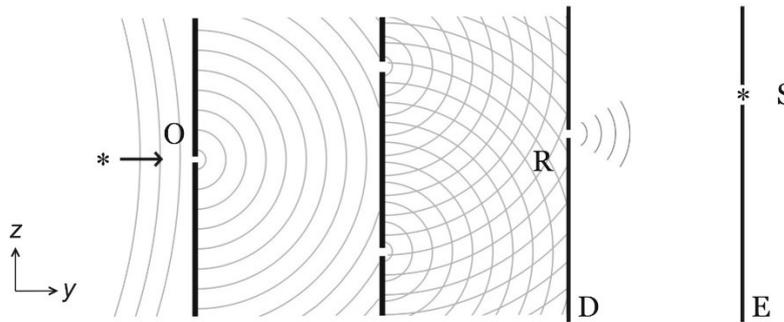
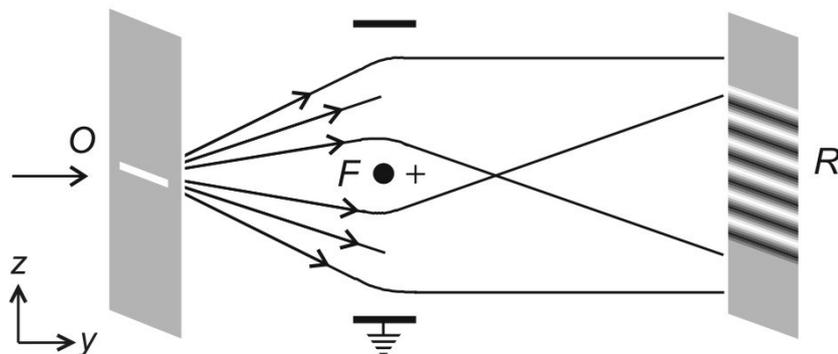


Figura I.3. Experimento de duas fendas no regime quântico para o caso em que o quantum incide em uma fenda  $R$  na tela detectora, e prossegue viagem até ser detectado no ponto  $S$ .

(2) *Interpretação Corpuscular Realista.* Vimos que esta interpretação explica as franjas de interferência dizendo que são as leis da Física Quântica que guiam as partículas de tal forma a gerar interferência. Não haveria uma onda real. Esta saída é semelhante àquela que adotará a “mecânica bohmiana”, que elimina a onda (ou potencial quântico) da visão dualista realista (ver seção XIV.3). Porém, baseado em uma antiga proposta de William Duane (1923), Alfred Landé sugeriu a partir de 1952 que o padrão de difração para elétrons poderia ser explicado a partir da interação da partícula com a rede cristalina do anteparo (que contém as duas fendas), sendo que esta rede daria “soquinhos” discretos na partícula, resultando na franja de difração com bandas discretas. Tal explicação, porém, não funciona para experimentos sem anteparos rígidos, como o do “biprisma eletrostático de elétrons”, desenvolvido por Gottfried Möllenstedt & Heinrich Düker em 1954.<sup>12</sup> Este equipamento consiste simplesmente de um filamento fino com carga elétrica positiva disposta entre duas placas aterradas (Fig. I.4). Uma onda plana que incide no biprisma ao longo da direção  $+y$  é dividida em duas partes, adquirindo componentes de movimento na direção  $\pm z$ . Estas componentes então interferem em um anteparo.

Figura I.4. Interferência de elétrons usando um biprisma eletrostático de elétrons. O nome “biprisma” vem do arranjo análogo a este, realizado por Fresnel para a luz.



<sup>12</sup> Isso foi apontado por ROSA, R. (1979), “Electron interference: Landé’s approach upset by a recent elegant experiment”, *Lettere al Nuovo Cimento* 24, 549-50. Ver também HOME, D. & WHITAKER, M.A.B. (1992), “Ensemble interpretation of quantum mechanics: a modern perspective”, *Physics Reports* 210, 224-317. Com relação ao trabalho de Landé, ver JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 453-65. Para o experimento de Möllenstedt & Düker, ver HASSELBACH (1992), op. cit. (nota 2).

(3) *Interpretação Dualista Realista.* É interessante visualizar qual é a trajetória que um corpúsculo seguiria, de acordo com esta interpretação, no experimento da fenda dupla. David Bohm fez um esboço desta trajetória em seu artigo de 1952, e no Cap. XIV veremos simulações computacionais delas. Na Fig. I.5, vemos o movimento de vai-e-vem do “surfista” que é guiado pelas ondas em superposição. Nas regiões correspondentes às franjas escuras, a interpretação causal de Bohm prevê velocidades do corpúsculo acima da luz.

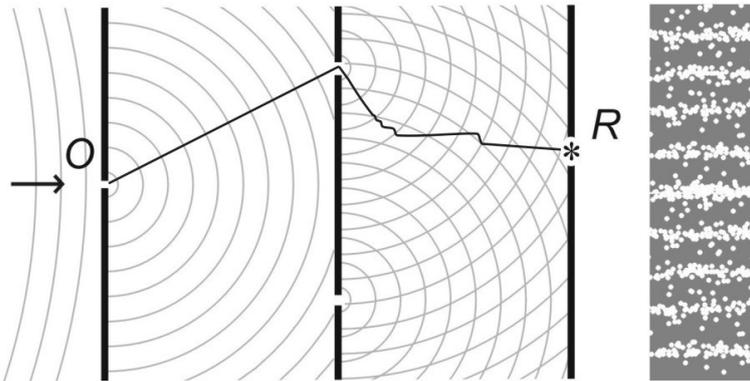


Figura I.5: Trajetória “surrealista” do corpúsculo no experimento da fenda dupla, segundo a interpretação de Bohm.

## 6. Regime Quântico: Ondas de Baixa Intensidade

Vimos um fenômeno tipicamente quântico, que foi obtido tomando-se um fenômeno descrito pela Física Clássica Ondulatória (interferência de luz), e reduzindo a intensidade do feixe de luz até a escala em que possam ser detectados pacotes individuais de energia. De maneira análoga, muitos dos mistérios da Física Quântica, como o princípio de incerteza e o efeito túnel, são fenômenos descritos na Física Ondulatória Clássica, e que passam a ser fenômenos quânticos quando se reduz a intensidade do feixe e se melhora a sensibilidade dos detectores. Podemos resumir essa abordagem dizendo que o regime quântico é a *Física das Ondas para baixas intensidades*, quando propriedades corpusculares passam a ser medidas.

Para entender o comportamento da luz no regime quântico, é preciso considerar que a energia de cada fóton detectado é dada por  $E = h\nu$ , onde  $\nu$  é a frequência da luz. O momento associado a este fóton é dado por  $p = h/\lambda$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda. A lei da energia do fóton é devida a Albert Einstein (1905), baseando-se no trabalho pioneiro de Planck (1900), que definiu a constante  $h$ . O momento do fóton foi obtido em 1909 por Einstein e também por Johannes Stark, sendo generalizada para todas as partículas por Louis de Broglie (1923). Lembremos que para partículas com massa  $m$  não nula,  $p = mV$ , onde  $V$  é a velocidade da partícula. Para a luz, assim como para qualquer forma de onda,  $\nu \cdot \lambda = V$ . Em suma:

$$E = h\nu \quad \text{e} \quad p = h/\lambda . \quad (\text{I.1})$$

Pela abordagem descrita acima, muitas características essenciais da Física Quântica já se encontram na Física Ondulatória Clássica. Um exemplo disso é a diferença que existe, para as ondas clássicas, entre *intensidade* e *amplitude*, que remonta à distinção entre a energia  $E$  armazenada em uma mola de constante  $k$ , e sua amplitude (extensão máxima):  $E = \frac{1}{2}kA^2$ . Numa onda transversal em uma dimensão (como a gerada em uma corda), a amplitude mede o deslocamento transversal da onda que se propaga, e esta amplitude é proporcional ao quadrado

da energia que se propaga. A intensidade  $I$  da onda, que para ondas em três dimensões é a energia por unidade de tempo e de área, é assim proporcional ao quadrado da amplitude  $\psi$ :

$$I \propto \psi^2. \quad (\text{I.2})$$

No regime quântico, a intensidade corresponde ao número de quanta detectados. Assim, em uma região delimitada do espaço, o número de quanta detectados será proporcional ao quadrado da amplitude da onda associada àquela região. Se tivermos preparado experimentalmente apenas um quantum (um fóton, um elétron), a *probabilidade* de detectá-lo em uma certa região será proporcional ao módulo quadrado da amplitude  $\psi$  da onda (onda esta que é expressa em termos de números complexos) associada àquela região:

$$\text{Prob.} \propto |\psi|^2. \quad (\text{I.3})$$

Esta é a *regra de Born*, proposta por Max Born, em 1926.

## INTERFERÔMETRO DE MACH-ZEHNDER

### 1. Soma e Divisão de Ondas

Quando dois pulsos de onda se cruzam em uma corda clássica, o pulso resultante tem uma amplitude que é a soma das amplitudes dos pulsos originais. Este é o princípio de *superposição* da Física Ondulatória Clássica: quando várias ondas passam por um ponto, a amplitude resultante é a *soma* das amplitudes componentes.

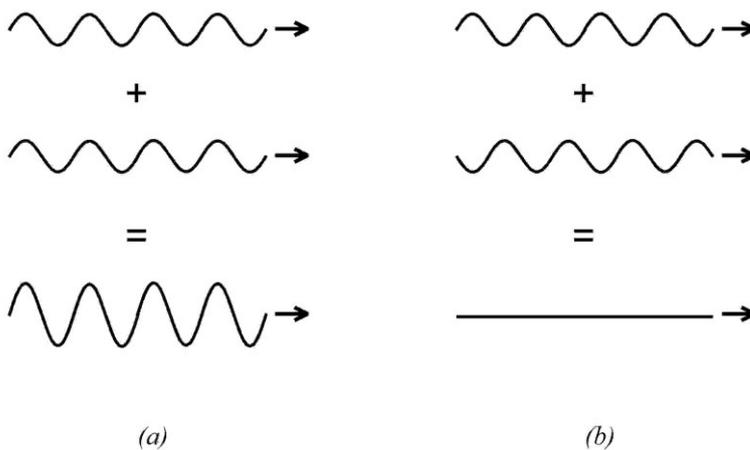


Figura II.1. Superposições: (a) construtiva (ondas em fase); (b) destrutiva (ondas fora de fase).

Para duas ondas contínuas de mesmo  $\lambda$  propagando-se na mesma direção e sentido, a superposição pode ser construtiva (ondas em fase) ou destrutiva (ondas deslocadas entre si por  $\lambda/2$ ) (Fig. II.1), ou então algum caso intermediário.

Se uma onda de intensidade  $I_0$  for dividida em duas partes de igual intensidade  $I'$ , por exemplo a luz se dividindo em um espelho semirrefletor  $S$  (Fig. II.2), qual é a amplitude final de cada onda? Como  $I' = I_0/2$ , é só usar a eq.(I.2) para ver que a amplitude final  $\psi'$  de cada componente não é a metade da amplitude  $\psi_0$  da onda original, mas que  $\psi' = \psi_0/\sqrt{2}$ .

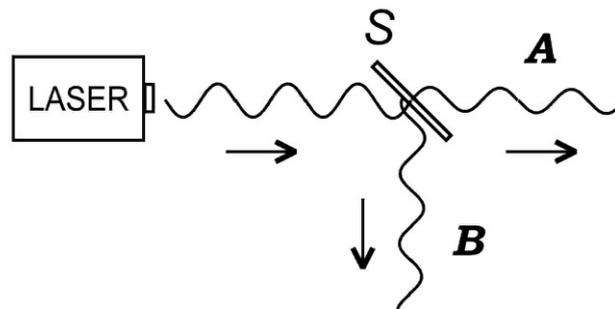


Figura II.2. Divisão de uma onda em duas componentes A e B de igual amplitude.

Pois bem, não poderíamos pegar as componentes A e B da Fig. II.2, acertar suas fases relativas, de forma a recombiná-las com superposição construtiva? Neste caso, a amplitude da onda resultante seria  $\psi_0/\sqrt{2} + \psi_0/\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \psi_0$ , donde a intensidade final do feixe seria  $2I_0$ ,

maior que a do feixe inicial! Será possível? Não, sabemos que não, pois violaria o princípio de conservação de energia. Não se podem recombinar dois feixes dessa maneira simples para obter uma superposição construtiva. Na seção seguinte veremos como se faz para recombinar experimentalmente amplitudes de onda.

## 2. Interferômetro de Mach-Zehnder Clássico

Vamos agora apresentar um arranjo experimental, envolvendo interferência de ondas, parecido com o experimento das duas fendas, mas num certo sentido mais simples. O aparelho em questão chama-se *interferômetro de Mach-Zehnder*.<sup>13</sup>

Para entender o funcionamento deste interferômetro, iremos considerar um feixe de luz como consistindo de ondas em uma dimensão. Um modelo ondulatório razoável para um feixe de luz, gerado por exemplo por uma lanterna, é de que ele consiste de um monte de “trens de onda”. Vamos considerar apenas um destes trens de onda.

O primeiro componente do interferômetro é um “espelho semirrefletor”, que divide o feixe de luz em duas partes, uma transmitida e uma refletida, de igual amplitude (conforme vimos na Fig. II.2). Já vimos que neste caso de divisão de ondas, se a amplitude do feixe inicial é  $\psi_0$ , a do feixe transmitido é  $\psi_0/\sqrt{2}$ , assim como a do feixe refletido.

Além disso, o trem de onda refletido sofre um *deslocamento de fase* em relação ao trem transmitido através do espelho. Adotaremos a regra de que *a cada reflexão ocorre um avanço de  $\frac{1}{4}$  de comprimento de onda ( $\lambda/4$ ) em relação à onda transmitida*. Isso é válido para espelhos semirrefletores que não absorvem luz e que são simétricos.<sup>14</sup>

O esquema do interferômetro de Mach-Zehnder está na Fig. II.3. O feixe inicial passa por um espelho semirrefletor  $S_1$ , que divide o feixe em um componente transmitido ( $A$ ) e um refletido ( $B$ ). Cada componente reflete então dos espelhos  $E_1$  e  $E_2$ , onde sofrem uma defasagem de  $\lambda/2$ . Voltam então a se cruzar no espelho semirrefletor  $S_2$ , rumando então para os detectores (potenciômetros)  $D_1$  e  $D_2$ . O que acontece?

Como cada componente se divide em duas partes em  $S_2$ , poderíamos esperar que cada detector mediria 50% do feixe. Mas não é isso que acontece! Observa-se, quando as distâncias percorridas pelos dois componentes forem exatamente iguais e o alinhamento dos espelhos for perfeito, que 100% do feixe original incide em  $D_1$ , e 0% em  $D_2$ !

Isso acontece devido à superposição construtiva em  $D_1$  e à superposição destrutiva em  $D_2$  (ver Fig. II.1). O feixe  $A$  se aproxima de  $S_2$  com uma amplitude  $\psi_0/\sqrt{2}$  e com um avanço relativo de  $\lambda/2$  (devido a uma reflexão total em  $E_1$ ); o feixe  $B$  se aproxima com mesma amplitude e um avanço de  $3\lambda/4$ , pois sofreu reflexões em  $S_1$  e  $E_2$ . No espelho semirrefletor  $S_2$ , metade do feixe  $A$  é transmitida e metade é refletida, sendo que a mesma coisa ocorre para o feixe  $B$ . Consideremos as partes de  $A$  e de  $B$  que rumam para  $D_2$ . O componente que percorreu o caminho  $A$  passa direto sem reflexão, permanecendo com avanço relativo de  $\lambda/2$ , e passando a ter uma amplitude  $\psi_0/2$  após a divisão da onda; enquanto isso, o componente vindo de  $B$  sofre uma reflexão adicional (em  $S_2$ ), ficando deslocado em  $\lambda$  (equivalente à defasagem nula), com

<sup>13</sup> Este aparelho foi desenvolvido em torno de 1892 independentemente pelo alemão Ludwig Zehnder e pelo austríaco Ludwig Mach, filho de Ernst.

<sup>14</sup> Ver ZEILINGER, A. (1981), “General properties of lossless beam splitters in interferometry”, *American Journal of Physics* 49, 882-3. Em classe, montamos um interferômetro no qual os espelhos semirrefletores são feitos através da deposição de uma fina camada metálica em uma das faces de um vidro transparente. Se a camada estivesse “sandwichada” no meio do vidro, o espelho seria simétrico, mas esse não foi o caso. Além disso, a camada metálica absorve uma pequena parcela da luz incidente. Assim, o avanço do feixe refletido em relação ao transmitido, no experimento montado em classe, não é de  $\lambda/4$ . Mencionaremos outras propriedades do interferômetro didático na seção XII.6.

amplitude  $\psi_0/2$ . Temos assim uma diferença de  $\lambda/2$  entre os componentes de mesma amplitude, o que corresponde a uma superposição destrutiva. Ou seja, as amplitudes que atingiriam  $D_2$  se anulam, e nada é detectado neste potenciômetro. No caso das partes que rumam para  $D_1$ , o componente que vem por  $A$  sofre no total duas reflexões (em  $E_1, S_2$ ), enquanto que o que veio por  $B$  também sofre duas (em  $S_1, E_2$ ). Cada qual tem um deslocamento de fase de  $3\lambda/4$ , e assim não têm nenhuma diferença de fase entre si, resultando em uma superposição construtiva. Como cada um destes componentes que atingem  $D_1$  tem amplitude  $\psi_0/2$ , eles se somam resultando numa amplitude  $\psi_0$ , igual à do feixe incidente!

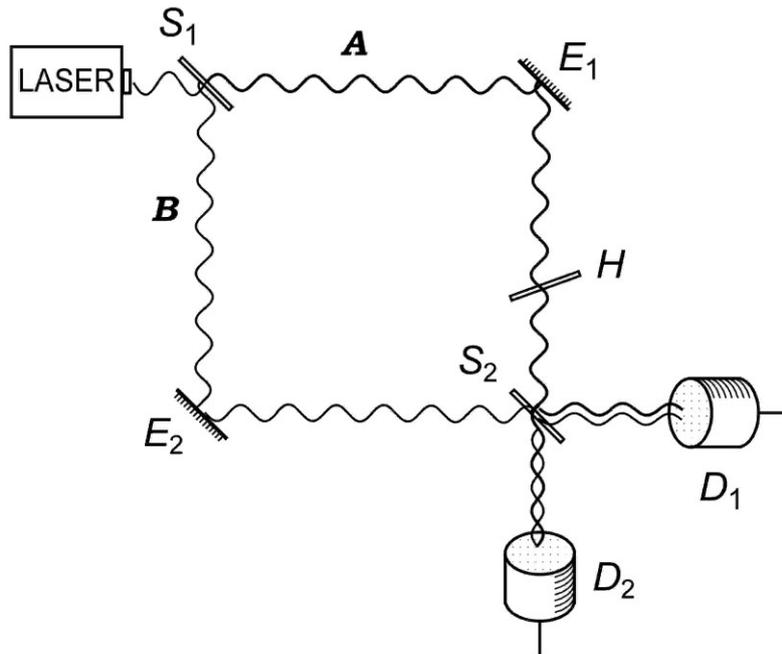


Figura II.3. Interferômetro de Mach-Zehnder.

Podemos agora dissolver o paradoxo mencionado no final da seção anterior notando que só é possível superpor construtivamente dois componentes de onda que rumam em diferentes direções (como os componentes  $A$  e  $B$ ) se os dividirmos e ocasionarmos uma superposição destrutiva de parte dos componentes resultantes.

### 3. Interferometria de um único Fóton

Para transformar o arranjo precedente em um experimento quântico,<sup>15</sup> no qual a dualidade onda-partícula seja relevante, é preciso diminuir a intensidade do feixe até que apenas poucos fótons incidam em  $S_1$  por vez. Além disso, é preciso utilizar detectores sensíveis à presença de um único fóton, como é o caso de uma “fotomultiplicadora”, que tradicionalmente

<sup>15</sup> O primeiro a descrever este experimento para explorar os fundamentos da Física Quântica parece ter sido Albert Einstein, citado nas pp. 62-3 por: BOHR, N. ([1949] 1995), “O debate com Einstein sobre problemas epistemológicos na física atômica”, in *Física atômica e conhecimento humano*, Contraponto, Rio de Janeiro, pp. 41-83. Quem o explorou mais a fundo, como um experimento de escolha demorada, foi WHEELER, J.A. (1983), “Law without Law”, in WHEELER, J.A. & ZUREK, W.H. (orgs.), *Quantum theory and measurement*, Princeton U. Press, pp. 182-213.

possui uma eficiência de 30% (ou seja, cerca de um terço dos fótons que nela incidem geram um sinal amplificado).<sup>16</sup>

Mencionamos que experimentos ópticos com feixes fraquíssimos, de forma que apenas um fóton se encontre por vez dentro do interferômetro, têm sido feitos desde o começo do século XX (a partir de G.I. Taylor). No entanto, em tais experimentos nunca sabemos quando o fóton está chegando no interferômetro. A partir de 1985, porém, tornou-se viável a preparação do que é chamado “estado monofotônico”, ou seja, um pacote de onda que carrega exatamente um quantum de energia e que atinge o interferômetro em um instante bem preciso (dentro dos limites impostos pelo princípio de incerteza).

Uma das maneiras de se fazer isso<sup>17</sup> (Fig. II.4) é direcionando um feixe de laser em um cristal não-linear (como o fosfato monopotássico, sigla KDP) que tem a propriedade de transformar cada fóton incidente em dois fótons<sup>18</sup> (cada qual com aproximadamente metade da energia do incidente) gerados simultaneamente e rumando em direções correlacionadas (processo conhecido como “conversão paramétrica descendente”). Quando um dos fótons do par for registrado em um detector  $D$  (uma fotomultiplicadora), sabe-se com certeza que o outro fóton está se aproximando de uma porta óptica  $P$ , que se abre durante um pequeno intervalo de tempo, deixando o fóton passar. Prepara-se assim um pacote de ondas com exatamente um fóton, cujo tempo de chegada no interferômetro é conhecido.

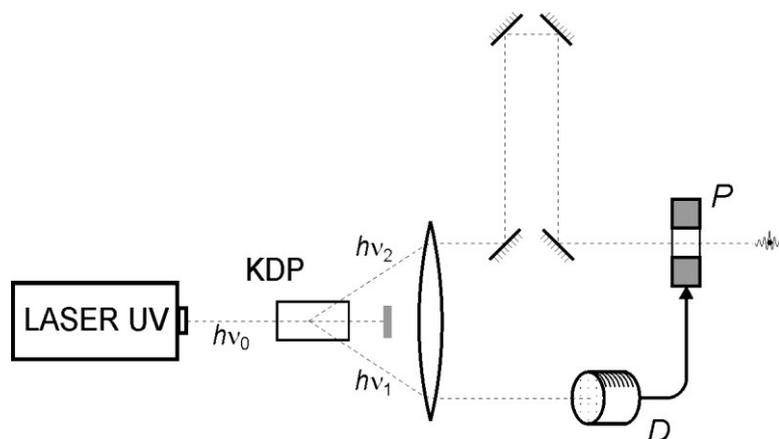


Figura II.4. Preparação de estado monofotônico. Esta preparação seria posicionada antes de  $S_1$ , na Fig. II.3.

<sup>16</sup> Hoje em dia há três classes de detectores de fótons individuais para luz de baixa intensidade: (i) baseados em vácuo, como o tubo fotomultiplicador; (ii) de estado sólido, como o CCD (dispositivo de carga acoplada) e o diodo de avalanche; (iii) baseados em temperatura criogênica, como o detector de nanofio supercondutor. Hoje a eficiência de detecção de fótons pode chegar a 70% em dispositivos de estado sólido a certos comprimentos de onda. Ver ACERBI, F. & PERENZONI, M. (2018), “High sensitivity photodetector for photon-counting applications”, in Britun, N. & Nikiforov, A. (orgs.), *Photon counting: fundamentals and applications*, IntechOpen, London, pp. 39-61.

<sup>17</sup> HONG, C.K. & MANDEL, L. (1986), “Experimental realization of a localized one-photon state”, *Physical Review Letters* 56, 58-60, baseado na proposta de D. Klyshko (1977). Ver também BRAGINSKY, V.B. & KHALILI, F.Y. (1992), *Quantum measurement*, Cambridge U. Press, 1992, p. 5.

<sup>18</sup> Começamos aqui a adotar implicitamente uma interpretação corpuscular, que fala em “fóton” como se fosse um objeto que se propaga como uma partícula. Na seção II.4 isso continua até gerar problemas conceituais!

O interferômetro de Mach-Zehnder para fótons únicos tem o mesmo comportamento que o caso clássico: todos os fótons incidem em  $D_1$ , e nenhum em  $D_2$ ! Tal experimento foi realizado em 1986 em Orsay, na França, por Grangier, Roger & Aspect.<sup>19</sup> Ele exemplifica mais uma vez em que sentido “cada fóton só interfere consigo mesmo”.

#### 4. Por Qual Caminho Rumou o Fóton?

A questão a ser colocada agora é a seguinte. No interferômetro da Fig. II.3, *depois que o fóton passou por  $S_1$ , mas antes de incidir em  $S_2$ , em qual caminho ele se encontra, em  $A$  ou em  $B$ ?*

Vamos supor que o fóton se encontra em  $A$ , e não em  $B$ . Isso pode ser realizado experimentalmente retirando-se o espelho semi-refletor  $S_1$  de seu lugar (Fig. II.5a). Nesse caso, o fóton incide em  $S_2$ , e pode ser detectado *ou* em  $D_1$  (50% de probabilidade<sup>20</sup>) *ou* em  $D_2$  (50%), não ocorrendo nenhuma interferência de componentes. Se supusermos que o fóton inicialmente rumou por  $B$ , e não por  $A$  (realizado pela substituição de  $S_1$  por um espelho de reflexão total, Fig. II.5b), também teríamos 50% de chance de detectá-lo em  $D_2$ .

Agora, se o fóton estivesse *ou* em  $A$  *ou* em  $B$ , continuaríamos a ter uma probabilidade de 50% de detectar o fóton em  $D_2$ . Isso segue da própria definição do conectivo lógico “ou”: se em  $A$  é 50% e em  $B$  é 50%, então em “ $A$  ou  $B$ ” tem que ser 50%. No entanto, vimos que no experimento da Fig. II.3, para um único fóton, a probabilidade de o fóton atingir  $D_2$  não é 50%, é 0%! Logo, *é falsa a afirmação de que o fóton está ou em  $A$  ou em  $B$* !

Isso é incrível! Vimos na seção I.3 que a luz é detectada na forma de partículas, e esperaríamos que tais partículas existissem durante a propagação da luz, seguindo trajetórias bem definidas (mesmo que desconhecidas). No entanto, parece que chegamos à conclusão de que os fótons não seguem trajetórias bem definidas. Como sair desse impasse?

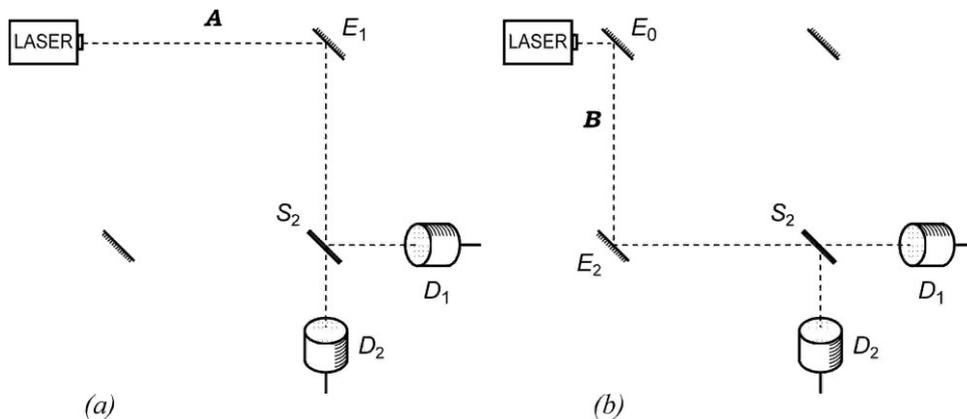


Figura II.5. Versões do interferômetro nos quais os fótons rumam por um caminho conhecido: (a) Espelho semirrefletor  $S_1$  é removido; (b)  $S_1$  é substituído por um espelho de reflexão total.

<sup>19</sup> GRANGIER, P.; ROGER, G. & ASPECT, A. (1986), “Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: a new light on single-photon interferences”, *Europhysics Letters* 1, 173-9.

<sup>20</sup> A rigor, probabilidades são definidas entre 0 e 1, mas no texto muitas vezes as exprimiremos em termos de porcentagens.

Há um punhado de saídas possíveis. Consideremos cinco delas, que seguem as interpretações simplificadas apresentadas anteriormente:

(1) *Interpretação Ondulatória*. Talvez o fóton possa se dividir simetricamente em dois “meio-fótons” no primeiro espelho semirrefletor  $S_1$ . Em outras palavras, teríamos um pacote de onda que se dividiria em duas partes em  $S_1$ , e estes se recombinariam em  $S_2$ , conforme prevê a Física Ondulatória Clássica. O problema seria explicar por que em outros experimentos nunca detectamos meio fótons (voltaremos a isso na seção III.1).

(2) *Interpretação Corpuscular*. Conforme vimos acima, não dá para supor que o fóton segue um dos caminhos e nada vai pelo outro. Qualquer visão corpuscular tem extrema dificuldade em explicar fenômenos ondulatórios. Uma saída possível, porém, seria argumentar que a lógica ao nível quântico é de tipo “não clássica”. Se o conectivo “ou” fosse definido de maneira diferente, o raciocínio poderia ser invalidado.

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Talvez o objeto quântico seja constituído por duas partes: o corpúsculo fóton e a sua onda associada. Assim, o fóton de fato seguiria uma trajetória, por  $A$  ou por  $B$ , mas simultaneamente a sua onda associada se dividiria em duas partes iguais, uma rumando por  $A$  e outra por  $B$ . Como já mencionamos, o corpúsculo seria um “surfista” que só pode navegar onde há ondas. Como as ondas se cancelam em direção ao detector  $D_2$ , o fóton é obrigado a surfar para  $D_1$ . Notamos que esta interpretação escapa do impasse do início desta seção, mesmo afirmando que o fóton está ou em  $A$  ou em  $B$ , ao postular que há algo (uma onda) no outro caminho (o que não é suposto nas situações da Fig.II.5).

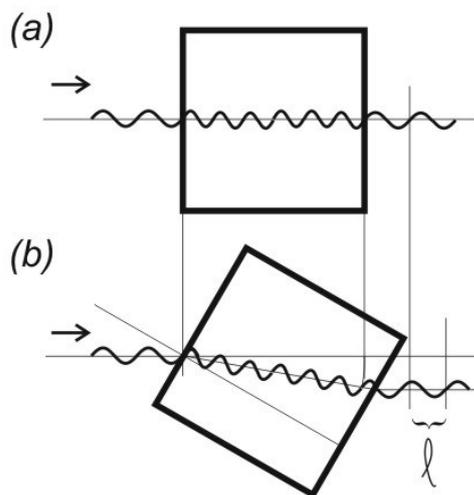
(4) *Interpretação da Complementaridade*. Um fenômeno pode ser ondulatório ou corpuscular, nunca os dois ao mesmo tempo. O experimento examinado exhibe franjas de interferência temporal, com a variação da fase de um dos caminhos (ver seção seguinte), e portanto é um fenômeno ondulatório; assim, *não tem sentido* perguntar onde está o fóton.

(5) *Interpretação Instrumentalista*. Não tem sentido ficar perguntando sobre a realidade por trás das medições; o conceito de “realidade” só atrapalha. A Teoria Quântica é estranha mesmo, mas suas previsões estatísticas estão todas corretas, e é isso que basta.

## 5. Variando a Fase de um Componente

Considerando o interferômetro de Mach-Zehnder, se um pedaço fino de vidro  $H$  fosse inserido no caminho  $A$  (ver Fig. II.3), o componente que o atravessa sofreria um deslocamento de fase. Isso ocorre porque no vidro a luz viaja a uma velocidade mais baixa, resultando em um comprimento de onda menor (a frequência da luz não muda:  $v \cdot \lambda = V$ ) (Fig. II.6)

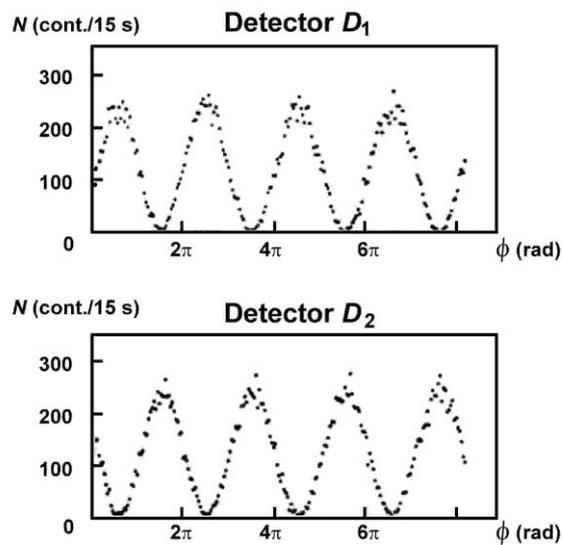
Figura II.6. (a) Luz monocromática incide em uma lâmina de vidro de índice de refração  $n=1,5$ , significando que a velocidade da luz no vidro é 1,5 menor do que no vácuo. Dado que a frequência da luz  $\nu$  se mantém constante, seu comprimento de onda  $\lambda$  diminui em 1,5. (b) Ao inclinar a lâmina, a refração faz com que a luz tenha um caminho óptico maior dentro da lâmina, o que acaba alterando a fase da onda que sai da lâmina, em relação ao caso inicial. No exemplo, indica-se a diferença  $\ell$  entre os pontos de ascensão das ondas, de tal forma que a defasagem é  $\Delta\phi = 2\pi \ell / \lambda$ .



A espessura e a orientação deste vidro podem ser escolhidas de forma que o avanço relativo em  $H$  seja, por exemplo, de  $\lambda/2$ . Neste caso, a defasagem adicional  $\Delta\phi$  no caminho  $A$  é de  $\frac{1}{2}$  ciclo, ou seja  $\pi$  radianos (ou  $180^\circ$  graus). O que aconteceria neste caso? Considerando as ondas da Fig. II.3, só que agora com o feixe  $A$  chegando em  $S_2$  com um avanço relativo de  $\lambda/2$ , vê-se que a superposição construtiva passa a acontecer nos componentes rumando para  $D_2$ , e a destrutiva nos componentes indo para  $D_1$  (basta imaginar que o trem de onda mais grosso que aparece na figura é deslocado em  $\frac{1}{2}$  comprimento de onda).

De fato, se a defasagem introduzida no componente  $A$  variar continuamente, obteremos uma variação na intensidade (número de fótons) detectada em cada detector que varia entre zero e um máximo, de acordo com  $\cos^2\phi$  (ou  $\sin^2\phi$ ), onde  $\phi$  é o deslocamento de fase introduzido no caminho  $A$ . Foi exatamente isso que Grangier, Roger & Aspect observaram no experimento em que os fótons entravam um de cada vez no interferômetro (Fig. II.7).

Figura II.7. Resultados de Grangier et al. (ref. 19) para o número de fótons contados em cada detector a cada 15 segundos, em função da defasagem  $\phi$  no caminho  $A$ .



## COMPLEMENTARIDADE DE ARRANJOS EXPERIMENTAIS

### 1. “Fenômeno” Corpuscular

Examinando o efeito fotoelétrico, é possível concluir que nunca se detectam “meio fótons”. Esta conclusão pode também ser obtida por meio de um experimento de “anticorrelação”. Primeiro prepara-se um estado monofotônico de energia  $h\nu_0$  (Fig. II.4), e lança-se este fóton contra um espelho semirrefletor  $S_1$ . Dois detectores  $D_1$  e  $D_2$  sensíveis a um largo espectro de energia (incluindo  $h\nu_0/2$ , para a eventualidade de se detectar meio fóton) são inseridos em cada um dos caminhos possíveis (Fig. III.1). Observa-se então que sempre que o fóton é detectado em  $D_1$ , nada é detectado em  $D_2$  (e vice-versa). Isso indica de maneira direta que o quantum de luz não se divide em duas partes que possam ser simultaneamente detectadas.

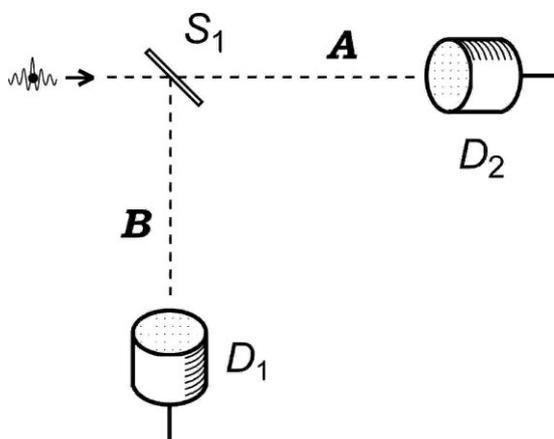


Figura III.1. Experimento de anticorrelação, realizado por Grangier et al. (nota 19).

Na verdade, às vezes ocorrem contagens em coincidência (dentro de uma janela de 1 segundo, por exemplo), mas isso é devido à presença ocasional de dois fótons no pacote de onda incidente. Tal coincidência ocorre em taxas bastante baixas.<sup>21</sup> Também este experimento foi realizado por Grangier, Roger & Aspect, em 1986. A dificuldade em realizá-lo se deve à preparação do estado monofotônico (que vimos na seção II.3).

O experimento visto acima é um exemplo do que Niels Bohr chamava de “fenômeno” corpuscular. Pomos aspas na palavra *fenômeno* porque para Bohr ela tinha um significado diferente do usual em Filosofia. Normalmente, fenômeno designa qualquer coisa que aparece para a nossa percepção. Para Bohr, a partir de 1935, ele designa a “totalidade” que inclui o objeto quântico e a aparelhagem experimental. Além disso, um “fenômeno” só se completa quando o experimento termina, quando um resultado experimental é registrado em nível macroscópico.

<sup>21</sup> Na prática, o problema é comparar as taxas de contagem  $p_1$  e  $p_2$  nos detectores com a taxa de detecção em coincidência  $p_{12}$ . Se as coincidências fossem acidentais,  $p_{12} = p_1 + p_2$  (luz de laser, caso “poissoniano”). No caso ondulatório clássico,  $p_{12} > p_1 + p_2$  (luz caótica, com efeitos de “condensação”). Neste experimento de anticorrelação, verifica-se que  $p_{12} < p_1 + p_2$ , ou seja, a detecção de um fóton em um detector diminui as chances de medir outro no outro detector.

Agora, por que o “fenômeno” descrito acima é corpuscular? Não é porque o fóton é detectado como uma quantidade discreta e bem localizada de energia, pois isto ocorre também em fenômenos ondulatórios. O fenômeno é chamado “corpuscular” porque, após detectarmos um fóton, podemos dizer com segurança qual *trajetória* ele seguiu.

Vejamus uma outra versão do experimento acima, obtido a partir do interferômetro de Mach-Zehnder. Considere a aparelhagem representada na Fig. II.3, mas com o espelho semirrefletor  $S_2$  retirado. O arranjo resultante (Fig. III.2) é quase idêntico ao que vimos acima. Se registramos um “clique” em  $D_1$ , podemos inferir que o fóton veio pelo caminho  $B$ ; se o “clique” for registrado em  $D_2$ , a trajetória inferida é  $A$ . Eis um fenômeno corpuscular!

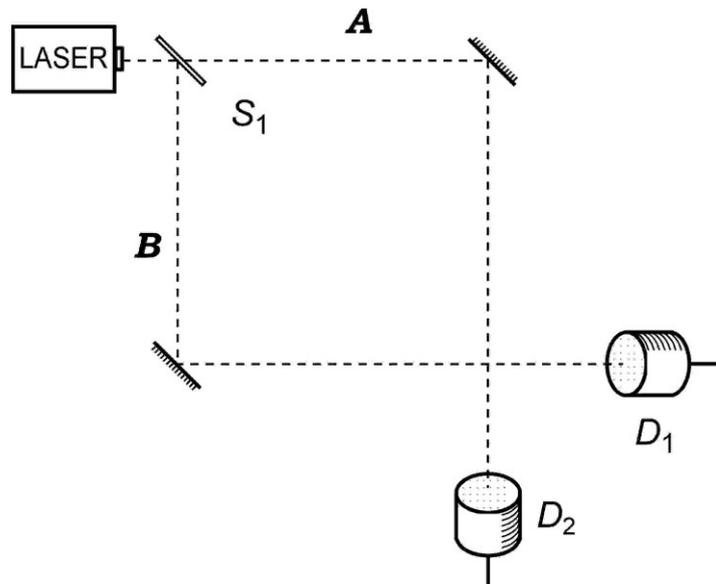


Figura III.2. Fenômeno corpuscular obtido a partir do interferômetro de Mach-Zehnder, retirando-se  $S_2$ .

Vejamus como as diferentes interpretações analisam este experimento simples.

(1) *Interpretação Ondulatória.* Após atravessar  $S_1$ , o pacote de onda associado ao fóton se divide em dois, o que pode ser expresso por uma função de onda do tipo  $\psi_A + \psi_B$ . Porém, ao detectar-se o fóton em  $D_1$ , por exemplo, a probabilidade de detecção em  $D_2$  torna-se nula instantaneamente! O estado inicial é reduzido, neste caso, para  $\psi_B$ . Como, nesta interpretação, o estado corresponde a uma onda de probabilidade “real”, conclui-se que ocorreu um processo de *colapso* do pacote de onda.

(2) *Interpretação Corpuscular.* Neste caso a explicação é direta: a partícula simplesmente seguiu uma das trajetórias possíveis, indo parar em  $D_1$  ou  $D_2$ . Não é preciso falar em “colapso”.

(3) *Interpretação Dualista Realista.* Esta visão também considera que, após  $S_1$ , a partícula seguiu uma das trajetórias  $A$  ou  $B$ , incidindo então no detector correspondente. Mas existiria também uma onda associada, que se dividiu em duas partes. A parte não detectada constituiria uma “onda vazia” que não carrega energia e não pode ser detectada. Há quem critique esta proliferação de entidades (as ondas vazias), mas em experimentos simples isso não leva a nenhuma consequência observacional indesejável. Outra crítica é feita à noção de que a onda vazia não carrega energia, só informação; para contornar esta crítica, pode-se postular que a energia associada à onda vazia tem um valor muitíssimo menor do que aquela associada ao corpúsculo, da ordem por exemplo da energia de ponto zero do vácuo quântico.

(4) *Interpretação da Complementaridade.* Completada a medição, essa interpretação considera o fenômeno como sendo corpuscular. O fóton pode assim ser considerado uma partícula que seguiu uma trajetória bem definida. Tal inferência com relação à trajetória passada do quantum detectado é conhecida como “retrodição” (voltaremos a ela na seção X.7).

(5) *Interpretação Instrumentalista*. A descrição matemática do experimento pode ser feita na “representação de Schrödinger”, que a interpretação ondulatória considera ser a descrição real do sistema, ao passo que a visão instrumentalista considera como sendo apenas uma descrição *matemática* e nada mais. O importante nesta análise é a situação que ocorre quando o pacote de onda monofotônico atinge o semi-espelho  $S_2$  (ver Fig. III.4c): se houver semi-espelho, há interferência e a notação matemática indica que o pacote ruma para  $D_1$  (mas nada se diz sobre o que acontece na realidade). Se não houver o semi-espelho, como na Fig. III.2, haverá uma amplitude de probabilidade incidindo em cada detector (segundo a representação matemática, nada se falando sobre a realidade), e a probabilidade de detecção em cada medidor será  $\frac{1}{2}$ . Pode-se falar em “redução de estado” para descrever a alteração da representação de estado que se segue a uma medição (neste caso, o fóton é absorvido e desaparece, então não há propriamente uma “redução”), mas não faz sentido dizer que ocorre um colapso de uma onda-de-probabilidade real, como defende a interpretação ondulatória realista. Assim, o aspecto “não local” (praticamente instantâneo) do colapso da onda não é um problema para a visão instrumentalista, pois a alteração abrupta do estado quântico é algo que ocorre apenas no formalismo teórico, refletindo uma aquisição de conhecimento que se segue à medição.

## 2. Dualidade Onda-Partícula: versão forte

Um fenômeno é *corpuscular* quando podemos inferir, após completada a medição, qual foi a trajetória do quantum detectado. O fenômeno envolvendo o interferômetro de Mach-Zehnder para um único fóton (seções II.2 e 3) *não* é corpuscular, pois não se pode em princípio dizer, de um fóton detectado em  $D_1$ , se seguiu pelo caminho  $A$  ou por  $B$ .

Um fenômeno *ondulatório* é aquele em que aparece um padrão de interferência, com a variação da fase relativa entre os caminhos. Já vimos um padrão espacial, no experimento da dupla fenda (Fig. I.1), e também um temporal, no interferômetro de Mach-Zehnder (Fig. II.7). Outro critério para se identificar um fenômeno ondulatório seria a existência de interferência destrutiva, como na Fig. II.3 (defronte de  $D_2$ ), mas veremos mais para frente, com o interferômetro de Unruh, que este critério nem sempre é válido.

É um fato empírico notável que um experimento não pode ser ao mesmo tempo corpuscular e ondulatório. Eis então a versão que Bohr deu para a *dualidade onda-partícula*, que chamaremos de “versão forte” (ou “complementaridade de arranjos experimentais”):

*Um sistema quântico ou exhibe aspectos corpusculares (podendo-se inferir trajetórias bem definidas no passado), ou aspectos ondulatórios (como a formação de um padrão de interferência), dependendo do arranjo experimental, mas nunca ambos ao mesmo tempo.*

Essas não são as palavras de Bohr, mas exprimem a sua noção de que onda e partícula são aspectos mutuamente excludentes, mas *complementares*, da natureza. Ou seja, para representar um objeto quântico como um elétron, ou um fóton, podemos encará-lo ou como partícula, para certas situações experimentais, ou como onda, para outras situações. Segundo Bohr, é impossível montar um arranjo experimental que exhiba simultaneamente esses dois aspectos da natureza (por isso é que são *mutuamente excludentes*). Porém, só podemos compreender um objeto quântico de maneira completa, segundo ele, quando levamos em conta esses dois aspectos complementares.

Para Bohr, essa situação exprime uma limitação fundamental que existe em nossa linguagem, e em nossa capacidade de representar pictoricamente o mundo. Nossa linguagem é

adequada para descrever objetos macroscópicos, como um aparelho de medição, e serve para nos comunicarmos com outros humanos, por exemplo informando que obtivemos um determinado resultado experimental. Porém, através de nossa linguagem não conseguimos representar um objeto quântico em um “quadro único”: precisamos de descrições complementares (voltaremos a este assunto na seção XI.2).

Mas o “fenômeno” que chamamos ondulatório não envolve a detecção de fótons individuais, evidenciando a existência de corpúsculos indivisíveis? Sim, mas vimos (seção I.4) que, para Bohr, a detecção de fótons individuais é consequência da “indivisibilidade dos processos atômicos”, e não do princípio de complementaridade.

### 3. Experimento da Escolha Demorada

Ao estudarmos o interferômetro de Mach-Zehnder, vimos que a única diferença entre os fenômenos ondulatório e corpuscular que descrevemos (Figs. II.3 e III.2) é a presença ou não do espelho semirrefletor  $S_2$ . Até que instante o cientista pode escolher entre deixar ou retirar  $S_2$ , de forma a fazer o fenômeno ser ondulatório ou corpuscular? Pode ele esperar o fóton (pacote monofotônico) passar pelo primeiro espelho semirrefletor ( $S_1$ ) para daí então escolher qual fenômeno vai acontecer? Sim! Tal escolha pode ser feita até o instante logo antes de o pacote de onda associado ao fóton chegar a  $S_2$ .

Este *experimento de escolha demorada* usando o interferômetro de Mach-Zehnder foi estudado pelo físico estadunidense John Wheeler, a partir de 1978. Já em 1931, porém, o alemão Carl von Weizsäcker havia descrito um experimento deste tipo, usando a ideia do microscópio de raios gama de Werner Heisenberg.<sup>22</sup>

Para examinarmos este experimento, consideremos alguns instantes temporais ao longo do percurso do fóton, na montagem da Fig. III.3. No instante  $t_1$ , o fóton incide em  $S_1$ ; em  $t_2$ , ele se encontra dentro do interferômetro; em  $t_3$  ele passa pela posição do espelho semirrefletor  $S_2$ ; em  $t_4$  ele se aproxima do detector; em  $t_5$  ele gera um sinal macroscópico no osciloscópio.

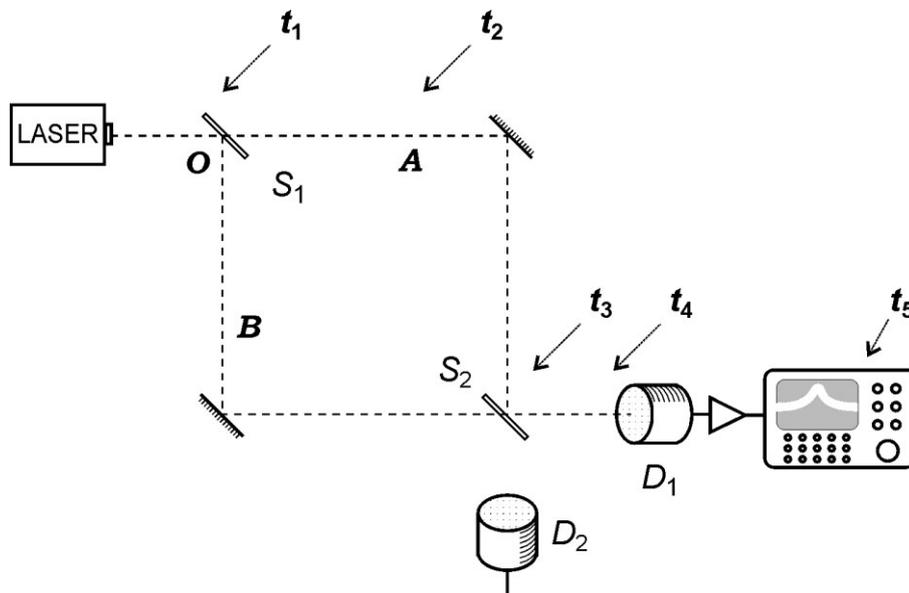


Figura III.3. Desenho do interferômetro, indicando-se diferentes instantes temporais. (Neste arranjo, nenhuma luz é detectada em  $D_2$ , e o correspondente osciloscópio é ignorado.)

<sup>22</sup> Ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seção XII.5.

A Fig. III.4 representa a situação segundo a interpretação ondulatória realista. O que diz a interpretação da complementaridade no instante  $t_2$ , quando o pacote monofotônico está dentro do interferômetro? Nada! Não se pode dizer nem que o fenômeno quântico é ondulatório, nem que ele é corpuscular. Só no instante  $t_3$ , dependendo se o espelho  $S_2$  estiver colocado ou não, é que ocorrerá interferência ou não. A rigor, só quando o fenômeno se completa, e um registro macroscópico é obtido no aparelho de medição, no instante  $t_5$ , é que se pode dizer qual é o fenômeno (onda ou partícula), e que se pode dizer o que estava acontecendo no passado, no instante  $t_2$ !

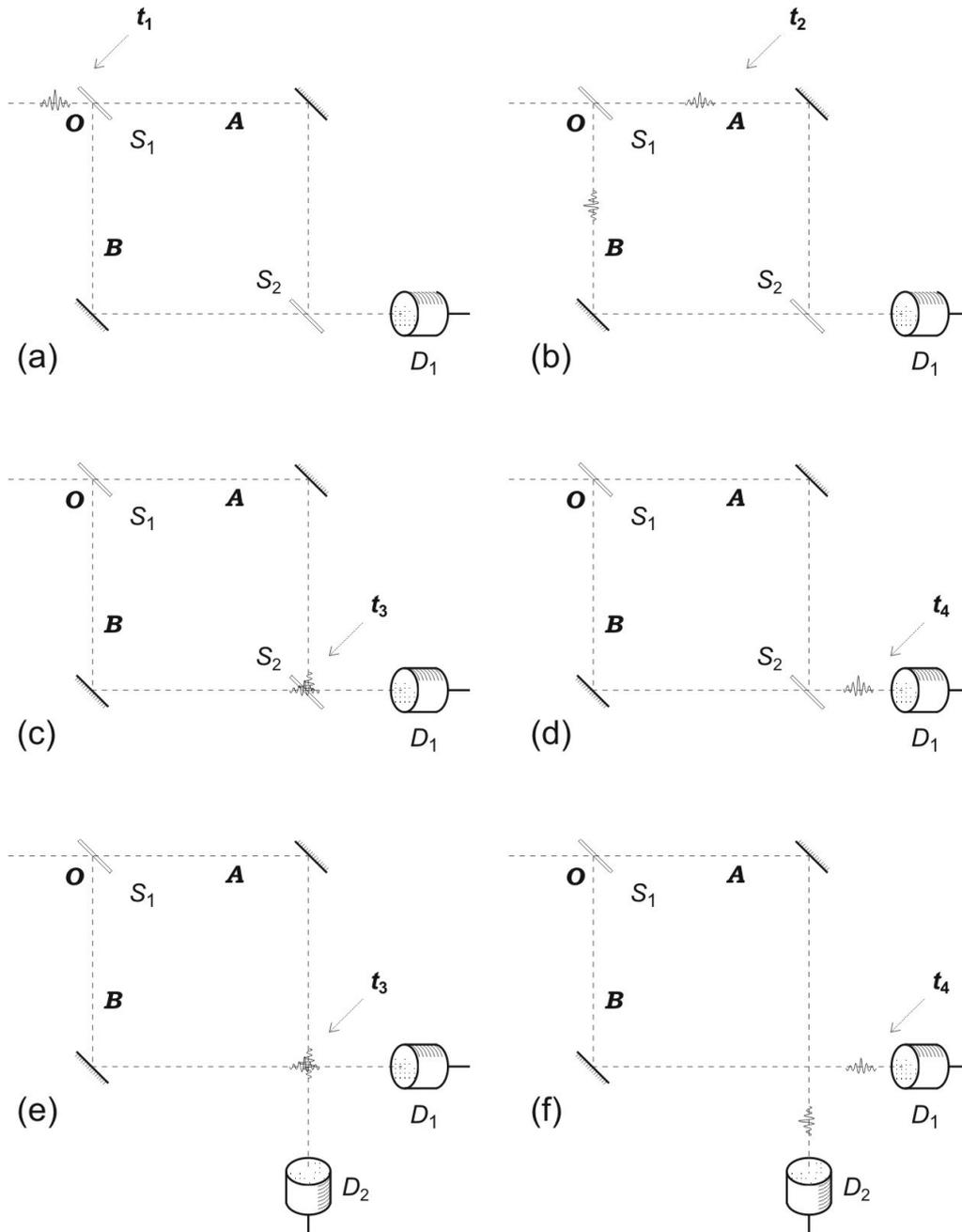


Figura III.4. Posição do pacote monofotônico, no experimento da escolha demorada. (a) Em  $t_1$ , pacote se aproxima de  $S_1$ . (b) Em  $t_2$ , pacote divide-se nos caminhos  $A$  e  $B$ , segundo a interpretação ondulatória realista. (c) Em  $t_3$ , com a presença de  $S_2$ , as duas amplitudes de onda interferem. (d) Em  $t_4$ , pacote rumo para o detector  $D_1$ . (e) Sem a presença de  $S_2$ , as duas amplitudes passam pela mesma região sem haver alteração de seu movimento. (f) As ondas de probabilidade se aproximam dos detectores.

Este experimento exemplifica bem a aplicação da interpretação da complementaridade. Só se pode falar algo sobre o objeto quântico após se obter um resultado experimental. Mesmo que em  $t_3$  o espelho não esteja presente, o fenômeno (em  $t_4$ ) ainda não se constituiu como corpuscular. Pois é possível que em  $t_4$  alguém (um demônio veloz) coloque espelhos de forma a recombinar as componentes, resultando em um fenômeno ondulatório. Só com o registro macroscópico é que esta possibilidade pode ser excluída.

O experimento da escolha demorada no interferômetro de Mach-Zehnder foi realizado em torno de 1984 por dois grupos, Alley et al., na Universidade de Maryland, e Hellmuth et al., no Instituto Max Planck, perto de Munique.<sup>23</sup> A montagem experimental deste segundo grupo está representada na Fig. III.5. Nela, o segundo espelho semirrefletor permanece imóvel, e uma célula de Pockels é introduzida em um dos caminhos, seguida de um polarizador. Utilizando um pulso de laser polarizado, a célula de Pockels é capaz de girar em  $90^\circ$  a polarização linear do pulso.

Assim, quando este dispositivo de óptica não-linear é acionado por uma tensão elétrica (o que demora apenas 4 nanossegundos), o pulso de luz é girado e subsequentemente bloqueado pelo polarizador que se segue à célula. Ou seja, com a célula ligada, o caminho *A* é bloqueado, e temos um comportamento corpuscular; com a célula desligada, ocorre a interferência típica do comportamento ondulatório. No experimento em questão, fibras ópticas foram usadas para aumentar cada um dos caminhos, de forma que a escolha de se ligar ou não a célula de Pockels pôde ser feita 5 nanossegundos depois que o pulso passou pelo primeiro espelho semirrefletor.

Nesse mesmo trabalho, o grupo de Hellmuth et al. também realizou um interessante experimento de escolha demorada envolvendo “batimentos quânticos”.<sup>24</sup>

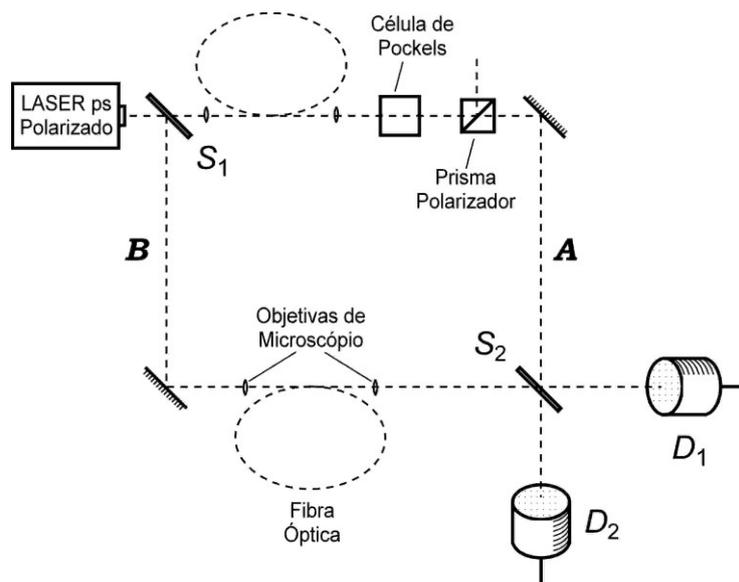


Figura III.5. Realização prática do experimento de escolha demorada, por Hellmuth et al. (1987).

<sup>23</sup> Resultados preliminares de ambos os trabalhos foram apresentados em uma conferência no Japão, em 1983. ALLEY, C.O.; JAKUBOWICZ, O.; STEGGERDA, C.A. & WICKES, W.C. (1984), “A delayed random choice quantum mechanics experiment with light quanta”, in *Proceedings of the International Symposium Foundations of Quantum Mechanics in the Light of New Technology*, Physical Society of Japan, Tokyo, pp. 158-64. O trabalho mais completo do grupo alemão é: HELLMUTH, T.; WALTHER, H.; ZAJONC, A. & SCHLEICH, W. (1987), “Delayed-choice experiments in quantum interference”, *Physical Review A* 35, 2532-41. Para uma discussão histórica deste episódio, ver BROMBERG, Joan L. (2008), “New instruments and the meaning of quantum mechanics”, *Historical Studies in the Natural Sciences* 38, 325-52.

<sup>24</sup> Ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seção XIII.2.

#### 4. Atualização do Passado no Presente

Na seção anterior, vimos como a interpretação da complementaridade descreve o experimento de escolha demorada, proibindo que se fale algo sobre o fenômeno no instante  $t_2$ . Isto porém não ocorre com as interpretações realistas.

De acordo com a interpretação ondulatória, em  $t_2$  o pacote de onda se divide entre duas posições (no caminho  $A$  e no  $B$ ); o que ocorre no futuro (em  $t_3$ ) em nada afeta a realidade em  $t_2$ . O mesmo ocorre com a interpretação dualista realista. A Tabela III.1 resume como cada uma dessas três interpretações descreve esse experimento de escolha demorada.

No antirrealismo sóbrio de Bohr, os atributos “onda” e “corpúsculo” referem-se a quadros clássicos que utilizamos para representar um fenômeno experimental, e não a alguma espécie de realidade (trata-se de uma visão “epistêmica”). Ao explorar o experimento de escolha demorada, porém, Wheeler injetou uma dose de realismo na interpretação da complementaridade, pois passou a considerar que “onda” ou “corpúsculo” descrevem diretamente diferentes realidades (uma visão mais “ontológica”). Ao fazer isso, Wheeler chegou a uma conclusão que chamou a atenção da imprensa de divulgação científica mundial: apenas quando o “observador participante” decide se o fenômeno será corpuscular ou ondulatório é que a realidade passada adquire uma existência “atualizada”; antes disto, é como se o passado não existisse!

Em suas palavras: “É errado pensar naquele passado como ‘já existindo’ em todos os detalhes. O ‘passado’ é teoria. O passado não tem existência enquanto ele não é registrado no presente. Ao decidirmos quais perguntas o nosso equipamento quântico de registro irá fazer no presente, temos uma escolha inegável sobre o que temos o direito de perguntar sobre o passado.”<sup>25</sup>

Que estranho! Segundo esta versão mais realista da interpretação da complementaridade, no mundo da Física Quântica, pode acontecer de *o passado se atualizar apenas no presente!* Numa variação desta versão realista da complementaridade, afirma-se que o fóton “pode dizer de antemão” se o espelho  $S_2$  estará posicionado ou não, ou que ele “sabe como deve se comportar” antes de mesmo de entrar no interferômetro.<sup>26</sup>

Encontramos com isso uma “anomalia” conceitual da interpretação da complementaridade: às vezes ela se cala sobre o presente (em  $t_2$ , por exemplo), para posteriormente (em  $t_3$ ) se referir ao passado (em  $t_2$ ) de maneira definida. Na versão de Wheeler, a anomalia é ainda mais radical: o passado pode passar a existir apenas no presente. Essas propriedades estranhas não surgem nas interpretações realistas, conforme já vimos. As anomalias destas visões são de outra ordem. A interpretação ondulatória necessita de colapsos não-locais; a dualista realista introduz ondas vazias; e a interpretação corpuscular só consegue explicar fenômenos ondulatórios através de estranhos mecanismos ou apelando para uma lógica não-clássica.

Já a interpretação instrumentalista compartilha da atitude bohriana de só falar da realidade do que é medido, associando ao experimento uma descrição matemática (exprimindo as situações apresentadas na Fig. III.4 de maneira formal), mas tal descrição é apenas isso: uma representação teórica. Não há também preocupação sobre se o fenômeno é ondulatório ou corpuscular, pois o formalismo por si só já dá conta de fornecer as frequências relativas esperadas em cada detector.

<sup>25</sup> WHEELER (1983), op. cit. (nota 15), p. 194. O artigo original e mais extenso é: WHEELER, J.A. (1978), “The ‘past’ and the ‘delayed-choice’ double-slit experiment”, in Marlow, A.R. (org.), *Mathematical foundations of quantum theory*, Academic, New York, pp. 9-48.

<sup>26</sup> HAWKES, N. (1995), “Need a light on the subject?”, *The Times*, London, 13 de março, p. 16. O texto deste jornalista aparece traduzido no livro *Conceitos de física quântica*, vol. 1, 2003, p. 177.

	COMPLEMENTARIDADE		DUALISMO REALISTA		ONDULATÓRIA	
$t_1$	Fóton está em $O$ .		Partícula e pacote da onda piloto estão em $O$ .		Pacote de onda está em $O$ .	
$t_2$	----- (nada pode-se dizer)		Onda piloto se divide em duas, e partícula segue por um caminho, $A$ ou $B$ .		Pacote de onda se divide em dois componentes, $A$ e $B$ .	
$t_3$	Escolhemos <u>pôr</u> ou <u>retirar</u> $S_2$ . ↓                    ↓		Escolhemos <u>pôr</u> ou <u>retirar</u> $S_2$ . ↓                    ↓		Escolhemos <u>pôr</u> ou <u>retirar</u> $S_2$ . ↓                    ↓	
$t_5$	FENÔMENO ONDULAT. Detecção em $D_1$ .	FENÔMENO CORPUSC. Detecção em $D_1$ ou $D_2$ .	Detecção da partícula em $D_1$ .	Detecção da partícula em $D_1$ ou $D_2$ , com onda vazia no outro.	Detecção em $D_1$ .	Detecção em $D_1$ ou $D_2$ , com colapso não-local no outro.
$t_5$	Podemos considerar que em $t_2$ havia uma onda.	Podemos considerar que em $t_2$ havia uma partícula em $B$ ou $A$ .	Passado não muda!	Passado não muda!	Passado não muda!	Passado não muda!

Tabela III.1. O experimento de escolha demorada segundo diferentes interpretações. Para simplificar, a situação em  $t_4$  foi omitida.

## MEDIÇÕES DE TRAJETÓRIA

### 1. Medições de Trajetória no Interferômetro

Por que, em um fenômeno ondulatório como o da Fig. II.3 (interferômetro de Mach-Zehnder), não tentamos medir por onde passa o fóton por meio de um detector supersensível, que não provoque distúrbio apreciável no fóton?<sup>27</sup>

Essa situação está representada na Fig. V.1. A cada fóton que entra no interferômetro, podemos determinar se ele incide ou não no detector  $D_3$ . Se o medirmos ali, vemos que ele tomou o caminho  $A$ ; senão, inferimos que ele foi por  $B$  (experimento de resultado nulo). Temos assim conhecimento sobre a trajetória do fóton, e o fenômeno é *corpuscular*. As probabilidades de incidir em  $D_1$  e em  $D_2$  são 50%. Mas se o detector  $D_3$  fosse tão tênue que não provocasse distúrbio algum nos fótons? Será que continuaríamos a ter interferência em  $S_2$ , e todos os fótons terminariam em  $D_1$ , de maneira consistente com um modelo ondulatório? Se isso fosse possível, teríamos violado a versão forte da dualidade onda-partícula, pois teríamos conhecimento de trajetória juntamente com interferência!

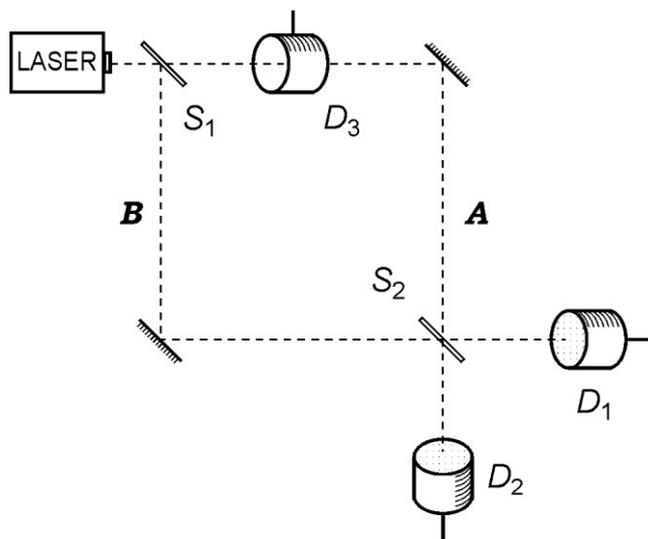


Figura IV.1. Medição não-destrutiva do caminho pelo qual ruma o fóton

Mas não é isso que acontece. O que ocorre é que mesmo com a presença do mais delicado detector possível no caminho  $A$ , a interferência deixa de ocorrer após  $S_2$ ! Com a determinação do caminho dos fótons, eles deixam de interferir como ondas coerentes, e passam a ser detectados tanto em  $D_1$  (50%) quanto em  $D_2$  (50%)! Como as diferentes interpretações que já introduzimos explicariam este acontecimento? Por que a interferência desaparece quando se medem trajetórias?

<sup>27</sup> O conceito de “medição de não-demolição” foi desenvolvido por Braginski & Vorontsov em 1975 (ver seção X.6). A ideia básica é que o distúrbio do aparelho de medição sobre o objeto quântico seja dirigido para o observável conjugado àquele que se deseja medir. No caso da luz, o operador associado ao número de fótons é conjugado ao operador da fase da onda; assim, uma medição de não-demolição do número de fótons envolverá uma grande incerteza na fase da onda. Para uma resenha atualizada, ver XIA, K. (2018), “Quantum non-demolition measurement of photons”, in Britun, N. & Nikiforov, A. (orgs.), *Photon counting: fundamentals and applications*, IntechOpen, London, pp. 65-80.

(1) *Interpretação Ondulatória*. Uma maneira simples de se explicar o que acontece nesta situação é fazer uso da noção de “colapso”, que mencionamos na seção III.2 e exploraremos no Cap. VI. Sempre que uma medição é realizada, e um resultado obtido, a onda  $\psi$ , previamente espalhada, sofre uma redução súbita, passando a se localizar próximo de onde ela foi detectada (formando um “pacote de onda” semelhante a uma partícula). Assim, se o detector  $D_3$  registrar um fóton, a onda some no caminho  $B$ ; se  $D_3$  não registrar nada, a onda some em  $A$  e passa a existir só em  $B$ . Em ambos os casos, recai-se nas situações da Fig. II.5, e a probabilidade de detecção em cada detector passa a ser 50%. Schrödinger não gostava deste tipo de explicação envolvendo colapsos, e neste caso poderia usar a explicação envolvendo a “perda de coerência” dada pelas interpretações dualistas, que veremos a seguir. (No entanto, a noção de colapso continua sendo necessária, nesta interpretação, para o fenômeno corpuscular da Fig. III.1.)

(2) *Interpretação Corpuscular*. Esta visão já tem dificuldades em explicar a interferência para um elétron ou fóton único, quanto mais para explicar o presente problema! Os detectores simplesmente revelam as posições pré-existentes das partículas. Mas por que a interferência desaparece? Não basta supor que o detector  $D_3$  provoca uma alteração no movimento do fóton, pois mesmo quando o fóton ruma por  $B$  a interferência desaparece (veremos mais sobre este “experimento de resultado nulo” na seção VIII.4).

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Uma possível explicação dentro desta visão é a seguinte. A presença do detector de não-demolição  $D_3$ , ligado em  $A$ , provocaria um distúrbio na fase do trem de onda que ruma por  $A$ . O valor deste deslocamento de fase seria imprevisível, mas dependeria do estado microscópico do detector  $D_3$  no instante da passagem da partícula (esta visão é “criptodeterminista”, conforme definiremos na seção VII.2). Como a onda contínua que ruma por  $A$  passa a ter uma fase diferente, desconhecida (a onda por  $B$  permanece com a mesma fase), as superposições que ocorrem após  $S_2$  podem tanto ser construtivas na direção de  $D_1$ , quanto destrutivas, como podem também ser de tipo intermediário, conforme representada na Fig. II.7 (com a diferença que a defasagem não varia continuamente, mas aleatoriamente). Assim, para cada caso individual, a probabilidade de o fóton terminar em  $D_1$  varia entre 0 e 1 (dependendo do valor da defasagem introduzida por  $D_3$ ), mas na média, para vários fótons, a probabilidade de incidência em  $D_1$  é 0,5, igual ao caso em que um dos caminhos é bloqueado (o fenômeno corpuscular da Fig. II.5). O detector, em suma, provoca uma *perda de coerência*<sup>28</sup> entre os componentes  $A$  e  $B$ .

(4) *Interpretação da Complementaridade*. Um fenômeno não pode ser ao mesmo tempo ondulatório e corpuscular. Quando medimos a posição do fóton, o fenômeno registrado é corpuscular, e assim não pode mais haver interferência. Para justificar estas afirmações, em 1927, Bohr desenvolveu uma explicação baseada no princípio da incerteza, que em essência é igual à explicação dada no parágrafo anterior, envolvendo fases aleatórias.<sup>29</sup>

<sup>28</sup> O termo “decoerência” (ou “descoerência”) poderia ser usado para este processo. No entanto, este termo é normalmente aplicado para o caso em que a perda de coerência surge de um acoplamento do sistema com o ambiente (conforme examinamos no livro *Conceitos de física quântica*, vol. 2, seção XXXI.6). Está claro que o detector pode ser considerado o “ambiente”, mas para não misturarmos as questões, usaremos simplesmente a expressão “perda de coerência”.

<sup>29</sup> A explicação baseada em fases aleatórias foi bastante usada por David Bohm, em seu período ortodoxo, e também por Richard Feynman, conforme menciona o primeiro. Ver: BOHM, D. (1951), *Quantum theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs (NJ), pp. 120-4, 600-2.

(5) *Interpretação Instrumentalista*. Pode-se seguir a estratégia da interpretação ondulatória, mas considerando que as reduções de estado que ocorrem nas medições (tema a ser explorado mais para frente) são apenas uma descrição formal.

Para resumir, o que essas explicações têm em comum é que uma medição (em  $D_3$ ) provoca um *distúrbio* incontornável no objeto quântico. Tal distúrbio pode ser de dois tipos: colapso (visão 1) ou perda de coerência (visões 3 e 4), resultando em uma perda de coerência das ondas envolvidas, impedindo a existência de um padrão estável de interferência. Notemos que tal perda de coerência poderia ocorrer sem que a medição em  $D_3$  fosse realizada: bastaria existir um processo de interação com o objeto quântico (por exemplo, espalhamento por outras partículas), que introduzisse um distúrbio, para que surgissem fases aleatórias, provocando perda de coerência.

## 2. Medições de Posição são Repetíveis

Considere o interferômetro de Mach-Zehnder sem o segundo semi-espelho (fenômeno corpuscular), na situação em que um detector  $D_3$  de não-demolição (visto na seção anterior) é colocado no caminho  $A$ , e outro  $D_4$  no caminho  $B$  (Fig. IV.2). Neste caso, observaremos uma correlação entre contagens em  $D_3$  e  $D_2$ , e entre contagens em  $D_4$  e  $D_1$ . Ou seja, sempre que  $D_3$  disparar,  $D_2$  também o fará (supondo 100% de eficiência dos detectores). Isso é facilmente explicável considerando que o fenômeno é corpuscular.

Essa situação caracteriza a “repetibilidade” das medições de posição. Os detectores  $D_3$  e  $D_4$  medem a posição do pacote de onda incidente, e os resultados possíveis são o caminho  $A$  ou o caminho  $B$ . Ao fazermos uma repetição da medição, com os detectores  $D_1$  e  $D_2$ , sempre obteremos o mesmo resultado:  $A$  ou  $B$ .

A interpretação ondulatória recorre à noção de “colapso” que ocorreria após a primeira medição. Veremos que, no nível do formalismo, isto é expresso pela noção de “redução de estado”.

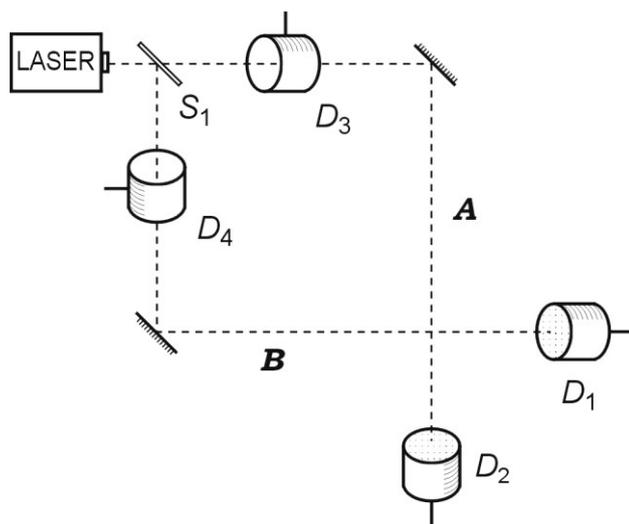


Figura IV.2. Arranjo experimental exemplificando a repetibilidade de medições de posição.

### 3. Medições nas Fendas no Experimento das Duas Fendas

Consideramos agora a situação em que, no experimento das duas fendas (seção I.3), medições de trajetória são feitas diante de cada fenda. Seguiremos a bem conhecida apresentação de Richard Feynman.<sup>30</sup> Imaginemos uma fonte de elétrons, todos com aproximadamente a mesma energia, que incidem (ao longo do eixo  $x$ ) em um anteparo com dois furos apropriadamente separados. A uma certa distância atrás do anteparo se encontra uma parede na qual existe um detector móvel. A fonte de elétrons é bem fraca, de modo que o detector dispara apenas de vez em quando, indicando a chegada de apenas um elétron (ver Fig. IV.3).

O experimento consiste em colocar o detector em posições sucessivas ao longo do eixo  $y$  e contar, em um intervalo de tempo constante, o número de disparos do contador.<sup>31</sup> Ao final, constrói-se um gráfico cuja curva exprime a frequência relativa com que os elétrons são detectados nas diferentes posições, o que indica as probabilidades de detecção. Se tal experimento fosse realizado, observar-se-ia uma curva de interferência típica de comportamento ondulatório, indicado por  $|\psi_A(y) + \psi_B(y)|^2$  na Fig. IV.3.

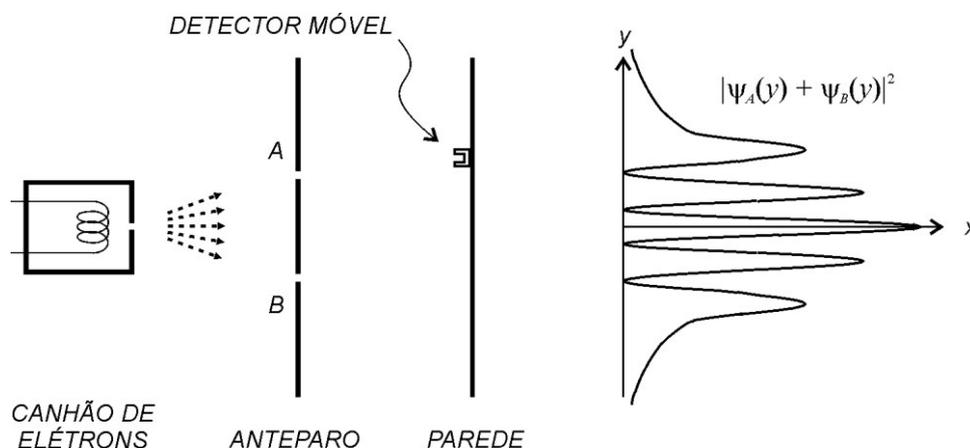


Figura IV.3: Experimento das duas fendas para elétrons, segundo Feynman.

Se o elétron se comportasse como uma bala de revólver incidindo em um anteparo resistente com dois furos, então as detecções em nosso experimento não exibiriam um padrão de interferência, mas formariam uma curva suave que seria a soma das curvas  $|\psi_A(y)|^2$  e  $|\psi_B(y)|^2$  obtidas quando cada um dos furos estivesse aberto sozinho (ver as curvas da Fig. IV.4). Como o elétron exibe um padrão de interferência, ele não se comporta como as balas de revólver.

Mesmo assim, cada elétron é absorvido “inteiro” pelo detector (isto é, transmite uma carga e uma massa mínima), nunca em partes, e assim ele é considerado uma partícula. O caso da luz desafia mais a nossa intuição, mas ela também é absorvida em pacotes mínimos, de

<sup>30</sup> FEYNMAN, R.P.; LEIGHTON, R.B. & SANDS, M. (1963), *The Feynman lectures on physics*, vol. I, Addison-Wesley, Reading (MA), pp. 1-1 a 1-9; tradução para o português: *Lições de física de Feynman - edição definitiva*, trad. A.V. Roque da Silva & K.R. Coutinho, Artmed Bookman, Porto Alegre, 2008.

<sup>31</sup> A rigor, cada posição diferente do detector corresponde a um experimento diferente. Sendo assim, vemos que as franjas de interferência, típicas de fenômenos ondulatórios, envolvem uma *classe* de arranjos experimentais, que variam conforme a defasagem relativa dos feixes vindos das duas fendas. Vimos isso também com as franjas temporais que ocorrem no interferômetro de Mach-Zehnder (seção II.5), ao se variar continuamente a defasagem relativa entre os feixes dos caminhos A e B.

energia  $h\nu$ . Como a luz é sempre detectada como fótons individuais, temos a tendência de inferir que estes fótons mantêm sua individualidade enquanto não são observados. Tal intuição tende a ser ainda mais forte no caso de elétrons, o que se justifica por eles satisfazerem a conservação de número fermiônico.<sup>32</sup> Mas se seguirmos esta intuição, teremos que admitir que o elétron passa *ou* pela fenda *A* *ou* pela *B*. Temos alguma maneira de verificar isso?

Einstein sugeriu, no 5º Congresso de Solvay em 1927, que a fenda pela qual a partícula passa poderia ser determinada usando um anteparo (no qual estão as fendas) móvel, medindo-se o sentido da velocidade final do anteparo. Considerando que o anteparo está sujeito à relação de incerteza, Bohr mostrou que a incerteza na posição das fendas “borraria” o padrão de interferência.<sup>33</sup>

Feynman propôs que tentássemos medir a posição do elétron, quando ele passasse pelas fendas, por meio de uma fonte de luz colocada entre as fendas (Fig. IV.4). Um detector de luz  $D_A$  é colocado no outro lado da fenda *A*, e um detector adicional  $D_B$  é simetricamente disposto do outro lado da fenda *B*. Se um fóton é detectado em  $D_A$ , isto indica que ele passou pela fenda *A* (e analogamente com *B*). Constrói-se então um histograma indicando, para cada posição do detector de elétrons e para um mesmo intervalo de tempo, quantas contagens *em coincidência* foram registradas com o detector  $D_A$ . E, analogamente, constrói-se outro histograma para detecções em coincidência com  $D_B$ . O que se observa então é que o padrão de interferência desaparece tanto para as contagens em *A* quanto para em *B* (ver gráfico na Fig. IV.4). Somando-se estas contribuições, obtém-se um padrão geral sem franjas (Fig. IV.5a). Em conclusão: quando medimos por qual fenda os elétrons passam, eles se comportam como balas de revólver.

A explicação dada por Feynman para isso é que cada fóton espalhado provoca um distúrbio no movimento do elétron, introduzindo uma incerteza em sua posição  $y$  que acaba borrando o padrão de interferência.<sup>34</sup>

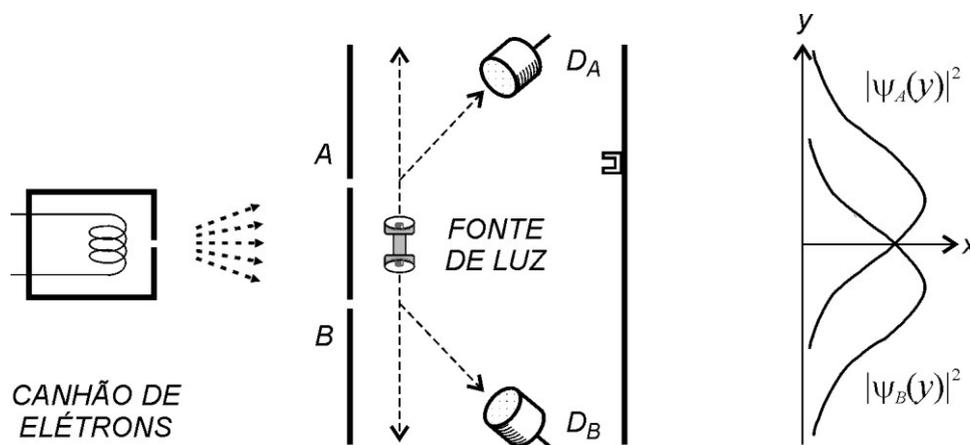


Figura IV.4: Proposta de Feynman para se determinarem as trajetórias dos elétrons.

Na figura a seguir, comparam-se os sinais com a franja de interferência usual (Fig. IV.5b) e a situação com perda de coerência, ou seja, sem interferência (fenômeno corpuscular)

<sup>32</sup> Para o conceito de “número fermiônico”, ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seção XVII.4.

<sup>33</sup> Ver BOHR (1949), op. cit. (nota 15), pp. 56-59; JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 126-30. No livro *Conceitos de física quântica*, foi apresentada uma versão desta discussão para o interferômetro de Mach-Zehnder (seção V.2), mas como ela acabava não sendo usada em sala de aula, ela foi omitida na presente edição. Notar que a presente discussão aparece em *Conceitos de física quântica*, vol. 1, Cap. XX.

<sup>34</sup> O cálculo é apresentado também em GASIROWICZ, S. (1974), *Quantum physics*, Wiley, New York, p. 35.

(Fig.IV.5a). Notar que os picos de interferência atingem uma intensidade que é o dobro da intensidade do caso sem franjas. Considerando uma terceira situação (Fig.IV.5c), em que introduz-se uma defasagem de  $\pi$  (meio ciclo) entre as ondas das duas fendas, obtém-se um padrão antissimétrico. Uma propriedade curiosa é que a soma ponderada dos casos (b) e (c) resulta no padrão sem interferência (a). Em outras palavras, se um defasador for colocado defronte a uma das fendas, e alternar entre duas fases opostas (como 0 e  $\pi$ ) de maneira aleatória, o resultado será igual ao do caso sem franjas de interferência.

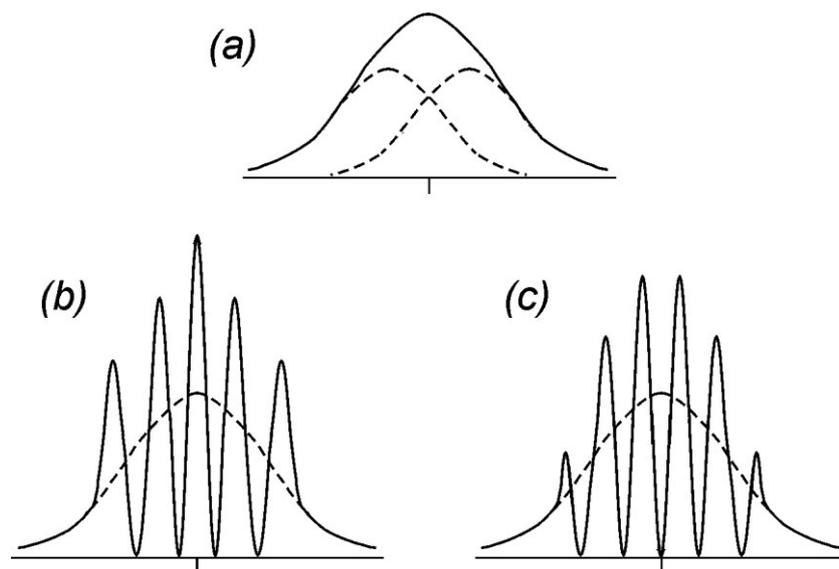


Figura IV.5: Distribuição de probabilidades no experimento das duas fendas. (a) Medindo-se a fenda por onde passa cada quantum, obtém-se uma distribuição de contagens sem franjas (cada curva pontilhada corresponde às passagens por uma das fendas). (b) Sem medirem-se as trajetórias, obtém-se as franjas de interferência do caso simétrico (a curva pontilhada indica a curva do caso a). (c) No caso antissimétrico, com uma defasagem relativa de  $\pi$  (avanço de  $\lambda/2$ ) entre as ondas passando por cada fenda, obtém-se “anti-franjas”.

# ESTADOS QUÂNTICOS E O PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO

## 1. Estados Clássicos no Interferômetro de Mach-Zehnder

Para tratar dos estados em Física Quântica, vamos começar olhando para os estados usados na Física Ondulatória Clássica, que aparecem no interferômetro de Mach-Zehnder. Na Fig. V.1 representamos as amplitudes em cada trecho. Tal análise continua válida no regime quântico.

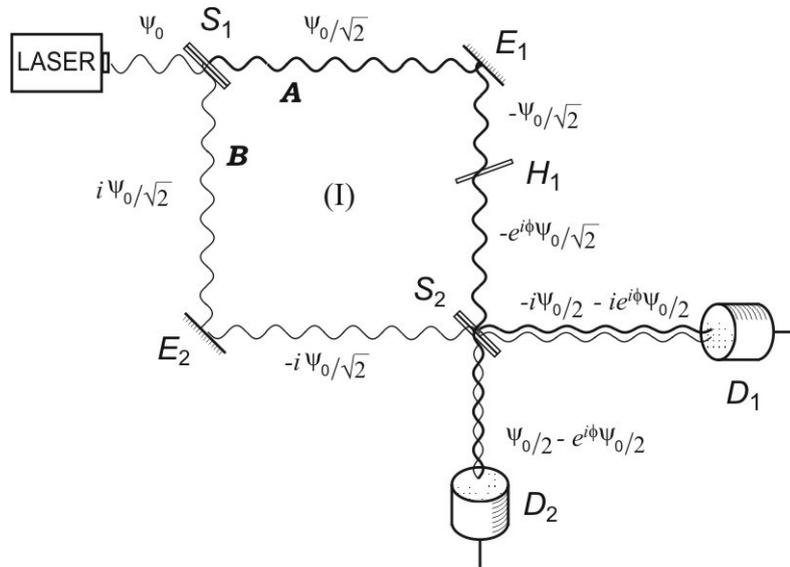


Figura V.1. Interferômetro de Mach-Zehnder, com as amplitudes clássicas em cada trecho.

A figura apresenta uma onda contínua, de comprimento-de-onda único (ao contrário do caso de um pacote de onda). A amplitude  $\psi_0$  inicial exprime a altura da onda desenhada, ou seja, o máximo alongamento da oscilação. No espelho semirrefletor  $S_1$ , ocorre uma divisão do feixe em duas partes, cada qual com amplitude  $\psi_0/\sqrt{2}$ , como visto na seção II.1. Além disso, há um avanço de um quarto de ciclo no feixe refletido em relação ao feixe transmitido (seção II.2). Isso é expresso matematicamente pela multiplicação pelo número  $i$ , que é  $\sqrt{-1}$ . Esse fator surge a partir da maneira elegante em que se podem exprimir as fases relativas  $\phi$  entre trens de onda (Fig. V.2), o “fator de fase”  $e^{i\phi}$ . Para a fase  $\pi/2$ , correspondendo ao avanço de um quarto de ciclo, o fator de fase é  $e^{i\pi/2}$ , que resulta ser igual a  $i$ . Se o fator de fase for incluído no que chamamos de “amplitude”, teremos uma amplitude complexa.<sup>35</sup>

A ação de um espelho de reflexão total inverte a fase da onda em meio ciclo, correspondendo à multiplicação pelo número  $-1$ . A ação do defasador  $H$  (seção II.5) pode ser expresso simplesmente pelo fator  $e^{i\phi}$ , correspondendo à fase  $\phi$  introduzida pelo dispositivo. A

<sup>35</sup> Para um número complexo  $\psi = a + ib$ , seu complexo conjugado é obtido invertendo o sinal defrente do número imaginário  $i$ :  $\psi^* = a - ib$ . O módulo quadrado de  $\psi$ , que fornece a probabilidade de detecção, é dado por  $|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^* = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2$ . Na representação exponencial, se  $\psi = e^{i\phi}$ , então  $\psi^* = e^{-i\phi}$ . As funções trigonométricas usadas nos cálculos de intensidade são:  $\cos x = (e^{ix} + e^{-ix})/2$  e  $\sin x = (e^{ix} - e^{-ix})/(2i)$ . A relação de Euler, que tanto impressionou o jovem Feynman, é  $e^{i\pi} = -1$ .

união das ondas rumando para um dos detectores é simplesmente a soma das amplitudes complexas. Por fim, a *intensidade* medida em cada detector é calculada a partir do *módulo quadrado da amplitude* (o que na Mecânica Quântica corresponde à regra de Born, seção I.6). A partir das amplitudes que chegam nos detectores  $D_1$  e  $D_2$  (Fig. V.1), podemos calcular as intensidades medidas:

$$\text{Início: Amplitude: } \psi_0. \text{ Intensidade: } I_0 = |\psi_0|^2 = \psi_0 \psi_0^*$$

$$D_1: \text{Ampl.: } \psi_0 \left( \frac{-i}{2} + \frac{-i}{2} e^{i\phi} \right). \text{ Int.: } |\psi_0|^2 \left( \frac{-i}{2} + \frac{-i}{2} e^{i\phi} \right) \left( \frac{i}{2} + \frac{i}{2} e^{-i\phi} \right) = \frac{1}{2}(1 + \cos\phi) I_0.$$

$$D_2: \text{Ampl.: } \psi_0 \left( \frac{1}{2} + \frac{-1}{2} e^{i\phi} \right). \text{ Int.: } |\psi_0|^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{-1}{2} e^{i\phi} \right) \left( \frac{1}{2} + \frac{-1}{2} e^{-i\phi} \right) = \frac{1}{2}(1 - \cos\phi) I_0.$$

Um *estado* é uma descrição matemática de um conjunto de propriedades de um determinado objeto físico, geralmente em um instante do tempo. Tal descrição não precisa listar todas as propriedades da entidade física, mas apenas aquelas que a teoria física diz que são relevantes para a resolução de um problema. Na descrição acima, não mencionamos o estado de polarização da luz, o que será feito mais para frente, e ignoramos também os detalhes da descrição espaçotemporal da onda, que é descrito por um termo  $e^{i(kx - \omega t)}$ , onde  $2\pi\omega$  é a frequência da onda  $\nu$ , e  $2\pi/k$  o comprimento de onda  $\lambda$ .

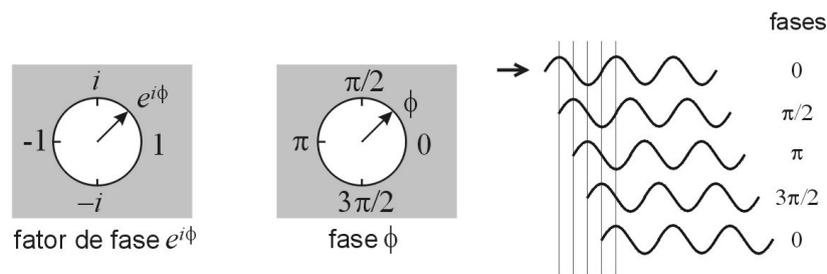
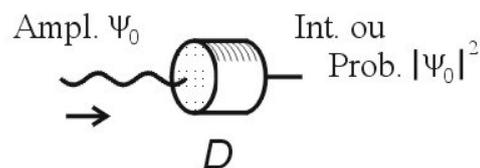


Figura V.2: As fases relativas entre ondas contínuas são expressas por ângulos em radianos, como  $\pi/2$ ,  $\pi$ ,  $3\pi/2$  e  $2\pi$ , que denotam respectivamente avanços de  $1/4$  de ciclo,  $1/2$  ciclo,  $3/4$  de ciclo e um ciclo inteiro. Este último é equivalente à fase da própria onda original, no caso de ondas contínuas. Cada fase  $\phi$ , então, pode ser representada como uma direção de um círculo. Mas os números complexos também permitem uma representação elegante dessas fases, por meio do fator de fase  $e^{i\phi}$ , multiplicado ao valor da amplitude.

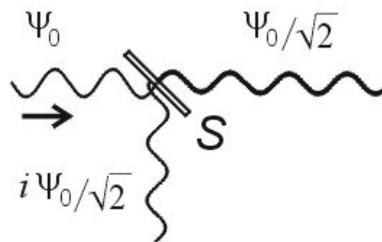
## 2. Revisão das Regras de Cálculo da Evolução de Ondas Simples

A seguir, fazemos um resumo das regras a serem adotadas para calcular as amplitudes em um interferômetro e as respectivas probabilidades (intensidades) de detecção. Elas valem para ondas contínuas de frequência única (ondas planas), tanto no caso clássico quanto no caso quântico.

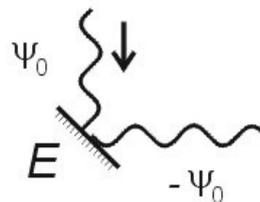
- 1) Regra fundamental: faça cálculos somente com as amplitudes  $\psi$  (no regime de coerência, sem ruídos externos, ou seja, em evolução “unitária”). As intensidades (ou probabilidades) são calculadas *apenas no final*, para a detecção:  $|\psi|^2$ .



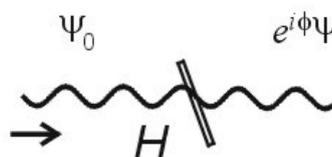
2) Divisão de feixe por semi-espelho simétrico e sem perdas: amplitudes caem para  $1/\sqrt{2}$ , e fator de fase relativo da amplitude refletida e transmitida é  $i$ .



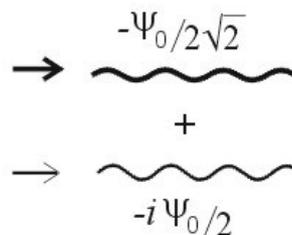
3) Reflexão em um espelho de reflexão total  $E$ : multiplica-se pelo fator  $-1$ .



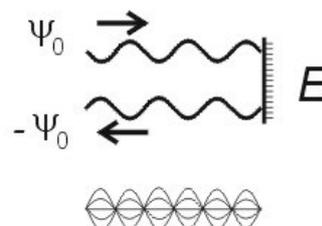
4) Defasador  $H$  que introduz uma defasagem  $\phi$ : multiplicar pelo fator de fase  $e^{i\phi}$ .



5) Soma de amplitudes (rumando no mesmo sentido): soma simples das amplitudes complexas.



6) Mudança no sentido de propagação, por exemplo ao refletir perpendicularmente em um espelho, formando ondas estacionárias. Neste caso, é preciso representar as ondas de forma mais completa. Para a onda incidente  $\psi_I(x,t) = \psi_0 e^{i(kx - \omega t + \phi)}$ , tem-se a amplitude refletida  $\psi_R(x,t) = \psi_0 e^{i(kx + \omega t - \phi)}$ , cuja soma fornece a onda estacionária:  $\psi_I(x,t) + \psi_R(x,t) = 2\psi_0 \cos(\omega t) \sin(kx)$ .



7) *Princípio de superposição*: pode-se sempre acompanhar a evolução de uma amplitude de feixe, como se fosse um indivíduo, ignorando os outros feixes que interferem. Essa regra só não vale na detecção (regra 1).

### 3. Autoestado e Estados Ortogonais

O formalismo da Mecânica Quântica, na versão ondulatória introduzida por Schrödinger, é uma generalização para toda a matéria da descrição feita na Mecânica Ondulatória Clássica, e é bastante próxima da descrição clássica para um único quantum (a menos da noção de colapso).

No interferômetro de Mach-Zehnder, se o espelho semirrefletor  $S_1$  estiver removido (Fig. II.5a), todos concordam que o fóton ou pacote monofotônico ruma pelo caminho  $A$ . Por

exemplo, se inserirmos um detector neste caminho, ele sempre registrará a presença do fóton (supondo que o detector é 100% eficiente). Podemos assim atribuir um *estado* a este sistema quântico, em um certo instante, que denotaremos por  $|\psi_A\rangle$ .<sup>36</sup>

Esse estado diz que o fóton será detectado com certeza no caminho  $A$ ; devido a esta certeza, tal estado costuma ser chamado de *autoestado* associado ao valor  $A$  para a posição do fóton.<sup>37</sup> Analogamente, podemos definir o autoestado  $|\psi_B\rangle$ . Se o sistema estiver neste estado, um detector no caminho  $B$  certamente registrará um fóton.

Esses dois estados têm outra propriedade interessante. Se o estado for  $|\psi_A\rangle$ , um detector no caminho  $B$  não registrará nenhum fóton; se o estado for  $|\psi_B\rangle$ , nada poderá ser detectado no caminho  $A$ . Dizemos nesse caso que esses estados são *ortogonais*.

#### 4. Princípio Quântico de Superposição

Agora vamos enunciar um dos princípios fundamentais da Mecânica Quântica, o chamado Princípio de Superposição (ou Sobreposição):

*Dados dois estados admissíveis de um sistema quântico, então qualquer soma ponderada (obedecendo a normalização) desses dois estados também é um estado admissível do sistema.*

Como consequência deste princípio, o seguinte estado também descreve uma situação possível:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\psi_A\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|\psi_B\rangle. \quad (\text{V.1})$$

Este é justamente o estado assumido pelo pulso de luz no experimento de Mach-Zehnder, após passar pelo semi-espelho  $S_1$  (Fig. V.1). Nesta notação, as posições de cada pulso dentro do interferômetro são representadas pelos autoestados de posição  $|\psi_A\rangle$  e  $|\psi_B\rangle$ .

Notamos que os coeficientes da soma da eq.(V.1) são números complexos, como vimos na descrição clássica do interferômetro, e são escolhidos de maneira que o estado  $|\psi\rangle$  seja “normalizado”, ou seja, a soma dos módulos quadrados dos coeficientes dá o valor 1.

Um dos obstáculos epistemológicos mais notórios com relação ao conceito de “estado quântico” é supor que um estado superposto tenha uma natureza diferente de um estado não superposto. Por exemplo, a eq.(V.1) parece sugerir que  $|\psi\rangle$  sejam “dois estados em superposição”, mas segundo o formalismo quântico usual<sup>38</sup> ele é considerado um *único* estado, tendo o mesmo estatuto ontológico que  $|\psi_A\rangle$  e que  $|\psi_B\rangle$ . O termo “superposição” é sempre

<sup>36</sup> Esta notação curiosa para estados quânticos foi introduzida por Dirac em 1926. Um vetor de estado  $|\psi_A\rangle$  é apelidado de “ket”, enquanto que seu dual  $\langle\psi_B|$  é o “bra”, de forma que juntos formam um “bracket” (um tipo de parêntese):  $\langle\psi_B|\psi_A\rangle$ , que representa o produto escalar dos vetores de estado (ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seção X.2).

<sup>37</sup> Esta não é a *definição* rigorosa de “autoestado”, e a afirmação que foi feita só vale para uma classe restrita de medições.

<sup>38</sup> A rigor, esta é uma questão de interpretação, mas as interpretações ortodoxas da Teoria Quântica (incluindo a complementaridade e a instrumentalista), assim como a ondulatória realista, defendem uma simetria de representações. Esta tese, porém, é negada pela interpretação dualista realista, especialmente pela escola de Louis de Broglie, que privilegia a representação espacial. Alunos de computação quântica também têm dificuldade de aceitarem esta tese de simetria, dado que há uma representação privilegiada com os bits  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ .

tomado em relação a uma *base de representação*. A eq.(V.1) é expressa na base  $\{|\psi_A\rangle, |\psi_B\rangle\}$ , mas se usássemos uma base  $\{|\psi\rangle, |\psi^-\rangle\}$ , onde

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\psi_A\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|\psi_B\rangle, \quad (\text{V.2})$$

teríamos que  $|\psi_A\rangle$  é uma superposição:

$$|\psi_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\psi\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\psi^-\rangle. \quad (\text{V.3})$$

Neste caso, usando os conceitos da seção anterior, a pergunta que surge é:  $|\psi\rangle$  e  $|\psi^-\rangle$  são autoestados de que observável? Ou seja, qual é o detector que dispara com probabilidade 1 diante do estado  $|\psi\rangle$ ? Visto isso, qual é o que dispara com certeza diante do estado  $|\psi^-\rangle$ ?

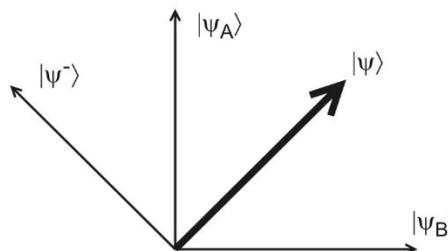


Figura V.3. O estado quântico  $|\psi\rangle$  é entendido como um vetor, que pode ser representado como uma superposição de duas componentes na base  $\{|\psi_A\rangle, |\psi_B\rangle\}$ , mas que em uma base na qual faz parte é representado por um único componente.

Resposta: para o estado  $|\psi\rangle$ , recombinar os feixes no semi-espelho  $S_2$ , constituindo o interferômetro de Mach-Zehnder (Fig. V.1, com  $\phi = 0$ ), e o detector  $D_1$  disparará com certeza!

## 5. Interpretações do Estado Quântico

Como interpretar um estado quântico  $|\psi\rangle$ ? O formalismo da Teoria Quântica (e a interpretação instrumentalista) não trata desta questão, tal formalismo não se preocupa em descrever a realidade que existe além de nossas observações, mas busca apenas fornecer previsões sobre os resultados de medições realizadas em diferentes situações experimentais. Porém cada interpretação responde a esta questão à sua própria maneira.

1) *Interpretação Ondulatória*. Interpreta  $|\psi\rangle$  de maneira “literal”, atribuindo realidade ao estado ou à função de onda, como é feito na Física Ondulatória Clássica, sem postular que exista nada além do que descreve o formalismo quântico. Mas que espécie de realidade é essa? Não é uma realidade “atualizada”, que possamos observar diretamente. É uma realidade intermediária, uma *potencialidade*, que estabelece apenas probabilidades, mas que mesmo assim evolui no tempo como uma onda. (Uma noção semelhante de potencialidade também é usada por proponentes das visões 2 e 4, a seguir.) O maior problema desta interpretação de estado é que, para  $N$  objetos quânticos, a função de onda é definida em um espaço de configurações de  $3N$  dimensões! O que significaria uma realidade com  $3N$  dimensões?

2) *Interpretação Corpuscular*. A abordagem corpuscular que apresentamos até aqui tem tido extrema dificuldade em dar conta dos aspectos ondulatórios de partículas únicas. Apresentaremos agora uma visão corpuscular mais sofisticada, que chamamos *interpretação dos coletivos estatísticos* (em inglês: “ensemble interpretation”). Ela procura escapar dos problemas vistos salientando que o estado  $|\psi\rangle$  utilizado no formalismo da Mecânica Quântica é uma descrição essencialmente estatística, que representa a média sobre todas as posições

possíveis da partícula. Em linguagem técnica, o estado representa um coletivo ou ensemble estatístico, associado a um procedimento de preparação experimental. Assim, esta visão considera que o estado quântico representa uma descrição *incompleta* de um objeto individual (tese esta que era defendida por Einstein). A rigor, esta interpretação não entra em detalhes sobre como seria possível completar a Mecânica Quântica, mas na prática ela costuma ser simpática a um modelo exclusivamente corpuscular da natureza.<sup>39</sup> Mais recentemente, esta concepção de estado foi desafiada pelo teorema de Pusey, Barrett & Rudolph (PBR), que sugere que o estado quântico de uma partícula individual é real.<sup>40</sup>

3) *Interpretação Dualista Realista*. Considera que existam “variáveis ocultas” por trás da descrição em termos de estados, variáveis essas que são partículas com posições e velocidades bem determinadas. O estado  $|\psi\rangle$  exprimiria um campo real que “guia” as partículas. Essa “onda piloto”, porém, não carregaria energia, que se concentraria na partícula. A descrição através do estado quântico seria incompleta, só se completando com a introdução dos parâmetros ocultos.

4) *Interpretação da Complementaridade*. Considera que o estado  $|\psi\rangle$  é meramente uma instrumento matemático para realizar cálculos e obter previsões (concordando assim com a interpretação instrumentalista). Heisenberg exprimiu isso de maneira radical ao escrever que a mudança descontínua da função de probabilidade é “uma mudança descontínua em nosso conhecimento”,<sup>41</sup> o que constitui uma visão *epistêmica* do estado quântico. A interpretação dos coletivos estatísticos (item 2 acima) também compartilha desta visão; a diferença, porém, está em que a interpretação da complementaridade considera que o estado quântico seja a descrição mais “completa” de um objeto quântico individual. Em comum com a visão 1, não postula nada além do formalismo.

5) *Interpretação Instrumentalista*. Em comum com a interpretação dos coletivos estatísticos (visão 2), a concepção instrumentalista defende que o estado quântico se refere a um coletivo de sistemas preparados de maneira macroscopicamente idêntica, e não a um quantum individual. Isso justifica o desenvolvimento de formalismos sofisticados, como o das álgebras  $C^*$ , que descreve o estado quântico sempre de maneira estatística. Apesar de a Teoria Quântica não se aplicar para objetos quânticos individuais, supõe-se que não haja maneira de “completar” a descrição fornecida pelo formalismo.

As interpretações 1, 2 e 3 são visões claramente *realistas*, pois consideram que as entidades dadas pela Teoria Quântica (como o estado quântico) correspondem a algo real na natureza, independentemente de serem observadas ou não. A visão 4 e 5 são *antirrealistas*, pois consideram que a teoria só consegue descrever aquilo que é observável (poderia existir uma realidade independente do sujeito, mas ela não seria descritível pela Teoria Quântica). Como não podemos medir o estado de um objeto quântico individual (se não soubermos como foi preparado, nunca saberemos seu estado quântico, a não ser que soubermos que há um grande número de objetos no mesmo estado puro), então tal estado não corresponderia a algo real.

<sup>39</sup> Formulada inicialmente por Slater (1929) e defendida por gente ilustre como Kemble, Margenau, Blokhintsev, Popper e Landé, esta visão tem sido adotada em vários livros didáticos de Mecânica Quântica, especialmente após o artigo de BALLENTINE, L.E. (1970), “The statistical interpretation of quantum mechanics”, *Reviews of Modern Physics* 42, 358-81.

<sup>40</sup> PUSEY, M.F.; BARRETT, J. & RUDOLPH, T. (2012), “On the reality of the quantum state”, *Nature Physics* 8, 475-8.

<sup>41</sup> HEISENBERG, W. (1981), *Física e filosofia*, Editora da UnB, Brasília, p. 25 (22º parágrafo do cap. III). Original: *Physics and philosophy*, Allen & Unwin, Londres, 1958.

É possível diferenciar a posição das cinco interpretações principais mencionadas, considerando suas respostas a três questões: (i) O estado quântico corresponde a uma *realidade* ou deve ser interpretado de maneira *epistêmica*? (ii) O estado quântico fornece uma descrição *completa* ou *incompleta*? (iii) O estado quântico refere-se a um quantum individual ou apenas a um coletivo de quanta? A Tabela V.1 resume tais respostas.

Interpretação	$ \psi\rangle$ é real ou deve ser interpretado de modo epistêmico?	$ \psi\rangle$ fornece uma descrição completa ou incompleta?	$ \psi\rangle$ refere-se a um quantum individual ou a um coletivo?
1. Ondulatória	Real	Completa	Indivíduo
2. Coletivos Estatísticos	Epistêmico	Incompleta	Coletivo
3. Dualista Realista	Real	Incompleta	Coletivo
4. Complementaridade	Epistêmico	Completa	Indivíduo
5. Instrumentalista	Epistêmico	Completa	Coletivo

*Tabela V.1. Cinco interpretações da natureza do estado quântico  $|\psi\rangle$ . Já vimos que as três primeiras interpretações são realistas, e as últimas duas antirrealistas.*

## EVOLUÇÃO UNITÁRIA X REDUÇÃO DE ESTADO

### 1. Dois Tipos de Evolução Temporal

Estudamos, no capítulo anterior, a noção de estado quântico em um instante de tempo  $t$ , que na notação em termos de “kets” se escreve  $|\psi(t)\rangle$ . A questão agora é: como esse estado evolui no tempo? Um estado da Mecânica Clássica evolui a partir de um único conjunto de leis dinâmicas, por exemplo a 2ª lei de Newton ou as duas leis usadas na descrição de Lagrange. Na Física Quântica, o análogo a isso seria a evolução descrita pela equação de Schrödinger, que chamamos “evolução unitária”. Mas como salientou John von Neumann em 1932, na Mecânica Quântica há também um outro tipo de evolução temporal, que descreve o que acontece após uma medição ser realizada, envolvendo a “redução de estado”. Em suma:

(I) *Evolução unitária*, regida pela equação de Schrödinger, descreve um sistema fechado, antes da ocorrência de uma medição. Ela é caracterizada como sendo contínua, linear, determinista e reversível.

(II) *Postulado da projeção*, descreve a redução de estado associada à realização de uma medição, e explica a repetibilidade de medições de posição. Ela é considerada (praticamente) instantânea, não-linear, indeterminista e irreversível.

Para rever esses dois processos, consideremos novamente o experimento de anticorrelação para um pacote monofotônico, em que se constata a repetibilidade dos resultados de medições de posição (Fig. IV.2). A Fig. VI.1 marca três instantes do tempo em que o estado quântico do pacote monofotônico se modifica bastante.

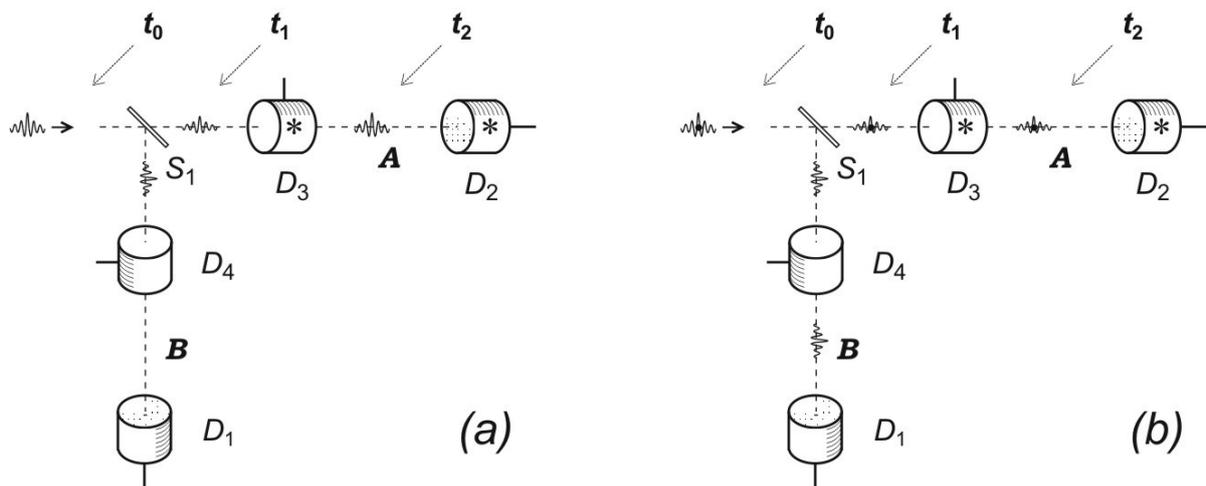


Figura VI.1. Variante do experimento de repetibilidade (Fig. IV.2) em que anotam-se os tempos  $t_0$ ,  $t_1$  e  $t_2$ , supondo que a medição acaba ocorrendo no caminho  $A$ . (a) A interpretação ondulatória realista postula uma divisão simétrica de ondas em  $S_1$  (com módulo da amplitude caindo com  $1/\sqrt{2}$ ) e o desaparecimento da onda em  $B$  após  $D_1$  (colapso não-local). (b) A interpretação dualista realista postula a mesma divisão simétrica da onda em  $S_1$ , mas com o corpúsculo seguindo por  $A$ . Após a detecção em  $D_3$ , a onda vazia em  $B$  continua se propagando sem alteração (processo local).

A transição de  $t_0$  para  $t_1$  é regida pela equação de Schrödinger, e tal evolução temporal do estado é dita unitária (indicado na expressão abaixo por “U”). Já vimos como escrever essa evolução:

$$|\psi_A(t_0)\rangle \xrightarrow{U} \frac{1}{\sqrt{2}}|\psi_A(t_1)\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|\psi_B(t_1)\rangle . \quad (\text{VI.1})$$

Aqui consideramos o estado inicial antes de  $S_1$  como correspondente ao pacote de onda no caminho A. A evolução descrita é determinista, no nível dos estados, e também reversível. O estado em  $t_1$  é expresso como uma superposição de autoestados de posição, indicados pelos índices A e B. Por outro lado, o resultado da medição nos detectores  $D_3$  e  $D_4$  é imprevisível. A probabilidade de tal detecção em cada caminho é dada pelo módulo quadrado dos coeficientes (Regra de Born, seção I.6), ou seja,  $|\frac{1}{\sqrt{2}}|^2 = |\frac{i}{\sqrt{2}}|^2 = \frac{1}{2}$ .

Uma vez que a medição se completa nos medidores de não-demolição, sabemos que o detector que está atrás do que disparou irá disparar também (repetibilidade). Isso é expresso por uma transição diferente da anterior, chamada de “redução de estado”:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\psi_A(t_1)\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|\psi_B(t_1)\rangle \xrightarrow{P.P.} |\psi_A(t_2)\rangle . \quad (\text{VI.2})$$

A expressão indica que o detector de não-demolição  $D_3$  disparou, de maneira que o estado subsequente é  $|\psi_A\rangle$ . Este é um autoestado de posição que será detectado em  $D_2$  com probabilidade 1 (pois estamos supondo detectores 100% eficientes).

A lei que rege a transição da expressão (VI.2) é às vezes chamada de Postulado da Projeção, o que é indicado por “P.P.” Este postulado foi formulado por Dirac, e de maneira mais completa por John von Neumann (1932). Este exprimiu o postulado de maneira errônea para o “caso degenerado”, o que foi corrigido por Günther Lüders em 1951. O nome “postulado da projeção” foi introduzido apenas no final dos anos 50 por Henry Margenau, que criticava sua validade, pois muitas vezes a partícula sendo medida é destruída (absorvida) durante a detecção, não tendo muito sentido, nestes casos, falar em estado do sistema *após* a medição.<sup>42</sup>

## 2. Evolução Unitária

A evolução unitária pode ser expressa por meio de um operador  $\hat{U}(t,t_0)$ , que indica como um estado inicial em  $t_0$  se transforma ao longo do tempo. Para o processo de divisão de feixe óptico, descrito na eq.(VI.1), podemos escrever:

$$\hat{U}(t_1, t_0)|\psi_A(t_0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\psi_A(t_1)\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|\psi_B(t_1)\rangle . \quad (\text{VI.3})$$

Dado o estado inicial, como o estado final é unívoco, pode-se dizer que a evolução unitária é “determinista”. Por *determinismo*, entende-se que se um estado inicial for dado, juntamente com as condições de contorno, então o estado evoluído em qualquer instante do tempo pode em princípio ser determinado. O termo “criptodeterminismo” (determinismo escondido) é usado para situações em que não se têm acesso às condições iniciais precisas,

<sup>42</sup> VON NEUMANN, J. ([1932] 1955), *Mathematical foundations of quantum mechanics*, Princeton U. Press, p. 439. LÜDERS, G. (1951), “Über die Zustandsänderung durch den Messprozess”, *Annalen der Physik* 8, 322-8. MARGENAU, H. (1959), “Philosophical problems concerning the meaning of measurement in physics”, in CHURCHMAN, C.W. & RATOOSH, P. (orgs.), *Measurement: definitions and theories*, Wiley, New York, pp. 163-76. (ver p. 170).

apesar de o sistema ser considerado determinista, então não se podem fazer previsões corretas para casos individuais.<sup>43</sup>

A evolução unitária é usada para descrever sistemas *fechados*, ao passo que o postulado da projeção se refere a uma situação em que o sistema quântico é aberto, pois a medição extrai informação do sistema subnanoscópico, introduzindo algum tipo de distúrbio. Por “sistema fechado” entendem-se duas situações:

(1) Sistemas que estão *isolados* de campos externos. Como sua energia é conservada, o operador associado à energia, o chamado “hamiltoniano”  $\hat{H}$ , é independente do tempo.

(2) Sistemas que estão sujeitos a campos externos bem determinados, mas que *não reagem* nas entidades físicas que criam os campos. Neste caso pode-se escrever um hamiltoniano que é dependente do tempo:  $\hat{H}(t)$ .<sup>44</sup>

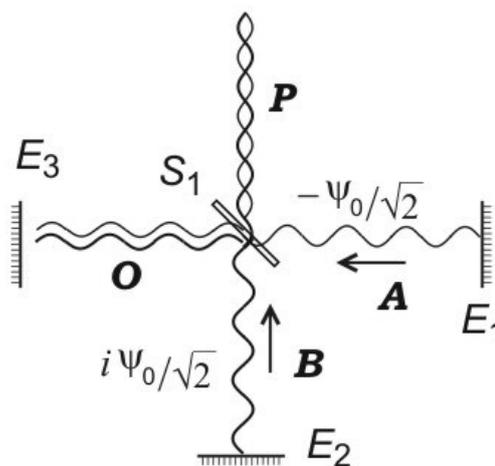
Um exemplo desta última situação é um átomo em um campo elétrico externo oscilante, segundo uma função  $\vec{E}(t)$ . Para que a evolução unitária se aplique, é preciso que o estado do sistema quântico não tenha influência sobre  $\vec{E}(t)$ , que é assim considerado um “campo clássico”.

### 3. Reversibilidade Temporal da Evolução Unitária

A reversibilidade de um sistema físico pode ser estabelecida segundo o seguinte critério. Deixa-se o sistema evoluir entre os instantes  $t_0$  e  $t_1$ , e aí introduz-se uma “inversão do filme” em  $t_1$ , ou seja, faz-se o sistema retrair em sentido inverso o caminho percorrido até então, durante um tempo igual a  $t_1 - t_0$ . Feito isso, inverte-se novamente o filme, e verifica-se se o estado inicial restituído. Na Mecânica Clássica, isso funciona para bolas em uma mesa de bilhar chocando-se sem atrito, mas não se verifica se houver atrito com a mesa.

A reversibilidade pode ser analisada em um divisor de feixe óptico sem perdas, como o da Fig. VI.1. No instante  $t_1$ , pode-se implementar a inversão do feixe por meio de espelhos de reflexão total juntamente com a aplicação do complexo conjugado nas amplitudes (alterando o sinal apenas do componente em  $B$ ), como indicado na Fig. VI.2. O estado inicial acaba sendo restituído, indicando que o sistema é reversível.

*Figura VI.2. Reversão após passagem por espelho semirrefletor. Considere uma situação inicial idêntica ao do interferômetro de Mach-Zehnder, com divisão do feixe em  $S_1$ . O componente que ia pelo caminho A, de amplitude  $\psi_0/\sqrt{2}$ , é invertido em  $E_1$  para  $-\psi_0/\sqrt{2}$ , rumando em sentido oposto; o que ia por B, de amplitude  $i\psi_0/\sqrt{2}$ , é invertido em  $E_2$  para  $i\psi_0/\sqrt{2}$  (neste caso, um sinal adicional é introduzido pelo complexo conjugado, para que a presente definição de reversibilidade funcione). Ao chegarem em  $S_2$ , há superposição destrutiva no caminho P, e o feixe se dirige todo para O, com amplitude  $-\psi_0$ . A inversão final no espelho  $E_3$  leva ao estado  $\psi_0$ , igual ao inicial.*



<sup>43</sup> Termo introduzido por WHITTAKER, E.T. (1943), “Chance, freewill and necessity in the scientific conception of the universe”, *Proceedings of the Physical Society* 55, 459-71.

<sup>44</sup> Ver por exemplo BLUM, K. (1981), *Density matrix theory and applications*, Plenum, New York, pp. 67-69.

#### 4. Representação de Estado no Espaço de Hilbert

Na Fig. V.3, ao exprimir o estado quântico como um vetor que pode ser expresso em diferentes bases de representação, fizemos isso em um espaço vetorial. Como as amplitudes dos estados quânticos podem adotar valores complexos, podem-se representar todos os estados quânticos possíveis de um sistema (e também os estados ondulatórios clássicos, se quiséssemos) como vetores em um espaço vetorial linear complexo, chamado “espaço de Hilbert”. Uma maneira de intuir um espaço vetorial complexo de  $N$  dimensões é imaginar um espaço euclidiano de dimensão  $N$  no qual cada vetor tem  $N-1$  fases associadas, onde cada fase pode variar entre  $0$  e  $2\pi$  (Fig. V.2).

A cada instante, o estado de um sistema quântico fechado é representado por um único vetor no espaço de Hilbert correspondente. Conforme já vimos (seção V.4), o *princípio de superposição* afirma que dados dois estados possíveis para um sistema quântico, então qualquer combinação linear deles também é um estado possível.

Por exemplo, imaginemos que um átomo com um elétron no nível  $p$  se encontra em um campo magnético externo fraco. Este elétron tem acesso (no nível  $p$ ) a 3 subníveis discretos de energia. Portanto, seu estado pode ser representado em um espaço de Hilbert de 3 dimensões, como o da Fig. VI.3. Cada um desses valores de energia está associado a um autoestado de energia. Cada um destes autoestados é representado por vetores ortogonais  $|\phi_i\rangle$  no espaço de Hilbert, com  $i=1,2,3$ . Pois bem, pelo princípio de superposição, qualquer combinação linear  $|\phi\rangle$  destes vetores representa um estado admissível:

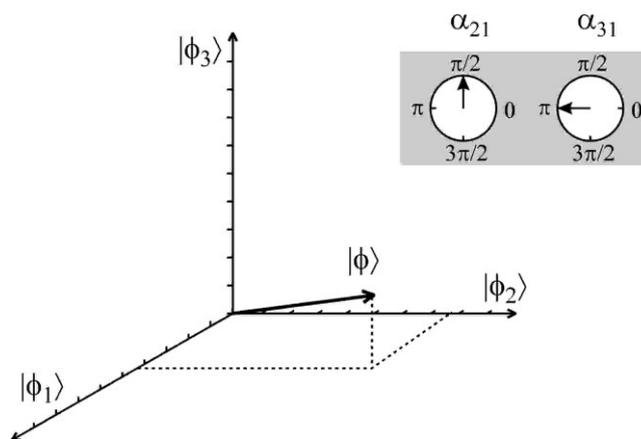
$$|\phi\rangle = a_1 \cdot |\phi_1\rangle + a_2 \cdot |\phi_2\rangle + a_3 \cdot |\phi_3\rangle, \quad (\text{VI.4})$$

onde os coeficientes  $a_i$  são números complexos que satisfazem uma condição de *normalização*:

$$\sum_i |a_i|^2 = 1. \quad (\text{VI.5})$$

Figura VI.3. Vetor de estado em um espaço de Hilbert de 3 dimensões. Dada uma base  $|\phi_i\rangle$ , qualquer vetor  $|\phi\rangle$  pode ser caracterizado por suas componentes complexas em relação a esta base. O desenho deve ser visto como um espaço euclidiano, onde associam-se 2 fases ao vetor de estado ( $\alpha_{21}=\pi/2$ , entre  $|\phi_2\rangle$  e  $|\phi_1\rangle$ , e  $\alpha_{31}=\pi$ , entre  $|\phi_3\rangle$  e  $|\phi_1\rangle$ ). O vetor representado no desenho é:

$$|\phi\rangle = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot |\phi_1\rangle + i\frac{3}{4} \cdot |\phi_2\rangle - \frac{1}{4} \cdot |\phi_3\rangle.$$



A evolução unitária pode ser imaginada como uma “rotação” contínua do vetor de estado no espaço de Hilbert (Fig. VI.4), podendo incluir inversões de vetor. A expressão algébrica deste operador de evolução, no caso de um hamiltoniano  $\hat{H}$  independente do tempo, assume a seguinte forma simplificada (com  $t_0 = 0$ , ver seção VI.1):

$$\hat{U}(t) = \exp(-i\hat{H}t/\hbar). \quad (\text{VI.6})$$

Pensando na evolução unitária como rotações e inversões no espaço de Hilbert, fica fácil intuir que o “ângulo” entre dois vetores no espaço de Hilbert (e portanto seu produto escalar) permanece constante se ambos forem submetidos à mesma evolução linear. Como corolário disto, podemos dizer que uma evolução unitária leva estados ortogonais a estados ortogonais.

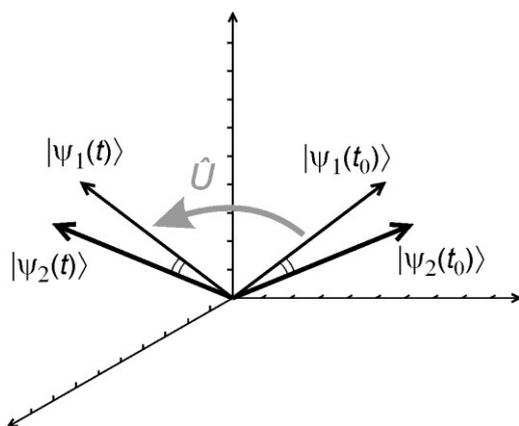


Figura VI.4. Evolução unitária de vetores no espaço de Hilbert.

Por outro lado, a redução de estado (que ocorre com uma medição) é representada no espaço de Hilbert como um salto entre um vetor de estado e um autoestado do observável sendo medido. Na Fig. VI.5, o estado  $|\phi\rangle$  é uma superposição dos estados  $|\phi_i\rangle$ , conforme a eq.(VI.4). Supondo que a medição fornece o valor correspondente a  $|\phi_2\rangle$ , o estado após a redução será o próprio  $|\phi_2\rangle$ . A probabilidade de isto acontecer acaba sendo o módulo quadrado do produto escalar  $\langle\phi_2|\phi\rangle$ , que é o coeficiente  $a_2$  expresso de acordo com a eq.(VI.4), e que na figura aparece como a projeção de um vetor sobre o outro.

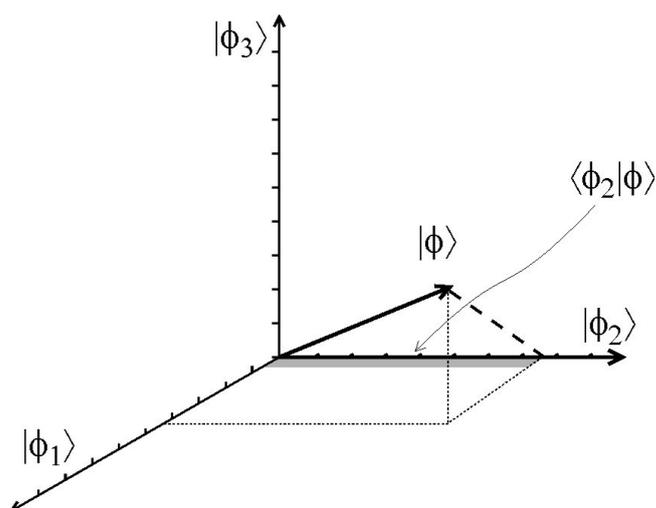


Figura VI.5. A projeção  $\langle\phi_2|\phi\rangle$  está indicada pela área cinza.

## 5. Origens da Noção de Colapso e o Papel do Observador

As origens da noção de “colapso de onda” se encontram no chamado “paradoxo da quantidade” encontrado por J.J. Thomson (1897) e por W.H. Bragg (1906) em suas pesquisas com raio X.<sup>45</sup> A ideia de “saltos quânticos” associada ao trabalho de Max Planck (1900) e Niels Bohr (1913) envolve uma questão semelhante, só que de um ponto de vista corpuscular.

Ao desenvolver sua Mecânica Ondulatória, Schrödinger não precisou considerar as mudanças da função de onda decorrentes de uma medição. Quem fez isso pela primeira vez foi Heisenberg, ao analisar a medição de posição de um elétron, no famoso artigo de 1927.<sup>46</sup> Introduziu a noção de que “cada determinação de posição reduz o pacote de onda de volta a sua extensão original”.

Esta seria a chave para descrever as trajetórias lineares da radiação em uma câmara de nuvem de Wilson (Fig. VI.6), conforme discutido no 5º Congresso de Solvay, daquele mesmo ano. Nesta conferência, Max Born considerou uma formulação dada por Einstein ao “paradoxo da quantidade”, associado à dualidade onda-partícula: “Uma preparação radioativa emite em todas as direções partículas  $\alpha$ ; faz-se com que estas fiquem visíveis através do método da nuvem de Wilson. Ora, se se associar a cada processo de emissão uma onda esférica, como se pode compreender que o rastro de cada partícula  $\alpha$  se mostra como uma linha (mais ou menos) reta?”

Born em seguida explicou “como o caráter corpuscular do fenômeno pode ser conciliado aqui com a representação por ondas”, fazendo uso da “noção de ‘redução do pacote de probabilidade’ desenvolvida por Heisenberg”, que não ocorre “durante o tempo em que não se observa ionização alguma”. Para descrever o que ocorre após a observação, deve-se “reduzir” o pacote de ondas para a vizinhança imediata dessas gotículas”.<sup>47</sup>

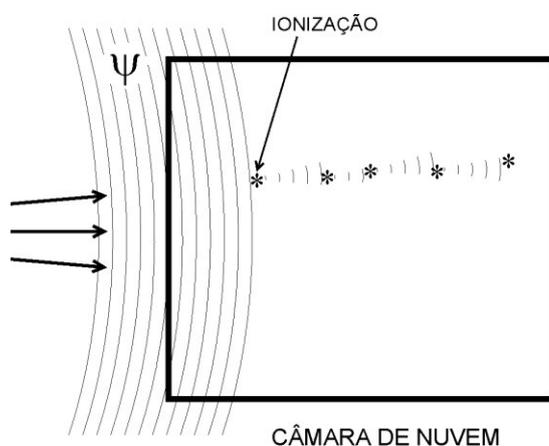


Figura VI.6. Colapso em uma câmara de nuvem de Wilson. Ionizações estão indicadas por asterisco.

<sup>45</sup> WHEATON, B.R. (1983), *The tiger and the shark: empirical roots of wave-particle dualism*, Cambridge University Press, pp. 76, 86. Discutimos isso nas aulas paralelas de História da Física Quântica, Cap.II.

<sup>46</sup> HEISENBERG, W. (1927), “Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik”, *Zeitschrift für Physik* 43, 172-198. Tradução em inglês: “The physical content of quantum kinematics and mechanics”, in WHEELER & ZUREK (1983), op. cit. (nota 15), pp. 62-84. Citação da p. 74.

<sup>47</sup> SOLVAY, INSTITUT INTERNATIONAL DE PHYSIQUE (1928), *Electrons et photons – Rapports et discussions du Cinquième Conseil de Physique tenu a Bruxelles de 24 au 29 Octobre 1927*, Gauthier-Villars, Paris. Em inglês: BACCIAGALUPPI, G. & VALENTINI, A. (orgs.) (2009), *Quantum theory at the crossroads: reconsidering the 1927 Solvay Conference*, Cambridge U. Press. Tradução em português do capítulo “Discussão geral das novas ideias formuladas”, in PESSOA JR., O. (org.) (2001), *Fundamentos da física 2 - Simpósio David Bohm*, Livraria da Física, São Paulo, pp. 139-72; citação da pp. 250-1 do original.

Na Fig. VI.6, antes da redução de estado, o sistema quântico pode ser detectado em qualquer posição do eixo vertical. Porém, logo após a primeira ionização, se ocorrer outra ionização, ela ocorrerá na mesma posição vertical (no caso de uma onda plana propagando-se na horizontal), exprimindo a repetibilidade das medições de posição. Porém, tal repetibilidade só é garantida para uma segunda medição que ocorra “imediatamente” depois da primeira; pois se um tempo razoável transcorrer, a onda associada ao sistema quântico em questão irá difratar, espalhando-se como uma onda esférica. Na figura, como as detecções ocorrem frequentemente, a série de pontos forma uma trajetória quase retilínea.

Neste mesmo congresso, Paul Dirac considerou o problema do colapso enfocando a perda da capacidade das componentes da função de onda de interferir entre si. “Pode-se dizer que a natureza escolhe aquele dentre os  $\psi_n$  que convém [...] A escolha, uma vez feita, é irrevogável e afetará todo o estado futuro do mundo” (p. 262).

Heisenberg criticou esta ideia de que “a natureza faz uma escolha”. “Eu diria, preferencialmente, conforme fiz em meu último artigo, que o *próprio observador* faz a escolha, pois é só no momento em que a observação é feita que a ‘escolha’ se torna uma realidade física e que a relação das fases nas ondas, o poder de interferência, é destruída” (pp. 264-5).

Esta ênfase no papel do observador teria seu auge nos anos 1930, com a “abordagem subjetivista” de Fritz London & Edmond Bauer (1939), segundo a qual a consciência humana seria responsável pelo colapso (ver seção IX.2).

## 6. A Não-Localidade no Colapso

Em sua intervenção neste 5º Congresso de Solvay, Einstein apresentou o seguinte experimento mental (Fig. VI.7). Um pacote de onda incide em uma fenda e é difratado, passando a ser representado por uma onda esférica. Esta onda se propaga então em direção a um detector circular (uma tela fosforescente).

“Se  $|\psi|^2$  fosse simplesmente encarada como a probabilidade de que em um certo lugar uma partícula determinada se encontre em um instante determinado, poderia acontecer que *um mesmo* processo elementar produzisse uma ação *em dois ou mais* lugares do anteparo. Porém, a interpretação, segundo a qual  $|\psi|^2$  exprime a probabilidade de que *esta* partícula se encontre em um lugar determinado, supõe um mecanismo de ação à distância muito particular, que impede que a onda continuamente repartida no espaço produza uma ação em *dois* lugares da tela” (p. 255).

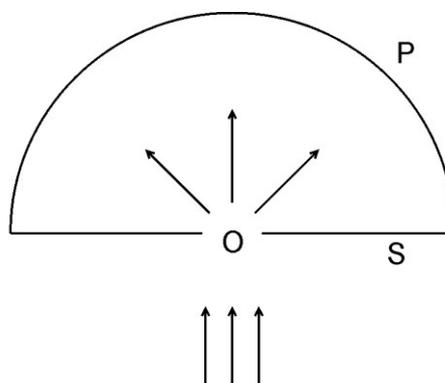


Figura VI.7. Não-localidade no colapso da onda, segundo Einstein.

Esta constatação se aplica especialmente à interpretação ondulatória, que atribui uma realidade a  $\psi$ . A redução do pacote de onda por si só já estaria associada a uma *ação à distância* ou efeito *não-local*. Esta incômoda situação pode ser considerada uma “anomalia” da interpretação ondulatória,<sup>48</sup> assim como o silêncio com relação à realidade antes da medição seria uma anomalia da interpretação da complementaridade (e a atualização do passado no presente, seção III.4, uma anomalia da versão realista da complementaridade), e as ondas vazias (seção III.1) seriam uma anomalia de certas interpretações dualistas realistas. Veremos adiante, porém, quando estudarmos a desigualdade de Bell, que a não-localidade que está associada ao colapso também está presente em qualquer interpretação realista da Teoria Quântica, mesmo as dualistas.

---

<sup>48</sup> O termo “anomalia” era usado por REICHENBACH, H. (1944), *Philosophical foundations of quantum mechanics*, University of California Press, Berkeley. Ele também explorava as distinções entre as interpretações “ondulatória” e “corpuscular”.

## EXPERIMENTO DE STERN-GERLACH

### 1. O Experimento de Stern-Gerlach

Consideremos agora um experimento bem conhecido para fortalecermos nossa intuição sobre o princípio de superposição, o colapso do pacote de ondas e a evolução unitária. Trata-se do famoso experimento idealizado por Otto Stern, e realizado no final de 1921 em parceria com Walter Gerlach na Universidade de Frankfurt.

Um fino feixe de átomos de prata foi produzido por evaporação em um forno e colimado por duas fendas em série, passando então (em alto vácuo) entre os polos de um eletroímã que gera um campo magnético não-homogêneo. Os átomos foram coletados em uma placa de vidro. Constatou-se a formação de duas manchas bem separadas, ao invés de uma mancha contínua. Este experimento exemplifica o que é chamado *quantização espacial*, associada ao momento angular  $\frac{1}{2} \hbar$  do átomo de prata, onde  $\hbar \equiv h/2\pi$ .

Na Fig. VII.1 apresentamos um esquema desta experimento paradigmático. Aproximadamente 50% dos átomos incidem na região “em cima”, e a tais átomos é atribuído o componente de momento angular de valor  $\ell_z = +\frac{1}{2} \hbar$ , enquanto que aos que chegam na região “em baixo” é atribuído  $\ell_z = -\frac{1}{2} \hbar$ . Não tentaremos explicar a origem do efeito a partir da interação do átomo com o campo, o que é feito em livros didáticos de Mecânica Quântica, mas nos concentraremos na descrição do estado do átomo.

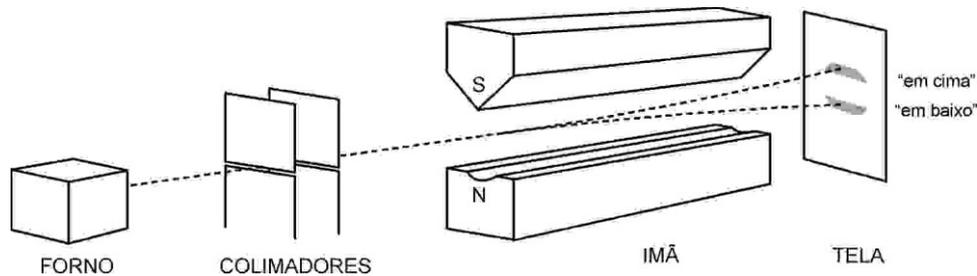


Figura VII.1. Experimento de Stern-Gerlach.

Se os átomos que incidem no aparelho forem preparados no autoestado  $|\sigma_{+z}\rangle$ , ou seja, com momento angular bem definido de valor  $\ell_z = +\frac{1}{2} \hbar$ , então todos rumarão para a região “em cima”. O análogo acontece para átomos preparados com  $\ell_z = -\frac{1}{2} \hbar$ , que vão “embaixo”. O que acontece, porém, quando os átomos estão em um estado que é uma superposição quântica de  $|\sigma_{+z}\rangle$  e  $|\sigma_{-z}\rangle$ ? (Pois o princípio quântico de superposição permite isso, como vimos na seção V.4).

Iremos argumentar que depois que o átomo passou pelo ímã, mas antes de ser detectado, ele ainda não tem um momento angular bem definido. Vamos supor que o átomo é preparado no estado  $|\sigma_{+x}\rangle$ , um autoestado de  $\hat{L}_x$ , através de filtros apropriados. Se ele for detectado em um dos canais sem ser destruído, podemos dizer que seu estado final é  $|\sigma_{+z}\rangle$  (se for detectado no canal superior) ou  $|\sigma_{-z}\rangle$  (se for detectado em  $D_2$ ). Para calcularmos as probabilidades de cada um destes resultados, basta escrever o estado inicial como uma superposição dos autoestados correspondentes ao observável sendo medido:

$$|\psi\rangle_{\text{inic.}} = |\sigma_{+x}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{+z}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{-z}\rangle . \quad (\text{VII.1})$$

Após a separação das componentes no imã, ocorre um acoplamento entre as variáveis de momento angular e de posição. Na eq.(VII.1) ignoramos o estado de posição do átomo incidente: deveríamos tê-lo escrito como  $|\sigma_{+x}\rangle \otimes |\vec{r}_0\rangle$ , onde  $\vec{r}_0$  é a posição do átomo no eixo  $z=0$ . Após a separação, o estado torna-se:

$$|\psi\rangle_{\text{sep.}} = \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{+z}\rangle \otimes |\vec{r}_+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{-z}\rangle \otimes |\vec{r}_-\rangle . \quad (\text{VII.2})$$

Os vetores  $|\vec{r}_+\rangle$  e  $|\vec{r}_-\rangle$  indicam posições “em cima” e “em baixo” do eixo  $z$ . A tela fosforescente é um detector de posição, não de momento angular. Porém, como os estados de momento angular estão *correlacionados* com os de posição (eq. VII.2), faz-se uma medição “indireta” da componente de momento angular.

## 2. Colapso no Experimento de Stern-Gerlach

Substituamos a tela detectora usada por Stern & Gerlach por detectores de não-demolição  $D_1$  e  $D_2$ , que não absorvem os átomos de prata, mas que são sensíveis à sua passagem (Fig. VII.2).

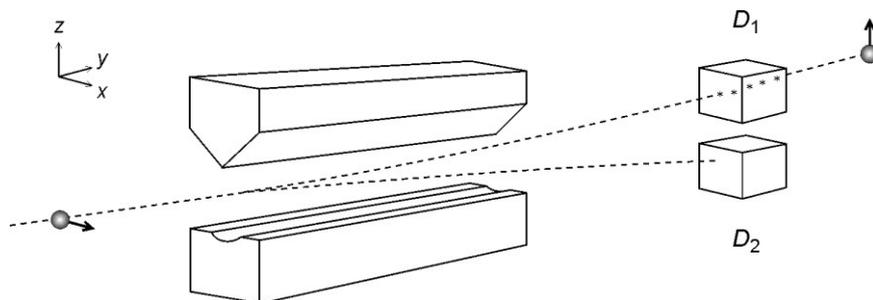


Figura VII.2. Experimento de Stern-Gerlach com detectores que não absorvem os átomos.

Vamos supor que o átomo é detectado na posição superior. (Pela eq.VII.2 vemos que a probabilidade de isto ocorrer é  $\frac{1}{2}$ , seguindo a regra de Born). Então, após completada a medição, o estado final é:

$$|\psi\rangle_{\text{fn.}} = |\sigma_{+z}\rangle \otimes |\vec{r}_+\rangle . \quad (\text{VII.3})$$

A transição da eq.(VII.2) para a eq.(VII.3) descreve a *redução de estado*. Sabemos que este último é realmente o estado final porque podemos repetir o experimento de Stern-Gerlach para este estado final. Na Fig. VII.3 (análoga à Fig. IV.2), apenas átomos no estado  $|\sigma_{+z}\rangle$  rumam para um segundo aparelho  $SG_2$ , após serem redirecionados por um campo magnético estático  $M$ . Após atravessarem  $SG_2$ , todos os átomos são detectados em  $D_{11}$ , e nenhum em  $D_{12}$ .

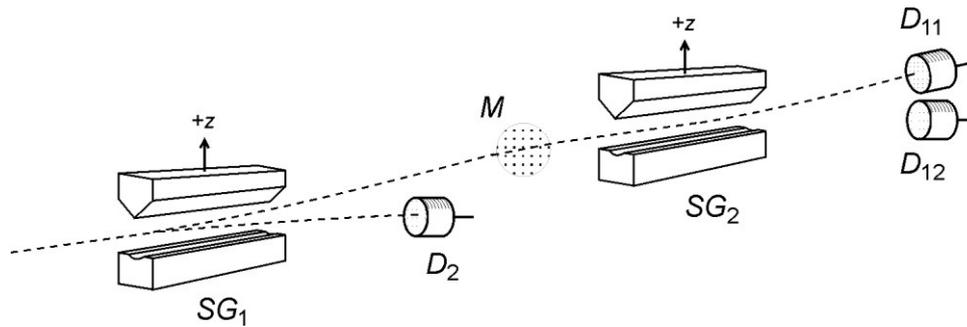


Figura VII.3. Arranjo para mostrar que os átomos rumando para o canal de cima possuem uma propriedade bem definida, que exprimimos pelo autovalor  $\ell_z = +\frac{1}{2}\hbar$ .

### 3. A Redução de Estado segundo as Diferentes Interpretações

Na seção III.1, vimos como as diferentes interpretações explicam um fenômeno corpuscular. A visão ondulatória, nesse caso, precisa invocar um colapso súbito e não-local para explicar o fenômeno, que é facilmente explicável pelas outras interpretações através da noção simples de partícula. Apesar de essas outras interpretações não invocarem um colapso de onda, mesmo assim elas aceitam o formalismo quântico, e em geral aceitam que haja uma redução de estado (ao nível do formalismo) do tipo descrito pelas eqs.(VI.2 e 3). Como é, então, que cada visão interpreta a redução de estado? Que alteração ocorre no objeto quântico, devido ao processo de medição, que é descrito pela redução de estado? Para responder a essas perguntas, levaremos em consideração as interpretações do estado quântico apresentadas na seção V.5.

(1) *Interpretação Ondulatória.* Como esta visão atribui uma realidade ao estado quântico que se reduz, então este processo corresponde a um colapso real da onda de probabilidade, conforme já vimos (ver Fig. VII.4). Um problema com esta concepção é que tal colapso instantâneo é não-local (seção VI.4): uma medição feita na Lua pode instantaneamente afetar uma realidade – um estado quântico – na Terra.

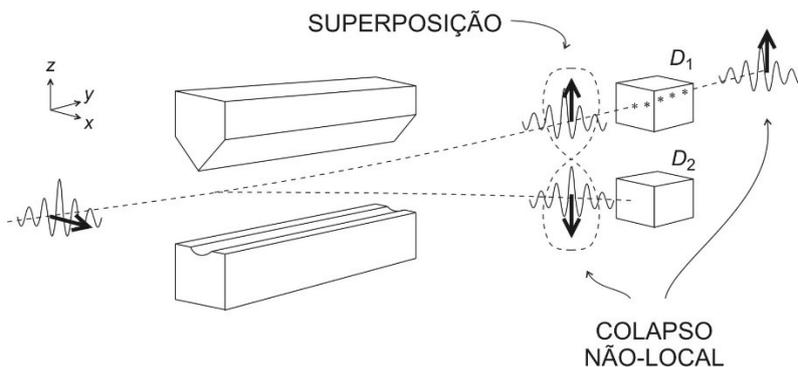


Figura VII.4. Experimento de Stern-Gerlach segundo a interpretação ondulatória realista. Nesta visão, o momento angular atômico ou o spin são considerados rotações de um campo ondulatório.<sup>49</sup>

(2) *Interpretação Corpuscular.* A interpretação dos coletivos estatísticos (seção V.5) oferece uma explicação interessante para a redução de estado.<sup>50</sup> Consideremos o experimento

<sup>49</sup> Ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seção XIX.1.

<sup>50</sup> O físico estadunidense Edwin Kemble defendeu esta visão, aparentemente sem levar em conta a complicação que mencionamos no parágrafo seguinte: KEMBLE, E.C. (1937), *The fundamental principles of quantum mechanics*, Mc-Graw-Hill, New York, pp. 326-9. Já o filósofo da ciência Karl Popper distinguiu a “seleção” de uma medição real, que provoca um distúrbio no objeto: POPPER, K. ([1934] 1989), “Algumas objeções a respeito

de Stern-Gerlach examinado anteriormente, e o estado inicial dado pela eq.(VII.1). Este estado, segundo esta interpretação, representaria na verdade uma grande coleção de microestados diferentes, sendo que cada um destes microestados teria o mesmo valor  $l_x = +\frac{1}{2}\hbar$  para o componente de momento angular na direção  $x$ , já que o estado quântico foi preparado no autoestado  $|\sigma_{+x}\rangle$ . Deste coletivo de microestados, metade teria o valor  $l_z = +\frac{1}{2}\hbar$  para o componente na direção  $z$ , e metade  $l_z = -\frac{1}{2}\hbar$ . Cada átomo sendo medido estaria num microestado bem definido deste coletivo (com  $l_x$  e  $l_z$  exatos), só que ignoramos qual. Ao realizarmos a medição e obtermos o estado final da eq.(VI.3), revela-se o valor  $l_z = +\frac{1}{2}\hbar$  para o componente na direção  $z$ . Assim, aumentou nosso conhecimento a respeito do microestado inicial, o coletivo inicial sendo reduzido para um de seus sub-coletivos. Segundo esta interpretação, nada teria mudado com relação às propriedades do átomo: o que muda com a redução de estado seria apenas nosso conhecimento a seu respeito.

Apesar da elegância desta explicação, é preciso tomar cuidado para dar conta do experimento da Fig. VII.5, em que o átomo no estado inicial  $|\sigma_{+x}\rangle$  passa por dois imãs de Stern-Gerlach, um orientado na direção  $+z$  e o outro na direção  $+x$ , antes de ser detectado. Neste caso, o átomo que entra em  $SG_2$  tem uma probabilidade  $\frac{1}{2}$  de terminar com componente de spin  $l_x = -\frac{1}{2}\hbar$  (em  $D_{11}$ ), diferente da inicial (antes de  $SG_1$ ). Isso mostra (usando a terminologia desta interpretação) que o processo de medição (em  $SG_1$  e  $D_2$ ) não meramente “seleciona um sub-coletivo do coletivo inicial”, mas, ao fazer essa seleção, transforma as propriedades dos átomos do sub-coletivo (que a interpretação postula existir inicialmente), compondo assim um novo coletivo com propriedades não contidas no sub-coletivo inicial (devido, poderíamos dizer, a um distúrbio provocado pelo aparelho no objeto quântico, como na seção IV.1).

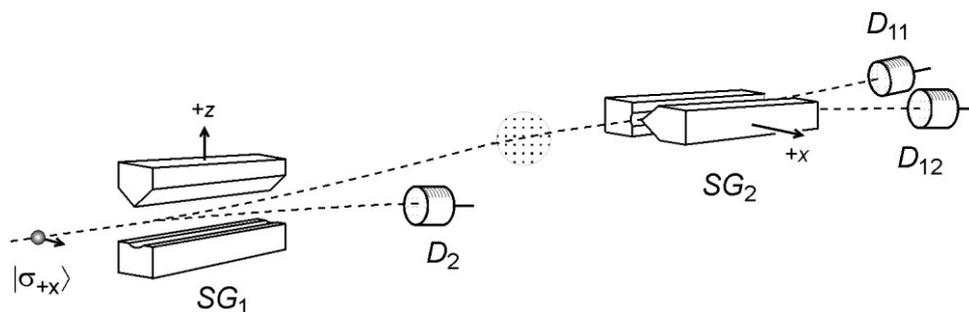


Figura VII.5. Arranjo para mostrar que uma propriedade bem definida  $l_x = +\frac{1}{2}\hbar$  do estado inicial é perdida após separação dos autoestados de  $\hat{L}_z$  em  $SG_1$  e absorção em  $D_2$ .

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Considerando que toda medição acaba envolvendo uma determinação da posição do objeto quântico, as reduções de estado resultariam sempre num autoestado de posição (como a eq. VII.3), de forma que estas reduções podem ser interpretadas como a mera detecção da partícula presente em algum lugar da onda piloto. David Bohm<sup>51</sup> ressaltava que o “potencial quântico”, que corresponde às ondas em seu modelo dualista, sofre “flutuações violentas e extremamente complicadas” durante a interação do objeto quântico com o aparelho de medição, afetando o momento da partícula e conseqüentemente sua posição final. Além disso, fases aleatórias são introduzidas nas ondas após a medição (ver Fig.

da teoria quântica”, in *A lógica da pesquisa científica*, Cultrix, São Paulo, cap. IX, pp. 237-74. Ver também os Novos Apêndices XI, XII, pp. 504-27. A posição de Popper é retomada por BALLENTINE (1970), op. cit. (nota 39).

<sup>51</sup> BOHM, D. (1952), “A suggested interpretation of the quantum theory in terms of ‘hidden’ variables, I and II”, *Physical Review* 85, 166-93, reproduzido in WHEELER & ZUREK (1983), op. cit. (nota 15), pp. 369-96; ver p. 181.

VII.6). Vale ressaltar, porém, que o colapso resultante seguiria de maneira determinista do estado inicial do objeto e do aparelho, não sendo assim um processo essencialmente aleatório.

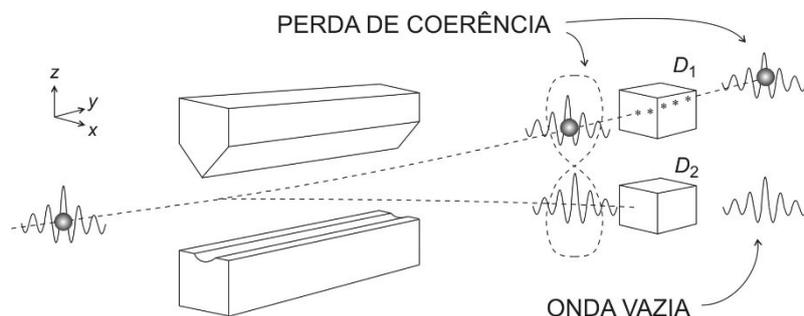


Figura VII.6. Experimento de Stern-Gerlach segundo a interpretação dualista realista. O momento angular não está representado.

(4) *Interpretação da Complementaridade.* Para esta visão, a redução brusca e imprevisível do estado quântico durante uma medição apenas reflete o distúrbio incontornável que o aparelho de medição exerce sobre o objeto. Para um fenômeno ondulatório, como o experimento das duas fendas para um fóton único (seção I.3), a interpretação da complementaridade explica o surgimento de ionizações individuais no detector apelando para o *postulado quântico* (seção I.4), que preencheria assim o papel explicativo que a noção de colapso tem na interpretação ondulatória. Isso também seria válido para um fenômeno corpuscular (seção III.1), apesar de neste caso haver menos problema ainda, pois o objeto quântico se comporta como partícula.

(5) *Interpretação Instrumentalista.* A redução de estado exprime a aquisição de conhecimento que se tem do sistema físico, havendo também modificação do sistema devido à interação com o medidor. O aspecto não-local da redução é evitado a partir da interpretação epistêmica do estado quântico (seção V.5). Ao invés da “representação de Schrödinger”, que usamos em nossa exposição, alguns físicos defendem que a descrição mais satisfatória ocorre na “representação de Heisenberg”. “Durante a evolução dinâmica do sistema, os operadores (ou atributos) do sistema mudam. Durante a medição, a função de onda (representando nosso conhecimento do sistema) muda. [...] A dinâmica é claramente diferente da medição. Uma afeta os operadores, e o outro afeta a função de onda.”<sup>52</sup>

#### 4. Recombinação dos Feixes de Stern-Gerlach

A reversão temporal pode ser analisada de maneira teórica, mas já vimos maneiras de implementá-la experimentalmente (seção VI.3). Uma maneira simples de investigar se um processo é reversível ou não é fazendo uma *recombinação de feixes*, como foi feito no interferômetro de Mach-Zehnder.

No caso do experimento de Stern-Gerlach, o arranjo de recombinação (Fig. VII.7) foi sugerido por David Bohm (1951),<sup>53</sup> e mais tarde por Günther Ludwig (1954) e Eugene Wigner (1963). Os componentes divergentes são recombinados utilizando-se campos magnéticos estáticos apropriados ( $M_{+x}$ ,  $M_{-x}$ ), e a colimação final é feita por meio de um outro ímã de Stern-

<sup>52</sup> UNRUH, W.G. (1986), “Quantum measurement”, in D.M. Greenberger (org.), *New techniques and ideas in quantum measurement theory. Annals of the New York Academy of Sciences* 480: 242-49; citação da p. 245.

<sup>53</sup> BOHM (1951), op. cit. (nota 29), pp. 604-8. LUDWIG, G. (1954), “Der Messprozess”, *Zeitschrift für Physik* 135: 483-511; ver pp. 136-38. WIGNER, E.P. (1963), “The problem of measurement”, *American Journal of Physics* 31: 6-15, 1963; reimpresso em WHEELER & ZUREK (1983), op. cit. (nota 15), pp. 324-341; ver pp. 330-32.

Gerlach ( $SG_2$ ). Este último deveria ser invertido (por reflexão no plano  $xz$ ), mas como o imã é simétrico nessa direção, o segundo imã pode ser colocado de maneira idêntica ao primeiro.

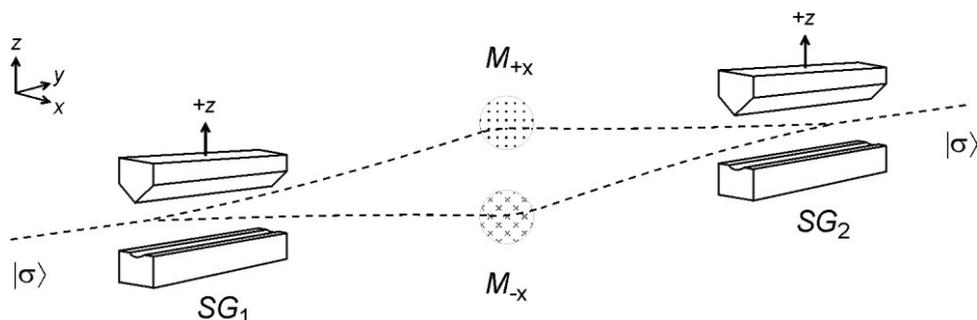


Figura VII.7. Experimento de Stern-Gerlach revertido.

Qual será o estado final do átomo? Consideremos dois casos possíveis:

[1] Se após a separação pelo imã o estado for a superposição descrita pela eq.(VII.2), então ao serem recombinadas, as duas componentes terão mantido uma diferença de fase constante, e formarão um estado final “puro”, que pela simetria do arranjo experimental (e supondo que nenhuma fase relativa é introduzida entre as componentes) é igual ao estado inicial  $|\sigma_{+x}\rangle$ . Para um coletivo de átomos, todos estarão no mesmo estado  $|\sigma_{+x}\rangle$ .

[2] Se após a separação pelo imã o átomo tiver escolhido um autoestado de  $\hat{L}_z$  (ou seja, escolhido o caminho percorrido), após incidir no imã invertido de Stern-Gerlach ele permanecerá no estado escolhido, ou  $|\sigma_{+z}\rangle$ , ou  $|\sigma_{-z}\rangle$ . (Esta conclusão é obtida também a partir de argumentos de simetria, imaginando-se uma reversão temporal do experimento de Stern-Gerlach usual para um estado inicial que seja um autoestado de  $\hat{L}_z$ .) Para um coletivo de átomos, obtém-se não um caso puro, mas uma “mistura” (metade no estado  $|\sigma_{+z}\rangle$ , metade em  $|\sigma_{-z}\rangle$ ).

Pois bem, os casos [1] e [2] podem ser distinguidos para um coletivo de átomos (apenas um átomo não seria suficiente). Basta, para isso, colocar um imã de Stern-Gerlach apontado na direção  $x$  na saída do arranjo experimental revertido (Fig. VII.8). No caso [1], todos os átomos serão detectados em  $D_3$ ; no caso [2], mais ou menos metade cairá em  $D_3$  e metade em  $D_4$ . Este caso exemplifica a regra de que em geral é sempre possível distinguir um caso puro de uma mistura estatística.

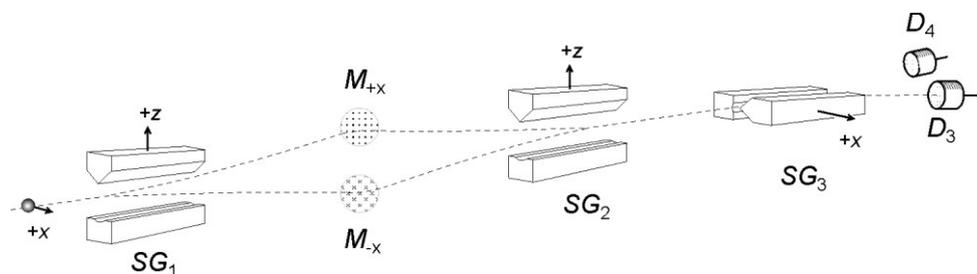


Figura VII.8. Arranjo para comprovar que o estado inicial puro  $|\sigma_{+x}\rangle$  é mantido após a recombinação dos feixes de Stern-Gerlach.

Apesar de o experimento de Stern-Gerlach revertido nunca ter sido realizado, supunha-se que o caso [1] seria o correto. Note que a reversão não envolve nenhum colapso irreversível (pois não houve medições) e nem distúrbios. Na prática, o arranjo revertido foi realizado em um experimento de interferometria de nêutrons, na década de 1980.<sup>54</sup>

Concluimos assim que, antes de qualquer detecção, o vetor de estado representando o momento angular do sistema está em uma “superposição de estados com  $\ell_z$  bem definido” (eq. VII.2). É incorreto afirmar que o átomo está em um dos canais (só que nós não sabemos qual deles) e que não há nada no outro canal (o que corresponderia ao caso [2]).

Agora, se um par de detectores que não destruísse os átomos fosse inserido após a primeira separação das componentes (Fig. VII.9), obteríamos informação sobre qual caminho foi percorrido pelo átomo, e isso provocaria um colapso para um estado do tipo da eq.(VII.3). Cairíamos então no caso [2].

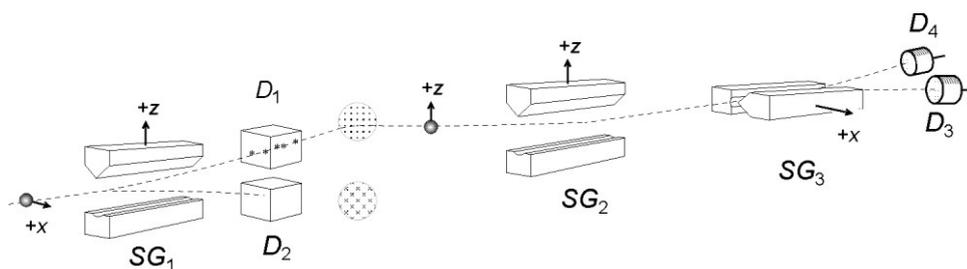


Figura VII.9. Se a trajetória inicial for medida, a perda de coerência resultante leva a uma mistura final, com detecções tanto em  $D_3$  quanto em  $D_4$ .

Para finalizar, consideremos a questão de como a interpretação da onda piloto (dualismo realista) interpreta o experimento de Stern-Gerlach com recombinação (Fig. VII.8). Como no caso do interferômetro, ela postula que a onda se divide em dois componentes e a partícula segue por um deles. Mas e o spin, ou momento angular? Ele estaria associado à partícula ou à onda? Ora, como o estado de spin inicial pode ser restaurado através da recombinação ou interferência de feixes, e o fato de o hipotético corpúsculo ir por um caminho ou outro não afeta o resultado final, parece que *o spin deve ser associado ao campo ondulatório*,<sup>55</sup> ou pelo menos, a uma propriedade da relação entre o campo ondulatório e a partícula.

<sup>54</sup> Ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seções XIX.3, 4 e 5.

<sup>55</sup> Esta é a conclusão obtida no contexto da interpretação ondulatória por: OHANIAN, H.C. (1986), “What is spin?”, *American Journal of Physics* 54, 500-5.

## MEDIÇÕES EM FÍSICA QUÂNTICA

### 1. “Medição” enquanto Termo Primitivo

O pouco que vimos das regras da Mecânica Quântica indica pelo menos duas inovações em relação à Física Clássica: os papéis fundamentais adquiridos pela *probabilidade* e pela *imprevisibilidade* (o que levou muitos a defenderem o indeterminismo), e o estatuto especial atribuído ao ato de *medição*.

No que se refere ao processo de medição, os princípios da Física teórica do século XIX podiam ser enunciados sem se fazer qualquer referência ao observador ou ao instrumento de medição. O processo de medição podia em princípio ser explicado de maneira completa na linguagem da Física, e podia-se corrigir teoricamente o distúrbio provocado pelo instrumento no objeto.

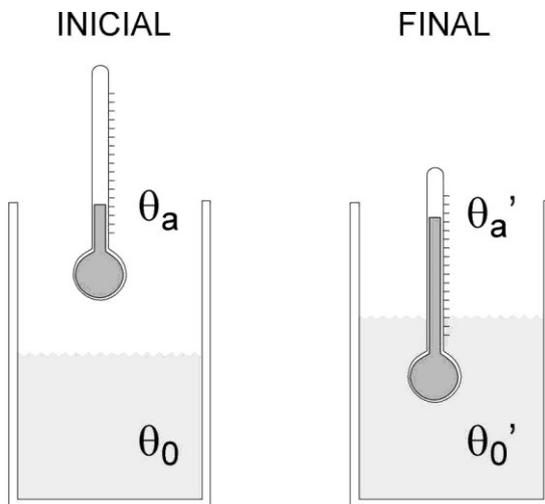


Fig. VIII.1. Corrigibilidade de medições em Física Clássica.

Como exemplo disto,<sup>56</sup> considere a medição da temperatura  $\theta_0$  de um volume pequeno de água de capacidade térmica  $C_0$ , por meio de um termômetro cujo bulbo tem tamanho e capacidade térmica  $C_a$  comparáveis ao volume d’água, e temperatura inicial  $\theta_a$  (Fig. VIII.1). A temperatura final  $\theta_a' = \theta_0'$  do termômetro não indica a temperatura inicial da água, pois a água perdeu calor para o termômetro. O medidor alterou assim o estado da água, como no caso quântico. Mas há no caso clássico uma diferença fundamental: é possível calcular a correção a ser introduzida na leitura do termômetro, usando as leis da Termologia, de forma a computar o valor inicial da temperatura da água:  $\theta_0 = \theta_a' + (C_a/C_0) \cdot (\theta_a' - \theta_a)$ .

Com a Mecânica Quântica, a *medição*<sup>57</sup> tornou-se um conceito primitivo que foi integrado aos fundamentos da teoria. Este “papel primitivo” da medição em MQ tem desagradado a vários autores que desejam um retorno ao ideal clássico, no qual o comportamento dos aparelhos de medição pode ser reduzido aos princípios da teoria física

<sup>56</sup> O exemplo que se segue foi sugerido por ZILSEL, E. (1935), “P. Jordans Versuch, den Vitalismus quantenmechanischen zu retten”, *Erkenntnis* 5, 56-64. Ver discussão in JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 160-1.

<sup>57</sup> Em português, o ato de medir pode ser denotado por três substantivos: “medida”, “medição” e “mensuração”. Não utilizamos o primeiro termo para não fazer confusão com a “medida” de um conjunto de pontos em Análise Matemática. Utilizamos, portanto, o termo “medição” no contexto da Física.

fundamental. A maioria dos físicos, porém, não se incomoda com esta questão, já que em sua visão o papel primitivo da medição exprime somente o caráter inevitavelmente instrumentalista da Física Quântica, que deve descrever “experimentos” e não “propriedades intrínsecas dos objetos”. Tal papel primitivo atribuído à operação de medição está também ligado à concepção ortodoxa de que o instrumento de medição tem comportamento fundamentalmente “clássico” (voltaremos a este ponto mais para frente).

## 2. Medições Diretas na Física Quântica

Nas seções VII.1 e 2, vimos que a medição de um componente do spin de um átomo é feita de maneira indireta, pois o que medimos diretamente é a *posição* na qual o átomo é detectado na tela. Se pensarmos como outros observáveis são medidos, veremos que em geral eles são determinados de maneira indireta a partir de uma medição direta de posição.

Como exemplo adicional, consideremos como a velocidade de uma partícula é determinada. Heisenberg (1930) apresentou três maneiras de se medir a velocidade  $V_x$  (ou o momento  $p_x = mV_x$ ) de uma partícula, dentre as quais mencionaremos a que se utiliza do efeito Doppler.<sup>58</sup> Irradia-se a partícula com luz de frequência conhecida  $\nu$ ; pelo efeito Doppler (ou equivalentemente, neste caso, pelo efeito Compton), haverá uma mudança na frequência da luz espalhada, que passa a ser  $\nu' = \nu (1 - 2V_x/c)$  para um espalhamento de  $180^\circ$  (Fig. VIII.2). Como é que se determina a frequência final  $\nu'$ ? Ora, é só passar a luz por um prisma (ou fazê-la incidir numa grade de difração de um espectrômetro) e ver em qual posição ela incide em uma escala. Obtém-se assim, indiretamente, a velocidade  $V_x$  da partícula a partir de uma determinação direta da posição de um fóton.

A tese de que todas as medições quânticas são em última instância determinações de posição foi salientada por Henry Margenau (a partir dos anos 1930) e Louis de Broglie e seu grupo (a partir dos anos 1950). Ela está implícita também na interpretação da complementaridade, à medida que o postulado quântico afirma que as trocas de energia se dão em pacotes bem localizados. No entanto, não é só a medição direta de posição que fornece informação sobre um sistema quântico: em medições de intensidade de um campo, faz-se uma *contagem* de número de eventos quânticos. Tal contagem de quanta, cada qual com uma energia discretizada, pode ser vista como uma medição de energia. Enfim, pode-se defender a tese de que todas as medições diretas na Física Quântica e também na Clássica são *determinações de posição* e *contagem de eventos*. Mesmo a determinação de um intervalo de tempo pode ser reduzida a uma contagem de ciclos regulares.

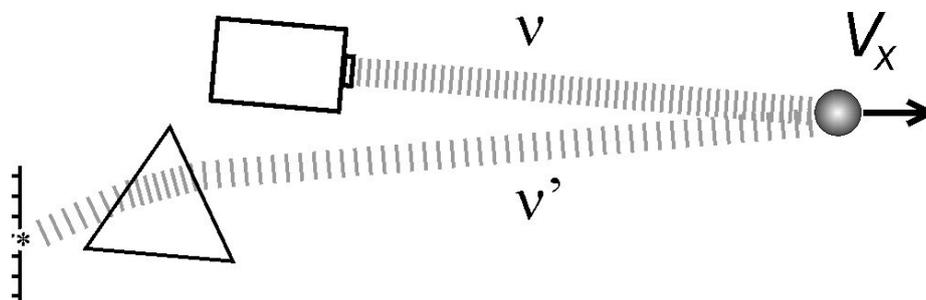


Figura VIII.2. Velocímetro baseado no efeito Doppler.

<sup>58</sup> HEISENBERG, W. (1930), *The physical principles of quantum theory*, University of Chicago Press, pp. 25-28.

### 3. Interpretações sobre as Medições em Física Quântica

Reconhecendo que o observável posição parece ter um estatuto privilegiado na Mecânica Quântica, vejamos nesta seção como as diferentes interpretações encaram a medição de uma posição. Se um experimento fornecer uma posição  $x$  para uma partícula, *o que se pode dizer sobre a existência prévia desse valor medido de posição?*

(1) *Interpretação Ondulatória*. No caso em que um objeto quântico encontra-se em uma superposição de autoestados de posição (ou seja, a função de onda  $\psi(x)$  não é fortemente centrada em torno de um valor de  $x$ ), não se pode atribuir um valor bem definido para a posição. Após a medição em  $t_0$ , supondo-se que o valor  $x_0$  foi obtido, ocorre um colapso da onda espalhada para uma onda fortemente centrada em torno de  $x_0$  (segundo o postulado da projeção). Após a medição, então, pode-se atribuir um valor bem definido para a posição após  $t_0$ , mas não um valor antes de  $t_0$ .

(2) *Interpretação Corpuscular*. Nesta interpretação, é usual aceitar-se que as medições de posição são *fidedignas*: elas revelam o valor da posição possuído pela partícula antes do processo de medição. Além disso, logo após a medição a posição da partícula permanece a mesma. No entanto, para explicar adequadamente experimentos em que observáveis incompatíveis são medidos em sucessão (Fig. VII.5), é preciso admitir que a medição de posição provoca um distúrbio incontrolável e imprevisível no momento da partícula (da mesma forma suposta por Heisenberg em sua derivação semi-clássica do princípio de incerteza, que veremos na seção X.4).

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Segundo esta visão, medições de posição são *fidedignas*, revelando o valor possuído antes da medição. Tal medição provoca uma alteração rapidíssima na onda associada, o que afeta o momento de maneira imprevisível (a alteração na onda dependeria do estado microscópico do aparelho de medição, o que nunca é conhecido pelo cientista).

(4) *Interpretação da Complementaridade*. Para uma interpretação que tende a atribuir realidade apenas para o que é observado, a rigor não faz sentido perguntar qual era a posição de um objeto quântico antes da medição. Tal objeto só passaria a ter um valor bem definido de posição (ou de outro observável) após ele ter interagido com o aparelho de medição e o resultado  $x$  ter sido obtido. Pascual Jordan (1934) exprimiu isso de maneira bastante radical: “nós mesmos produzimos os resultados da medição”.<sup>59</sup> Niels Bohr, no entanto, após 1935, acabou adotando implicitamente a *retrodição*, que mencionamos na seção III.1. Neste caso, então, é plausível dizer, após a detecção de um quanta em uma certa posição  $x_0$  (tanto para fenômenos corpusculares quanto ondulatórios – só que para este último não se retrodiria a trajetória), que a posição do objeto quântico imediatamente antes da medição era  $x_0$  (mas antes da medição, para esta interpretação, é incorreto dizer que “ele tem uma posição bem definida, mas desconhecida”, pelas razões expostas na seção III.3).

(5) *Interpretação Instrumentalista*. Como sugerido no item anterior, não faz sentido perguntar qual era a posição de um objeto quântico antes da medição.

---

<sup>59</sup> JORDAN, P. (1934), “Quantenphysikalische Bemerkungen zur Biologie und Psychologie”, *Erkenntnis* 4, 215-252. Citação da p. 228 é reproduzida em JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), p. 161.

#### 4. Experimento de Resultado Nulo

Consideremos de novo a situação na qual um único átomo incide no aparelho de Stern-Gerlach, e na qual sabemos o instante  $t_1$  no qual o átomo atingirá um dos detectores. Suponha porém que o detector  $D_2$  (da Fig. VII.2) tenha sido removido (como na Fig. VIII.3), e que após o tempo  $t_1$  nenhum sinal seja detectado em  $D_1$ .

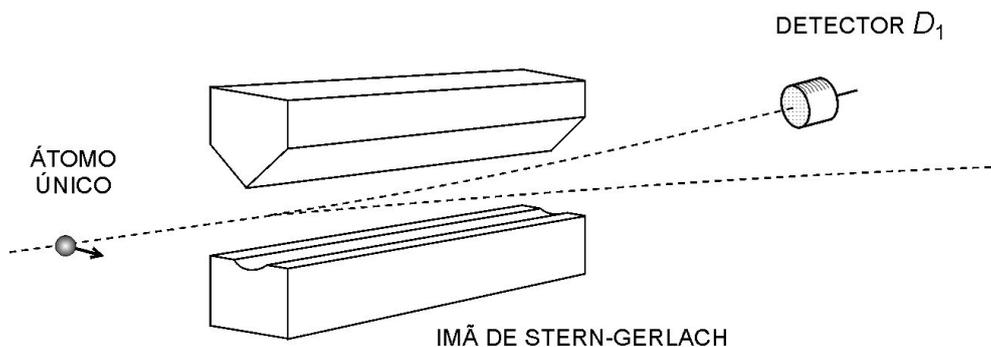


Figura VIII.3. Experimento de resultado nulo

Podemos inferir com certeza que o átomo se encontra no canal inferior, com momento angular bem definido  $\ell_z = -\frac{1}{2} \hbar$ . O vetor de estado representando o estado do átomo sofreu uma redução, sabemos agora qual é o valor do observável medido, mas nenhum sinal foi detectado! Este *experimento de resultado nulo* mostra assim que é possível haver uma medição e uma redução de estado (um “colapso”, segundo a interpretação ondulatória) sem que um detector dispare e sem que se produza um registro macroscópico do sinal.

O aspecto peculiar deste tipo de medição foi apontado por Mauritius Renninger (1960).<sup>60</sup> Segundo ele, um experimento de resultado nulo seria um exemplo de medição na qual não ocorre distúrbio no objeto, o que iria contra a tese do “distúrbio interacional” (seção XI.3) da interpretação da complementaridade. Como o experimento da Fig. VIII.3 é um fenômeno corpuscular, nada interagiria com o detector. Contra esta conclusão, Heisenberg defendeu a posição ortodoxa apelando para a “totalidade” do fenômeno (seção XI.5), de maneira semelhante a que Bohr respondera a EPR (conforme veremos na seção XIII.8). Vejamos como as diferentes interpretações encaram a medição de resultado nulo.

(1) *Interpretação Ondulatória*. Para esta interpretação realista, a onda material é espalhada no espaço e entra em contato com o medidor. Esta interação provoca uma alteração rápida na onda, resultando no colapso da onda, neste caso para o canal sem detector. Assim, ocorre interação entre objeto quântico e medidor, apesar de não haver transferência de quanta de energia entre objeto e medidor.

(2) *Interpretação Corpuscular*. Para esta visão, o corpúsculo simplesmente rumou pelo caminho sem detector. A redução de estado é apenas uma alteração em nosso conhecimento a respeito do sistema quântico. Não há interação entre objeto quântico e aparelho de medição.

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Neste caso, o corpúsculo passa longe do medidor, mas uma onda vazia interage com o detector e sofre um distúrbio aleatório em sua fase.

<sup>60</sup> RENNINGER, M. (1960), “Messungen ohne Störung des Messobjekts”, *Zeitschrift für Physik* 158, 417-21. Experimentos de resultado nulo já haviam sido concebidos antes de Renninger: ver JAMMER, M. (1974), op.cit. (nota 8), pp. 495-6.

(4) *Interpretação da Complementaridade*. Para Bohr, este é um fenômeno corpuscular, então pode-se utilizar o modelo mental de que a partícula seguiu pelo caminho de baixo, sem interação com o detector. O que Heisenberg ressaltou é que o fenômeno é estabelecido por todos os componentes do experimento, de maneira que a presença do detector é relevante para o comportamento do objeto quântico.

(5) *Interpretação Instrumentalista*. A teoria quântica foi estendida nas décadas de 1930 e 1940 para a Eletrodinâmica Quântica, que é uma teoria mais abrangente que foi o primeiro exemplo de uma Teoria Quântica de Campos Relativísticos. Não abordamos esta extensão em nosso curso, mas é interessante examinar o tratamento dado por Robert H. Dicke para o experimento de resultado nulo, dentro deste arcabouço mais amplo, que inclui a noção de “partículas virtuais”. Numa leitura realista, partículas virtuais são partículas que são criadas e aniquiladas antes de serem medidas. Numa abordagem instrumentalista, consideram-se as amplitudes associadas a estes processos para se fazerem os cálculos de probabilidades, sem a preocupação de associar tais amplitudes a processos reais individualizados.

Dicke (1981) examinou em detalhes um exemplo de experimento de resultado nulo envolvendo um átomo dentro de uma caixa que está dividida em dois compartimentos. Seu estado inicial é uma superposição de estados bem localizados em cada um dos compartimentos. Irradia-se o compartimento esquerdo com fótons; se nenhum espalhamento for observado, ocorre um colapso do estado de posição do átomo para o compartimento da direita, sem haver detecção de fótons! Outro fato paradoxal aqui é que este estado final (átomo mais fóton) tem mais energia do que o estado inicial. Dicke mostra, contudo, que este aumento é compensado pela diminuição de energia que ocorre quando o fóton é espalhado, de forma que a energia média é conservada.

Outro ponto importante salientado por Dicke envolve a afirmação de Renninger de que “nenhuma interação” ocorre em um experimento de resultado nulo. “Mostra-se em teoria de perturbação da mais baixa ordem que esta redução da probabilidade de que o átomo se encontre no lado esquerdo da caixa está associada a um processo de espalhamento de segunda ordem. [...] O processo de espalhamento de segunda ordem é um no qual um fóton é primeiro absorvido pelo átomo e depois emitido de volta no pacote de onda, deixando o campo de fótons no estado original. [...] A ausência de um fóton espalhado não implica que uma ‘interação’ entre o pacote de onda do fóton e o átomo não tenha ocorrido, pois o processo de espalhamento de segunda ordem pode ser considerado uma ‘interação’.”<sup>61</sup>

## 5. Experimento de Elitzur-Vaidman

Uma aplicação do experimento de resultado nulo foi proposta por Avshalom Elitzur & Lev Vaidman no início dos anos 1990.<sup>62</sup> Imagine um interferômetro de Mach-Zehnder com uma bomba no caminho  $B$  (Fig. VIII.4), de tal maneira que se um fóton for absorvido pela bomba, ela explodirá. Supondo que pacotes monofotônicos vão entrando no interferômetro, 50% deles farão a bomba explodir, 25% cairão em  $D_1$  e 25% em  $D_2$ . Suponha, primeiro, que a bomba pode ser retirada, sem que saibamos disso. Se fizermos o experimento para um único pacote, e ele for detectado em  $D_2$  (sem saber se a bomba está presente ou não), podemos concluir que há uma bomba no caminho  $B$  sem transferir um quantum de energia para a bomba! Isso porque no caso em que não há bomba alguma, como na Fig. II.3, a probabilidade de detecção

<sup>61</sup> DICKE, R.H. (1981), “Interaction-free quantum measurements: a paradox?”, *American Journal of Physics* 49, 925-30. DICKE, R.H. (1986), “On observing the absence of an atom”, *Foundations of Physics* 16, 107-113. Citação das pp. 109-10.

<sup>62</sup> ELITZUR, A.C. & VAIDMAN, L. (1993), “Quantum mechanical interaction-free measurements”, *Foundations of Physics* 23: 987-97.

em  $D_2$  é nula. Assim, como houve detecção em  $D_2$ , conclui-se que a bomba estava presente em um dos caminhos (e como, por restrição do problema, ela não poderia estar em  $A$ , conclui-se que estava em  $B$ ).

No caso em que a detecção ocorre em  $D_2$ , Elitzur & Vaidman escrevem que mede-se a presença de uma bomba “sem interagir” com ela (usando a expressão de Dicke): “Encontramos que é possível obter certa informação sobre uma região do espaço sem qualquer interação naquela região tanto no passado quanto no presente” (p. 996). Já vimos o que as diferentes interpretações diriam disso: apenas a interpretação corpuscular usaria essa expressão rigorosamente, e a da complementaridade poderia usá-la desde que se lembrasse que a totalidade do fenômeno inclui todas as partes do equipamento experimental.

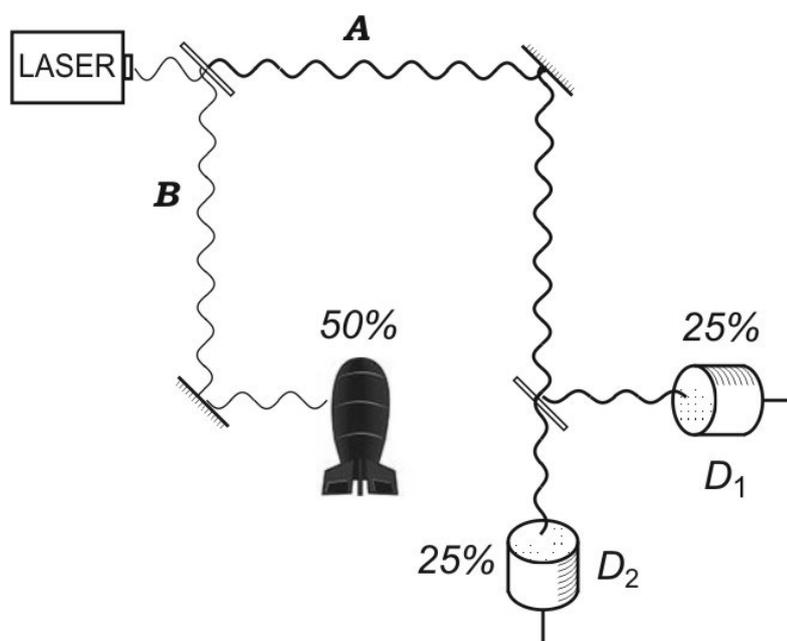


Fig. VIII.4. Montagem de Elitzur-Vaidman.

O uso da expressão “sem interação” é debatível, sendo melhor dizer “sem troca de quanta” ou sem troca de energia com o detector. Mesmo assim, podemos concordar com a afirmação feita pelos autores de que semelhante experimento é impossível de ser realizado no contexto da Física Clássica. Por outro lado, eles afirmam que este experimento exhibe o aspecto de “não localidade” da Mecânica Quântica, mas isso vai depender da interpretação sendo adotada. Por fim, vale mencionar que desenvolvimentos da ideia de Elitzur-Vaidman, junto com o efeito Zenão quântico (seção seguinte), permitiram realizar montagens em que a probabilidade de a bomba detonar pode ser reduzida o quanto se queira!<sup>63</sup>

## 6. Efeito Zenão Quântico

Se um sistema estiver *isolado* do ambiente, e se ele se encontrar em um autoestado de energia, então ele permanecerá indefinidamente neste estado (justificando o uso do termo “estado estacionário”). Porém, vimos na seção VI.2 que a equação de Schrödinger também se aplica para um sistema que está *fechado*, ou seja, um sistema que sofre influência do ambiente,

<sup>63</sup> KWIAT, P.; WEINFURTER, H.; HERZOG, T.; ZEILINGER, A. & KASEVICH, M.A. (1995), “Interaction-free measurement”, *Physical Review Letters* 74: 4763-66. KWIAT, P.; WEINFURTER, H. & ZEILINGER, A. (1996), “Quantum seeing in the dark”, *Scientific American* 275(5) (novembro): 52-58.

através de campos externos, mas cujo estado não afeta as fontes deste campo externo (não afeta a forma da função que descreve esse campo).

Um exemplo de um sistema fechado (mas não isolado) é um átomo no qual incide um campo eletromagnético (um feixe de luz ou de rádio-frequência). Neste caso, um autoestado de energia do átomo não é mais estacionário, pois sabemos (usando uma terminologia corpuscular simplista) que o átomo pode absorver um fóton e saltar para outro nível energético. Isso pode ser expresso de maneira mais precisa dizendo que, sob o efeito de um campo externo ligado no instante  $t=0$ , um certo autoestado de energia  $|\psi_1\rangle$  no instante  $t=0$  passa a ser descrito pelo seguinte vetor de estado:

$$|\psi(t)\rangle = |\psi_1\rangle + at^2|\psi_2\rangle, \quad (\text{VIII.1})$$

onde  $a$  é um coeficiente bem pequeno (a rigor, deveríamos introduzir um coeficiente levemente menor do que 1 multiplicando  $|\psi_1\rangle$  para deixar o estado devidamente normalizado).

Como interpretar o estado da eq.(VIII.1)? Uma coisa que esta equação diz é que se nós fizermos uma medição de energia do átomo no instante  $t$ , a probabilidade de encontramos o átomo com o autovalor  $E_2$  correspondente a  $|\psi_2\rangle$  é:  $\text{Prob}_{|\psi(t)\rangle}(E_2) = (at^2)^2$ . Esta probabilidade aumenta com o tempo, indicando que quanto mais tempo deixarmos o sistema isoladinho antes de o observarmos, maior será a probabilidade de o encontrarmos com energia  $E_2$ .

Digamos então que, após 1 segundo, a probabilidade de medirmos uma transição para  $|\psi_2\rangle$  seja  $a^2$ . O que aconteceria com esta probabilidade (no instante  $t=1$ s) se, a cada intervalo de 0,1 segundos antes desta medição final, tivéssemos feito uma observação da energia do átomo? Bem, no instante  $t = 0,1$  s, a probabilidade de medirmos  $E_2$  é de apenas  $0,01 \cdot a^2$ , segundo a eq.(VIII.1). Após esta medição, qual é o estado do sistema? Supondo que o resultado da medição foi  $E_1$  (cuja probabilidade foi bem próxima de 1), aplicamos o postulado da projeção (seção VI.1) e concluímos que o estado final é  $|\psi_1\rangle$ . A eq.(VIII.1) volta a valer a partir deste instante, e após mais um intervalo de 0,1 s, a probabilidade de medirmos  $E_2$  é novamente  $0,01 \cdot a^2$ . Após termos feito dez medições de energia em intervalos de 0,1 s, qual é a probabilidade de observarmos pelo menos uma transição para  $|\psi_2\rangle$ ? Ele será aproximadamente  $10 \cdot 0,01 \cdot a^2 = 0,1 \cdot a^2$ . Ora, esta probabilidade é dez vezes *menor* do que se tivéssemos deixado o sistema fechadinho, sem ser observado, por 1 segundo inteiro, e só então medido sua energia!

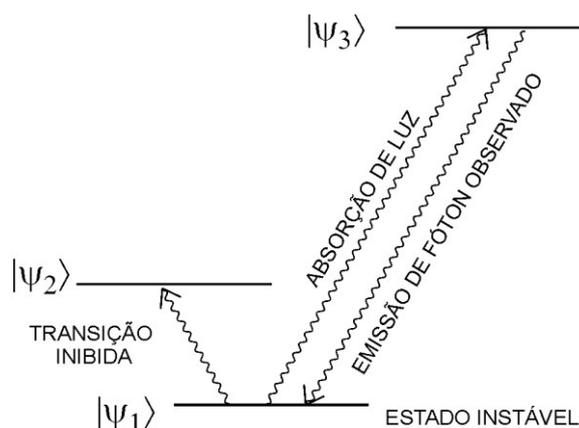
Este é o *paradoxo de Zenão quântico*. O mero ato da observação afeta a probabilidade de transição de um átomo. No limite de uma observação contínua, a transição seria completamente inibida! Em outras palavras: se eu deixar o átomo fechadinho, ele tem uma probabilidade razoável de fazer uma transição, mas se eu o olhar continuamente, ele não faz a transição! Os átomos no mundo quântico seriam tímidos!<sup>64</sup>

Aqueles defensores da interpretação dos coletivos estatísticos que não admitem que o observador possa afetar o estado do objeto observado (Bunge, Popper, Ballentine) atacaram a veracidade do efeito Zenão quântico, mas ele acabou sendo observado em laboratório por Itano

<sup>64</sup> O nome do efeito é uma homenagem ao filósofo pré-socrático Zenão da Eleia, que formulou vários paradoxos do movimento. O nome “*watched-pot effect*” (efeito da panela observada) também foi sugerido, pois às vezes uma panela fechada está fervendo, mas quando tiramos a tampa para observá-la, ela pára de ferver (pois diminuiu a pressão do vapor). Existe também o efeito do cão de guarda (“*watch-dog effect*”), mas este se aplica a uma inibição que ocorre na interação (unitária) entre objeto e aparelho, sem a aplicação do postulado da projeção. O efeito Zenão quântico foi previsto na década de 1960, mas ele só foi explorado a partir do trabalho de MISRA, B. & SUDARSHAN, E.C.G. (1976), “The Zeno’s paradox in quantum theory”, *Journal of Mathematical Physics* 18, 756-63.

et al., em 1990.<sup>65</sup> A chave para entender este aparente paradoxo é que a “observação” requerida perturba consideravelmente o sistema. Isto está ilustrado na Fig. VIII.5, relativa ao experimento mencionado. Um campo externo de rádio-frequência introduz uma probabilidade de transição hiperfina  $|\psi_1\rangle \rightarrow |\psi_2\rangle$  em um íon de berílio, preso em uma armadilha óptica e resfriado a 0,3 K através de “*laser cooling*”. A “observação” da energia do átomo, neste caso, consistiu na emissão de um pulso de laser sintonizado de tal forma que se o sistema estiver no estado  $|\psi_1\rangle$ , ele absorve um fóton e sofre uma transição para um terceiro estado,  $|\psi_3\rangle$ , sendo que em seguida ocorre um decaimento com a emissão de um fóton (em qualquer direção) que pode ser detectado. Porém, se o sistema já tiver feito a transição para  $|\psi_1\rangle$ , então o pulso de laser não é absorvido, nenhum fóton é emitido, e temos assim uma medição de resultado nulo (seção VIII.4) da energia do sistema. Neste experimento, verificou-se que a taxa de transição de fato diminui com o número de pulsos de laser (“observações”) emitidos por unidade de tempo, confirmando o efeito Zenão quântico.

Figura VIII.5. Níveis de energia envolvidos no experimento do efeito Zenão quântico.



<sup>65</sup> ITANO, W.M.; HEINZEN, D.J.; BOLLINGER, J.J. & WINELAND, D.J. (1990), “Quantum Zeno effect”, *Physical Review A* 41: 2295-2300.

## O PROBLEMA DA MEDIÇÃO

### 1. O Problema Geral da Medição

No Cap. VI examinamos a redução de estado descrita pelo postulado da projeção, e sua interpretação enquanto “colapso” feita por uma corrente da interpretação ondulatória. Porém, vários defensores de uma interpretação ondulatória não aceitam a ideia de que ocorram colapsos instantâneos, aleatórios e não-locais em consequência de uma medição. O exemplo mais famoso destes foi o próprio Schrödinger. A saída para estes autores é tentar descrever o colapso como um processo físico contínuo que envolveria objeto e aparelho. Os problemas desta abordagem recebem o nome genérico de *problema da medição*.

A sugestão de Heisenberg (seção VI.5) de que um colapso ou redução de estado ocorreria com uma observação ou medição foi amplamente aceita, mas o que constituiria exatamente essa medição? A questão de *como* ocorre o colapso associado a uma medição pode ser chamada de o “problema geral da medição”.

Ele pode ser reenunciado como a questão de como, durante uma medição, uma “superposição quântica” pode ser transformada em estados que se comportam “classicamente”, ou seja, não se superpõem. A resposta que John von Neumann daria em 1932 é de que esta perda de coerência é descrita pelo postulado da projeção, que acompanha qualquer ato de observação.

Dois problemas se desdobram desta solução ao problema geral da medição. O primeiro pode ser chamado de *problema da “caracterização”*. Sob que condições deve ser aplicado o postulado da projeção, e se ele sempre acompanha uma medição, o que então caracterizaria uma observação ou medição? É a presença de um observador consciente? É a obtenção de um registro macroscópico? É a amplificação? A interação do objeto com uma placa metálica? O acoplamento com o ambiente? Qual etapa do processo de medição é responsável pelo colapso? Pode ocorrer colapso sem medição? (Fig. IX.1.)

O segundo problema surgiu a partir de von Neumann, e foi chamado de *problema da “completeza”*<sup>66</sup>. Poderia o postulado da projeção ser explicado pelos outros princípios da Mecânica Quântica e algum modelo físico apropriado para o processo de medição? Esses “outros princípios” se resumiriam essencialmente à equação de Schrödinger, que descreve uma evolução determinista de estados (seção VI.1), que se aplicaria para o sistema composto consistindo do objeto quântico e do aparelho de medição (e qualquer outro componente que fosse necessário, como o próprio ambiente). Von Neumann forneceu uma *prova de insolubilidade* para o problema da completeza, ou seja, mostrou que tal explicação não seria capaz de satisfazer uma certa exigência de consistência para medições quânticas. Tal prova seria retomada na década de 1960 (Wigner, Fine etc.) sem considerar tal exigência.<sup>67</sup>

---

<sup>66</sup> Este termo foi introduzido por A. Fine. A “completeza” neste caso é diferente do caso do argumento de EPR (que veremos mais para frente). Einstein, Podolsky & Rosen argumentaram que a Mecânica Quântica seria incompleta como um todo, o que incluiria os seis postulados que resumimos mais para frente, inclusive o postulado da projeção. No contexto deste parágrafo, a completeza se refere aos cinco primeiros postulados da Mecânica Quântica, excluindo-se o postulado da projeção.

<sup>67</sup> Ver JAMMER (1974), op.cit. (nota 8), pp. 476-7. Duas provas de insolubilidade importantes foram dadas por: WIGNER, E.P (1963), “The problem of measurement”, *American Journal of Physics* 31, 6-15, reproduzido em WHEELER & ZUREK (1983), op. cit. (nota 15), pp. 324-41. FINE, A.I. (1970), “Insolubility of the quantum measurement problem”, *Physical Review D* 2, 2783-7. Ver *Conceitos de física quântica*, vol. 2, seção XXXI.3.

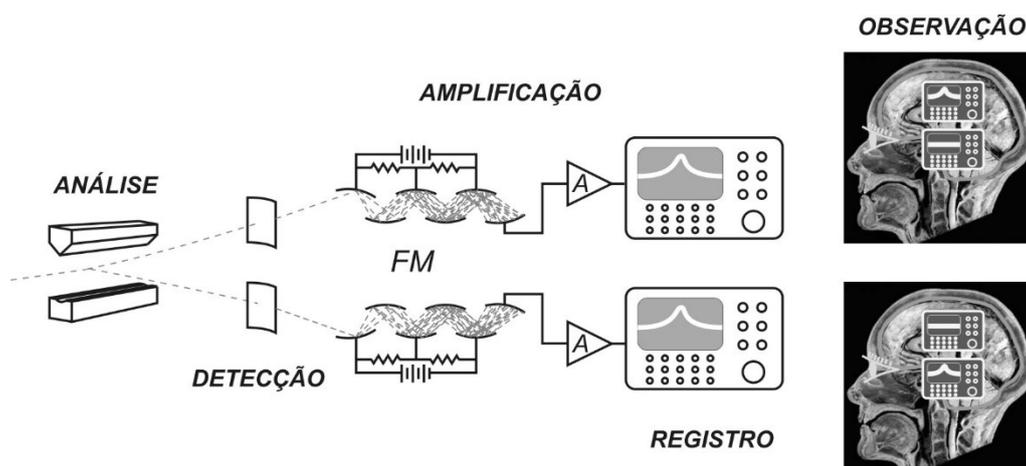


Figura IX.1. Problema da Caracterização: em que estágio da medição ocorre o colapso? Na detecção? Na amplificação (envolvendo uma fotomultiplicadora FM e um pré-amplificador A)? No registro no osciloscópio? Na observação consciente Ou o próprio observador entra em superposição?

## 2. A Interpretação Subjetivista

Uma das primeiras explicações para o colapso, conhecida como abordagem *subjetivista* ou *mentalista*, afirma que o colapso seria causado apenas quando o sistema quântico interagisse com a consciência do observador. Apesar de esta tese parecer exagerada, até hoje ninguém conseguiu refutá-la com algum experimento mental; assim, ela é defensável, apesar de não parecer muito plausível.

Esta interpretação é atribuída a von Neumann, apesar de ele não defendê-la explicitamente em publicações. Alguns anos depois, o físico alemão Fritz London e o francês Edmond Bauer popularizaram essa opinião de que o colapso só poderia ser explicado invocando-se a presença de um ser consciente. Eles consideraram a cadeia que consiste no objeto quântico, no aparelho de medição e no observador consciente. Considerando a evolução unitária (equação de Schrödinger), defenderam que a superposição microscópica se estende para o aparelho de medição; quando porém uma consciência interage com este sistema, ela provoca o colapso de todo o sistema composto: “a transformação irreversível no estado do objeto medido” é devido à “faculdade de introspecção” ou ao “conhecimento imanente” que o observador consciente tem de seu próprio estado.<sup>68</sup>

Uma posição semelhante foi defendida por Eugene Wigner (1962) e também por outros físicos bem conhecidos, como James Jeans, Arthur Eddington e Walter Heitler, e ressurgiu na década de 1990 com a ascensão do misticismo quântico (por exemplo, com Henry Stapp).

<sup>68</sup> LONDON, F. & BAUER, E. (1939), *La théorie de l'observation em mécanique quantique*, Hermann, Paris (tradução para o inglês em WHEELER & ZUREK, op. cit., nota 15, pp. 217-59). Sobre a posição de von Neumann, Ver JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 479-82. Outros artigos nesta linha: WIGNER, E.P. (1962), “Remarks on the mind-body question”, in Good, I.J. (org.), *The scientist speculates*, Heinemann, London, pp. 284-302 (republicado em WHEELER & ZUREK, 1983, op. cit., nota 15, pp. 168-81). HEITLER, W. (1949), “The departure from classical thought in modern physics”, in Schilpp, P.A. (org.), *Albert Einstein, philosopher-scientist*, Open Court, Urbana (IL), pp. 181-98.

### 3. Abordagens Objetivistas ao Problema da Medição

Após a 2ª Guerra Mundial, ocorreu um esforço para substituir a interpretação subjetivista por uma visão que eliminasse o observador humano da descrição quântica da natureza, substituindo o papel fundamental do sujeito humano por um papel semelhante desempenhado pelo *aparelho de medição*. No entanto, restava o problema das caracterização, ou seja, qual estágio do processo de medição seria responsável pelo colapso do estado quântico? Sabemos que o colapso não ocorre no estágio da *análise* (separação) de um feixe, pois é sempre possível recombinar o feixe e observar interferência (seção VII.4). A resposta que se consolidou na década de 1950 foi estipular que o estágio crucial para o colapso ou redução de estado seria a *amplificação*. A medição envolve um processo termodinâmico de amplificação, que se passa em um sistema macroscópico (o aparelho de medição), resultando em um *registro* macroscópico (a posição de um ponteiro ou o registro na fita de um computador), e que é *irreversível*, ou seja, uma vez que um registro fosse obtido o sistema “composto” (objeto quântico + aparelho) não poderia retornar ao estado inicial (anterior ao registro).

A publicação que lançou o novo programa de pesquisa objetivista foi escrita por Jordan (1949), que enfatizava que uma medição é um processo macrofísico real que faz com que duas ondas percam a “coerência”. A “decisão” (redução ou colapso) tomada por um fóton se completaria quando um registro macrofísico aparecesse a partir de um “processo de avalanche”. Segundo esta explicação qualitativa, o observador consciente não seria necessário para que a redução ocorresse. A ênfase dada por Jordan para o “processo de avalanche” como uma condição suficiente para a redução foi dada de modo independente por Günther Ludwig (1953), para quem o processo de medição envolve um acoplamento entre o objeto microscópico e um aparelho macroscópico em estado “metaestável” (como uma câmara de nuvem de Wilson), resultando em um processo termodinâmico irreversível cujo estado final fixa o resultado da medição. Este paradigma de amplificação termodinâmica foi compartilhado por muitos físicos preocupados com o processo de medição durante os anos 1950. O próprio Bohr (1955) passou a caracterizar de maneira mais precisa a observação de um fenômeno atômico como sendo “baseada em registros obtidos por meio de dispositivos de amplificação apropriados com funcionamento irreversível”.<sup>69</sup>

O auge do programa de amplificação termodinâmica foi a teoria de Daneri, Prosperi & Loinger (1962), baseado em condições de ergodicidade definidas alguns anos antes por van Hove. O aparelho macroscópico se encontra inicialmente em um estado de equilíbrio metaestável. Ao ocorrer uma interação com um objeto microscópico, o aparelho passa para um estado fora-do-equilíbrio, caracterizado por uma mudança em certas constantes de movimento. O processo de retorno ao equilíbrio é descrito matematicamente de maneira a garantir a perda de coerência dos estados macroscópicos *no limite de tempos infinitos*.

Um argumento dado contra a teoria de Daneri et al. envolve o experimento de resultado nulo, proposto por Renninger em 1959. Conforme vimos na seção VIII.4, este experimento mostra que a amplificação não é uma condição necessária para a redução de estado, apesar de ser, na prática, uma condição suficiente. Klaus Tausk (1966) e Jauch, Wigner & Yanase (1967) argumentaram então que a teoria de Daneri et al. não poderia dar conta de tais experimentos, já que a teoria se basearia na ocorrência de um processo irreversível de amplificação. Loinger

---

<sup>69</sup> JORDAN, P. (1949), “On the process of measurement in quantum mechanics”, *Philosophy of Science* 16, 269-78. LUDWIG (1953), op. cit. (nota 53). BOHR, N. (1955), “Unity of knowledge”, in Leary, L.G. (org.), *The unity of knowledge*, Doubleday, New York, pp. 47 ff; em português: “A unidade do conhecimento”, in BOHR (1995), op. cit. (nota 15), pp. 85-104; citação da p. 93.

(1968), porém, defendeu a teoria argumentando que ela não requeria que ocorresse uma amplificação, apenas um acoplamento entre o detector e o objeto quântico.<sup>70</sup>

#### 4. Interpretação dos Estados Relativos ou Muitos Mundos

Outra explicação radical é a tese dos “estados relativos” de Hugh Everett (1957),<sup>71</sup> que postulou que o universo como um todo seria descrito por uma única função de onda, que evoluiria deterministicamente de acordo com a equação de Schrödinger. Por exemplo, quando um observador examina o resultado de um experimento de Stern-Gerlach, sua consciência também entraria em uma superposição, com um ramo associado ao resultado “spin para cima”, e o outro a “spin para baixo”. Não ocorreria colapso! Haveria uma ilusão de colapso apenas porque as memórias associadas a “spin para cima” não teriam acesso às memórias associadas a “spin para baixo”, e vice-versa, apesar de coexistirem simultaneamente.

Segundo esta visão, chamada originalmente de interpretação dos “estados relativos”, o universo como um todo é descrito por uma grande função de onda, que evolui linearmente, sem reduções de estado. Em consequência, ela considera que *os próprios seres humanos, durante uma medição quântica, entram em superposição*. Cada “ramo” desta superposição corresponderia a um resultado da medição quântica, e a memória do ser humano, em cada ramo, não teria acesso às memórias dos outros ramos. Assim, em cada ramo, o ser humano teria a ilusão de que apenas *um* resultado de medição se produziu, e diria que tal resultado surgiu após uma “redução” do estado quântico. Mas, na verdade, ele teria entrado numa superposição macroscópica, e nenhuma redução de fato teria ocorrido: esta seria apenas uma aparência.

Admitindo que a interpretação dos muitos mundos dê conta das frequências relativas observadas em medições quânticas e que ela seja empiricamente adequada, a crítica filosófica mais usual que se faz é que ela complicaria desnecessariamente a ontologia da teoria quântica, postulando infinitudes de universos paralelos, o que violaria o preceito de simplicidade da “navalha de Ockham”.

<sup>70</sup> DANERI, A.; LOINGER, A. & PROSPERI, G.M. (1962), “Quantum theory of measurement and ergodicity conditions”, *Nuclear Physics* 33, 297-319. Republicado em WHEELER & ZUREK (1983), op. cit. (nota 15), pp. 657-79. O argumento mencionado está em TAUSK, K. (1966), “Relation of measurement with ergodicity, macroscopic systems, information and conservation laws”, *International Atomic Energy Agency Internal Report 14/1966*, Trieste (ver pp. 22-23), e foi incorporado por JAUCH, J.M.; WIGNER, E.P. & YANASE, M.M. (1967), “Some comments concerning measurements in quantum mechanics”, *Il Nuovo Cimento* 48 B, 144-51 (ver p. 150). Para um estudo histórico do “caso Tausk”, ver: PESSOA JR, O.; FREIRE JR., O. & DE GRAEFF, A. (2008): “The Tausk controversy on the foundations of quantum mechanics: physics, philosophy, and politics”, *Physics in Perspective* 10(2), pp. 138-62. LOINGER, A. (1968), “Comments on a recent paper concerning measurements in quantum mechanics”, *Nuclear Physics* 108: 245-9.

<sup>71</sup> EVERETT III, H. (1957), “Relative state formulation of quantum mechanics”, *Reviews of Modern Physics* 29, 454-62, reimpresso em WHEELER & ZUREK, op. cit. (nota 15), pp. 315-23. Ver discussão in JAMMER (1974), op.cit. (nota 8), pp. 507-16, e o influente artigo de DEWITT, B.S. (1970), “Quantum mechanics and reality”, *Physics Today* 23 (setembro), 30-5, de onde os gatos da Fig. IX.3 foram copiados. Os artigos de Everett e DeWitt, assim como a tese de doutorado de Everett, estão na coletânea DEWITT, B. & GRAHAM, N. (orgs.) (1973), *The many-worlds interpretation of quantum mechanics*, Princeton University Press. Para a distinção entre as interpretações dos estados relativos e a dos muitos mundos, ver BEN-DOV, Y. (1990), “Everett’s theory and the ‘many-worlds’ interpretation”, *American Journal of Physics* 58, pp. 829-32. Para um estudo histórico, ver OSNAGHI, S.; FREITAS, F. & FREIRE JR. O. (2009), “The origin of the Everettian heresy”, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 40: 97-123.

A crítica que talvez seja a mais relevante é de natureza epistemológica.<sup>72</sup> Qual é a evidência empírica que sustenta a teoria quântica dos estados puros (ou seja, deixando de lado o formalismo dos operadores de densidade)? São experimentos realizados em sistemas microscópicos, com *um* objeto quântico em superposição ou com *poucos* objetos emaranhadas. É este domínio de aplicação que corroborou a teoria quântica, incluindo o postulado da projeção que descreve a redução de estado. Qual seria então a justificativa para que a interpretação dos muitos mundos estendesse a teoria para o universo como um todo? Ou seja, qual a justificativa para sustentar que a teoria quântica (de estados puros) é universal? É lícito pretender que a teoria quântica (de estados puros) se aplique a todos os corpos do universo, só porque ela é a melhor teoria disponível para o domínio restrito de sistemas microscópicos?

Em 1973, uma versão um pouco diferente, chamada interpretação dos “muitos mundos”, foi divulgada por Bryce DeWitt, que considerou que os diferentes ramos seriam na verdade diferentes mundos, ou Universos paralelos. A diferença entre a visão de Everett e a de DeWitt é que, para o primeiro, haveria apenas um único Universo, de comportamento completamente quântico, ao passo que o segundo imaginava cada ramo como um Universo clássico diferente.

## 5. Interpretação Ondulatória das Localizações Estocásticas

Além da interpretação dos estados relativos, há uma outra família de interpretações ondulatórias realistas que postula que colapsos ou “localizações” acontecem espontaneamente (por acaso). A proposta original desta ideia é conhecida pela sigla GRW, referente aos italianos Gian Carlo Ghirardi, Alberto Rimini e Tullio Weber.<sup>73</sup> Eles supuseram que qualquer sistema quântico tem uma probabilidade muito pequena de sofrer uma *localização espontânea*. Para sistemas de poucas partículas tal localização ocorreria muito raramente, e praticamente não violaria a equação de Schrödinger. Para um sistema macroscópico, no entanto, composto de um grande número de partículas emaranhadas, tal colapso espontâneo ocorreria frequentemente. Isso explicaria porque a redução só ocorre quando um aparelho *macroscópico* se acopla ao objeto quântico.

Dentro deste paradigma, outra abordagem é a de introduzir uma correção estocástica à equação de Schrödinger, sem se preocupar com a origem física de tal “ruído branco”. Tais *modelos dinâmicos de redução*, como a de Philip Pearle, aliam-se à abordagem da localização espontânea e procuraram tratar do domínio relativístico. Uma crítica geral a esses modelos é que eles seriam “ad hoc”, ou seja, só explicariam aquele fenômeno para o qual foram elaborados. Nesta linha, pode-se também criticar a hipótese da localização espontânea pelo fato de ela introduzir uma constante universal adicional (a frequência de colapsos) ao pequeno conjunto de constantes universais da física.

<sup>72</sup> SHIMONY, A. (1986), “Events and processes in the quantum world”, in Penrose, R. & Isham, C.J. (orgs.), *Quantum concepts in space and time*, Oxford University Press, New York, pp. 182-203; ver pp. 201-2. Outras críticas são discutidas por BARRETT, J.A. (1999), *The quantum mechanics of minds and worlds*, Oxford University Press, pp. 154-79.

<sup>73</sup> GHIRARDI, G.C.; RIMINI, A. & WEBER, T. (1986), “Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems”, *Physical Review D* 34: 470-91. PEARLE, P. (1986), “Models for reduction”, in Penrose & Isham (1986), op. cit. (nota 72), pp. 84-108. Ver também GISIN, N. & PERCIVAL, I.C. (1992), “Wave-function approach to dissipative processes: are there quantum jumps?”, *Physics Letters A* 167: 315-18.

## 6. Problema da Medição como um Pseudoproblema

Para muitos autores, preocupados com o processo de medição em Mecânica Quântica, *não existe o problema da medição*. Esta opinião é compartilhada pelos proponentes da interpretação dos coletivos estatísticos (ver seção V.5, item 2), e por aqueles que têm uma visão instrumentalista da teoria quântica. Segundo essas visões, a Teoria Quântica seria exclusivamente uma teoria sobre a estatística de resultados de medições, e não sobre propriedades intrínsecas de objetos físicos. Essa posição leva a uma rejeição do conceito de colapso de estado, e o problema da medição não se colocaria. Um outro ponto de vista é de que o problema da medição não se colocaria na “representação de Heisenberg”. Nesta representação, o estado apenas muda quando se adquire informação a respeito do sistema, após uma medição. Evolução unitária (dinâmica) e postulado da projeção (conhecimento) ficariam assim claramente distinguidos, não havendo um problema da medição.<sup>74</sup>

Em uma pesquisa realizada em 2013 entre os participantes de um conferência sobre Fundamentos da Física Quântica, 27% consideraram que o problema da medição é um pseudoproblema, e tais opiniões estavam associadas a uma simpatia pela interpretação da complementaridade e por interpretações da teoria quântica baseada na teoria da informação. Analisando esses resultados em termos da divisão feita aqui, 30% defenderam uma posição objetivista (seção IX.3, incluindo soluções por decoerência), 6% uma posição subjetivista (seção IX.2) e 18% a abordagem dos muitos mundos (incluindo estados relativos) (seção IX.3).<sup>75</sup>

## 7. O Paradoxo do Laboratório Fechado

Vimos na seção VI.2 que um sistema “fechado” evolui de maneira linear, contínua, reversível e determinista, de acordo com a equação de Schrödinger (evolução unitária). Porém, durante uma medição, o sistema em questão deixa de estar fechado, já que informação é passada para o aparelho de medição. O colapso que acompanha a medição é descrito pelo postulado da projeção de von Neumann, que descreve uma evolução de estados que se dá de maneira não-linear, praticamente instantânea e descontínua, irreversível e não-determinista. Esses dois tipos de evolução temporal são opostos, e em certas situações parecem contraditórios.

Imagine um sistema fechado composto pelo objeto microscópico, pelo aparelho de medição, pelo cientista e pelo laboratório que os cerca (Fig. IX.2). Sendo um sistema fechado, ele deve evoluir como um todo de maneira determinista e contínua. No entanto, o cientista está fazendo medições, e portanto estão ocorrendo colapsos e transições indeterministas. Como é possível que um sistema evoluindo determinista e continuamente também tenha transições abruptas e aleatórias? Esta situação aparentemente contraditória é uma formulação possível do problema da medição.<sup>76</sup>

A contradição que acabamos de exibir se baseia em duas suposições: (1) um estado quântico pode ser atribuído ao aparelho de medição macroscópico; (2) o sistema quântico composto (objeto e aparelho) pode ser considerado fechado em relação ao meio ambiente,

<sup>74</sup> A posição instrumentalista aparece em PARK, J.L. (1973), “The self-contradictory foundations of formalistic quantum measurement theories”, *International Journal of Theoretical Physics* 8: 211-18. Sobre o argumento da representação de Heisenberg, ver UNRUH, W.G. (1986), “Quantum measurement”, in Greenberger, D.M. (org.), *New techniques and ideas in quantum measurement theory, Annals of the New York Academy of Sciences* 480: 512-17.

<sup>75</sup> SCHLOSSHAUER, M.; KOFLER, J. & ZEILINGER, A. (2013), “A snapshot of foundational attitudes toward quantum mechanics”, *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics* 44: 222-230.

<sup>76</sup> O que denominamos “paradoxo do laboratório fechado” aparece em EVERETT (1957), op. cit. (nota 71), p. 454.

evoluindo assim de maneira “unitária” (ou seja, linear, contínua etc.). Sob essas condições, o problema da medição é a questão de como conciliar a transição indeterminista de estados do objeto, que ocorre durante uma medição, com a evolução determinista do estado composto pelo objeto e aparelho de medição.

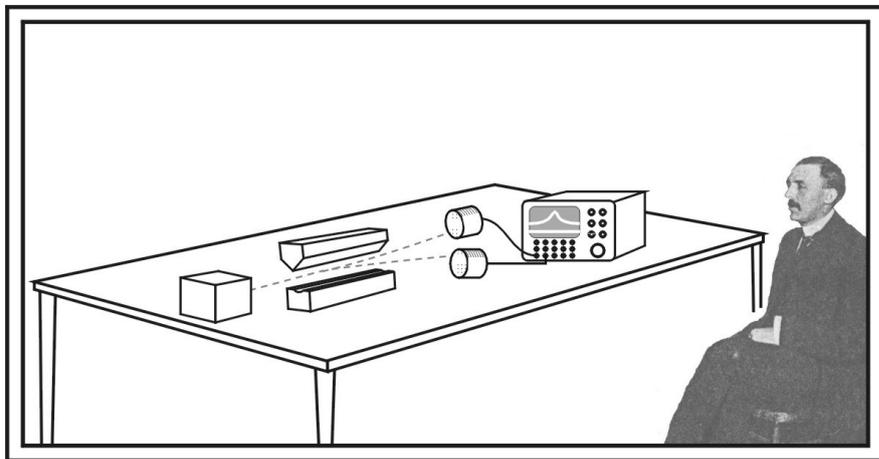


Figura IX.2:  
Paradoxo do  
laboratório  
fechado.

A primeira suposição viola o que chamaremos a tese da “língua clássica” da interpretação da complementaridade (seção XIII.2), segundo a qual o aparelho de medição tem que ser tratado de maneira clássica, e não quântica. Assim, esse enunciado do problema da medição não se coloca nesta interpretação. Quanto à segunda suposição, ela não é satisfeita na prática, e talvez não seja nem em princípio: argumenta-se que um corpo macroscópico nunca pode ser completamente isolado do ambiente (por exemplo, da radiação de fundo do universo). A rejeição da suposição (2) constitui a base de uma das “soluções” propostas ao problema da medição, como veremos mais para frente.

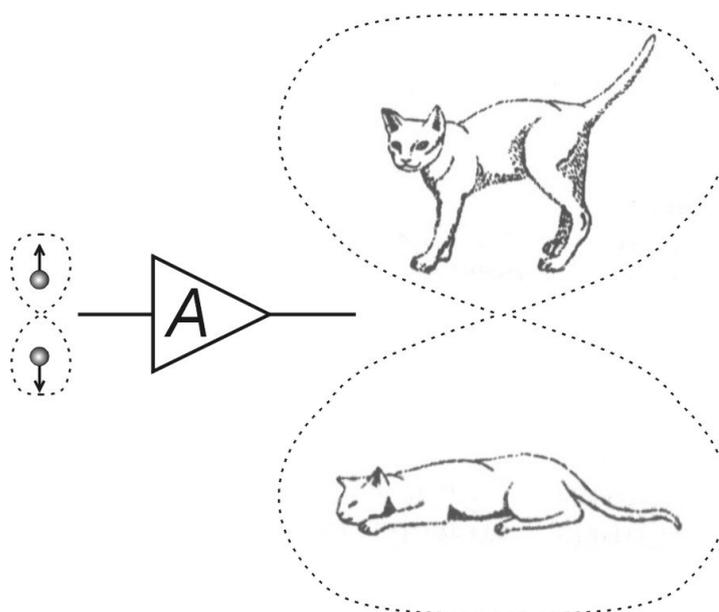
## 8. O Gato de Schrödinger

Em um estudo do argumento de Einstein, Podolsky & Rosen (que veremos mais para frente) em favor da incompletude da teoria quântica, Schrödinger<sup>77</sup> apresentou seu experimento mental do “paradoxo do gato”, que é a formulação mais famosa do que chamamos problema da caracterização. Um gato é fechado dentro de uma câmara de aço junto com um pouquinho de uma substância radioativa, que tem uma probabilidade  $\frac{1}{2}$  de acionar um detector, dentro de um certo intervalo de tempo (Fig. IX.3). Ligado a este detector há um “dispositivo diabólico” que funcionava de tal maneira que se o detector fosse disparado, o gato seria morto, enquanto que ele permaneceria vivo se nenhuma radiação fosse detectada no intervalo de tempo. A Mecânica Quântica descreve o estado do átomo radioativo como uma *superposição* de estados de emissão e de não-emissão.<sup>78</sup> Qual seria o estado do sistema macroscópico como um todo ao final do intervalo de tempo?

<sup>77</sup> SCHRÖDINGER, E. (1935), “Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik”, *Die Naturwissenschaften* 23, 807-812, 823-828, 844-849. Tradução em inglês: “The present situation in quantum mechanics. A translation of Schrödinger’s ‘cat paradox’ paper”, in WHEELER & ZUREK (1983), op.cit. (nota 15), pp. 152-167. Ver pp. 156-7.

<sup>78</sup> Superposições deste tipo aparecem no efeito Zenão quântico, ver eq. VIII.1. O exemplo dado por Schrödinger poderia ser simplificado considerando-se probabilidades que não dependam da escolha de um intervalo de tempo, o que facilitaria a compreensão do paradoxo do gato.

Figura IX.3. Paradoxo do gato de Schrödinger.



Nos anos 1930 a visão subjetivista ou mentalista (seção IX.2), que defende que o colapso só ocorre quando um ser consciente observa o objeto quântico, era bastante difundida. De acordo com esta visão, o estado final no experimento mental de Schrödinger seria uma superposição de gato vivo e morto, enquanto nenhuma observação fosse feita. Somente quando um ser consciente abrisse a caixa e observasse o gato é que ocorreria um colapso do estado, ou para gato vivo, ou para gato morto. Esta solução porém soa absurda, já que nossa noção intuitiva de um objeto clássico é que ele não existe em tais superposições e que seu estado macroscópico não é afetado pelo ato de observação.

Schrödinger elaborou seu experimento-de-pensamento como um argumento para a incompletude da Mecânica Quântica. Schrödinger tinha a esperança de que tais “antinomias de emaranhamento” poderiam ser resolvidas definindo-se de maneira apropriada um *operador de tempo*.<sup>79</sup>

<sup>79</sup> Ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seção XII.2.

## PRINCÍPIO DE INCERTEZA

### 1. Princípio de Indeterminação na Física Clássica de Ondas

Na seção I.6 mencionamos que muitos fenômenos tipicamente quânticos podem ser entendidos como efeitos da Física Ondulatória Clássica no regime de baixas intensidades, quando aspectos corpusculares tornam-se importantes. O “princípio de incerteza”<sup>80</sup> é um exemplo disto. Na Física Clássica de Ondas, pode-se definir uma onda contínua de comprimento de onda  $\lambda$  bem definido – ou, para facilitar, número de onda  $k'=1/\lambda$  bem definido –, mas neste caso não se pode associar nenhuma posição  $x$  à onda (Fig. X.1a). Por outro lado, é possível descrever um pulso mais ou menos bem localizado superpondo-se ondas contínuas de números de onda próximos (Fig. X.2), formando um “pacote de onda” no espaço de posições  $x$  (Figs. X.1b). Nota-se que o pulso exibe ao mesmo tempo uma resolução<sup>81</sup> espacial  $\delta x$  e uma largura de banda  $\delta k'$  apreciáveis. Enfim, é possível tornar o pulso cada vez mais bem localizado em torno de um valor bem definido de  $x$ , superpondo-se ondas contínuas de uma faixa cada vez mais larga de valores de  $k'$  (Fig. X.1c).

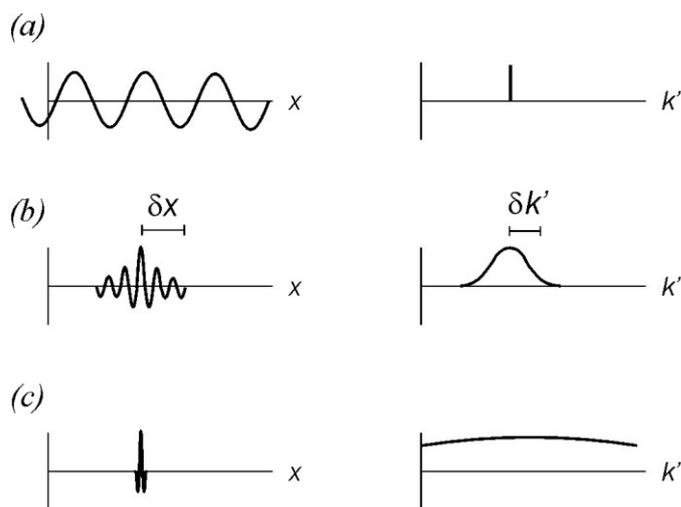
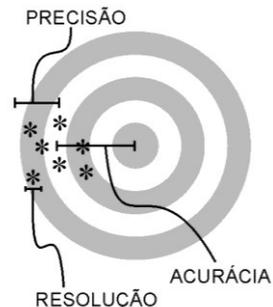


Figura X.1. A amplitude de qualquer onda pode ser descrita no espaço dos  $x$  ou no espaço dos  $k'$ . Nota-se porém que quanto maior  $\delta x$ , menor o  $\delta k'$ , e vice-versa.

<sup>80</sup> A distinção entre indeterminação e incerteza ficará clara na seção seguinte. *Indeterminação* refere-se a uma indefinição intrínseca do objeto, ao passo que *incerteza* refere-se a uma ignorância do observador com relação a uma propriedade bem definida do objeto.

<sup>81</sup> Adotamos a distinção que é usualmente feita entre resolução, precisão e acurácia. A *precisão* é definida, para várias repetições da mesma medição, como a proximidade média dos vários resultados a um valor médio, sendo expresso formalmente como o inverso do desvio padrão. A *acurácia* é a proximidade do valor médio dos vários resultados a um valor tido como verdadeiro (hoje o termo *exatidão* é preferido em português). A *resolução* corresponde ao menor intervalo da grandeza sendo medida que pode ser discernido pelo aparelho de medição. Dois fatores limitam a resolução: a indeterminação intrínseca do sinal, e o espaçamento mínimo dos detectores (por exemplo, o espaçamento entre os cristais de prata em uma emulsão fotográfica). Ver por exemplo: STERN, J. (1976): “Measurement, Principles and instruments of”, in *The new Encyclopædia Britannica, Macropædia*, vol. 11, 15ª ed., Chicago, 728-33.



Essas considerações sugerem que quanto menor for a resolução espacial  $\delta x$ , maior será a largura de banda  $\delta k'$  do pacote de onda. De fato, mostra-se que essas indeterminações obedecem a relação  $\delta x \cdot \delta k' \approx 1/(4\pi)$ . Analogamente, para o instante  $t$  em que um pulso clássico passa por um ponto e para sua frequência  $\nu$ , temos  $\delta t \cdot \delta \nu \approx 1/(4\pi)$ . Como quaisquer ruídos adicionais (ondas com fases aleatórias) só aumentam os produtos  $\delta x \cdot \delta k'$  e  $\delta t \cdot \delta \nu$ , podemos escrever desigualdades:

$$\delta x \cdot \delta k' \geq 1/(4\pi), \quad \delta t \cdot \delta \nu \geq 1/(4\pi). \quad (\text{X.1})$$

## 2. O Princípio Quântico de Incerteza segundo as Diferentes Interpretações

A extensão dessas relações (X.1) para o regime quântico pode ser feita simplesmente usando as eqs.(I.1),  $E = h\nu$  e  $p = h/\lambda \equiv h \cdot k'$ . As seguintes *relações de incerteza*, derivadas pela primeira vez por Heisenberg em março de 1927, colocam um limite inferior para o produto das indeterminações, onde  $\hbar = h/2\pi$ :

$$\delta x \cdot \delta p_x \geq \hbar/2, \quad (\text{X.2})$$

$$\delta t \cdot \delta E \geq \hbar/2. \quad (\text{X.3})$$

Pares de grandezas como posição  $x$  e (componente  $x$  do) momento  $p_x$ , ou como tempo  $t$  e energia  $E$ , são ditos *incompatíveis*.

O que significam estas relações? Concentremo-nos na relação envolvendo posição e momento, que para partículas com massa, como o elétron (para as quais  $p = mV$ ), envolve as grandezas posição e velocidade. Cada interpretação tem sua visão sobre o princípio de incerteza, mas podemos destacar duas realistas que são antagônicas: a ondulatória e a corpuscular.

(1) *Interpretação Ondulatória Realista*. Atribuindo uma realidade apenas para o pacote de onda (sem postular a existência de partículas pontuais),  $\delta x$  mede metade da extensão do pulso (Fig. X.1b), indicando que a posição  $x$  do objeto quântico é indeterminada ou mal definida por uma quantidade  $2 \cdot \delta x$ . As eqs.(X.2 e 3) exprimem assim um princípio de *indeterminação*: se  $x$  for bem definido,  $p_x$  é mal definido, e vice-versa.

(2) *Interpretação Corpuscular*. Alguns proponentes da interpretação dos coletivos estatísticos, apresentada nas seções V.5 e VII.3, afirmam que é possível medir simultaneamente  $x$  e  $p_x$ , com boa resolução. O que ocorreria é que se prepararmos o mesmo estado quântico  $|\psi\rangle$  várias vezes, e medirmos  $x$  e  $p_x$  para cada preparação, obteremos valores que variam de uma medição para outra. Ao colocar estes valores em um histograma de  $x$  e  $p_x$ , obter-se-ão os desvios padrões  $\Delta x$  e  $\Delta p_x$  (Fig. X.3). Assim, o princípio de incerteza seria exclusivamente uma tese *estatística*, ao contrário do que afirmam as interpretações ondulatória e da complementaridade, que também aplicam este princípio para casos individuais. A eq.(X.2) não

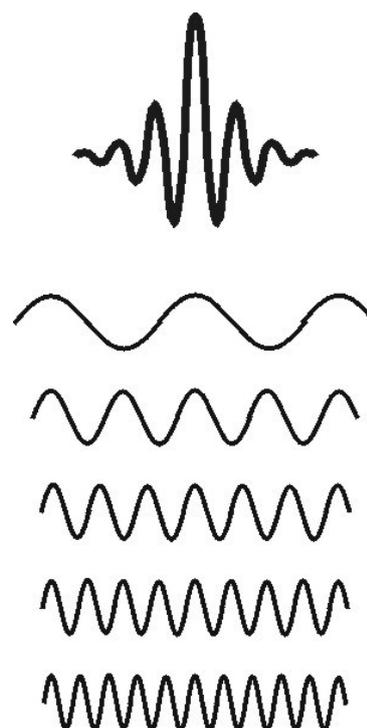


Figura X.2. Um pulso de onda pode ser gerado pela superposição de ondas contínuas de diferentes comprimentos-de-onda. O máximo central do pulso é o ponto em que todos os componentes têm um máximo.

seria válida, mas sim a versão estatística, expressa em termos dos desvios padrões de operadores  $\hat{X}$  e  $\hat{P}_x$ :

$$\Delta\hat{X} \cdot \Delta\hat{P}_x \geq \frac{\hbar}{2} . \quad (\text{X.4})$$

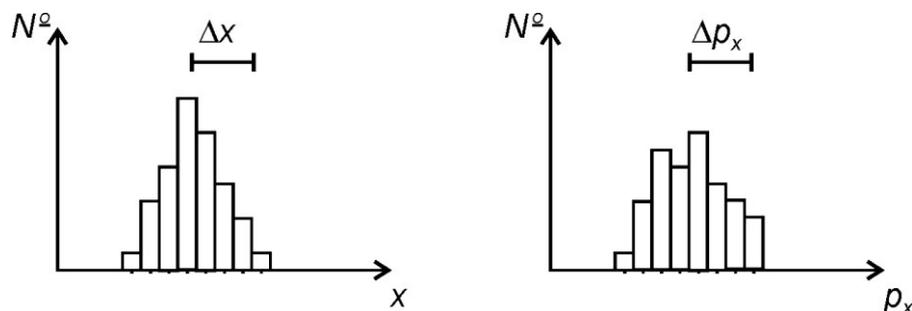


Figura X.3. Frequências relativas ( $n^\circ$  de contagens) de uma coleção de medições simultâneas de  $x$  e  $p_x$ , cujos desvios padrão satisfazem o princípio de incerteza.

(3) *Interpretação Instrumentalista.* Há concordância aqui com a interpretação corpuscular realista de que a relação de incerteza válida é a eq.(X.4), expressa em termos de operadores. Isso reflete a tese de que a Mecânica Quântica é uma teoria que se refere a coletivos estatísticos. Porém, nesta interpretação nada é afirmado sobre os *valores possuídos* pelos quanta individuais. Por outro lado, pode-se enunciar um versão instrumentalista ou “mínima” do princípio de incerteza, para medições individuais de observáveis incompatíveis  $A$  e  $B$ , da seguinte maneira que é aceita por todas as interpretações:

Se o observável  $A$  for medido e um valor bem definido for obtido, então não se pode prever com certeza o resultado de uma medição do observável incompatível  $B$ .

(4) *Interpretação Dualista Realista.* Segundo esta visão, o corpúsculo tem sempre posição  $x$  e velocidade  $\dot{x}$  bem definidas simultaneamente, mas só a posição pode ser medida ( $\dot{x}$  é uma variável oculta). Em uma medição do observável posição, o valor obtido é interpretado como a posição do corpúsculo. Por outro lado, em uma medição do observável momento, os valores obtidos não têm relação direta com a variável oculta  $\dot{x}$  (isso será visto mais à frente). Aceita-se a relação de incerteza estatística (eq. X.4), mas não a aplicável a casos individuais (eq. X.2).

(5) *Interpretação da Complementaridade.* Vimos que é impossível um fenômeno ser (100%) corpuscular e (100%) ondulatório ao mesmo tempo. De maneira análoga, é impossível medir simultaneamente  $x$  e  $p_x$  com resoluções menores do que  $\delta x$  e  $\delta p_x$  dados pela eq.(X.2). Veremos a seguir o argumento original de Heisenberg para justificar as relações de incerteza, por meio de um microscópio de raios gama, e a discussão sobre retrodição feita por Bohr e Heisenberg.

### 3. Origens do Princípio de Incerteza

Com o estabelecimento da “teoria da transformação”, no final de 1926, Dirac pôde perceber que “não se pode responder a qualquer pergunta da teoria quântica que se refira aos valores numéricos para ambos os  $q$  e os  $p$ ”.<sup>82</sup>

Heisenberg e Pauli também chegaram a semelhante conclusão em outubro de 1926. Em carta daquele para Pauli: “Eu gostaria de acreditar que tuas ondas- $p$  possuem tanta realidade física quanto as ondas- $q$ ; apenas, naturalmente, não tanto significado prático. Mas tenho muita simpatia pela equivalência em princípio entre  $p$  e  $q$ . Assim, a equação  $pq - qp = \hbar$  sempre corresponde na apresentação ondulatória ao fato de que é impossível falar de uma onda monocromática em um ponto fixo do tempo (ou em um intervalo muito curto de tempo). Mas se a linha for feita menos aguda, o intervalo de tempo menos curto, então na verdade isso tem sentido. Analogamente, não tem sentido falar na posição de uma partícula com velocidade fixa. Mas se uma posição e velocidade menos acuradas forem aceitas, então isso de fato tem sentido.”<sup>83</sup>

Em fevereiro de 1927 Heisenberg, que estava agora em Copenhague, aproveitou uma viagem de Bohr para a Noruega para retornar ao problema, refletindo sobre como dar conta das trajetórias lineares de partículas em uma câmara de nuvem de Wilson, o que não era explicado nem pela mecânica matricial nem pela ondulatória (só introduzindo o conceito de redução de estado). Adotou então novamente uma postura “operacionista”, para a qual “se alguém quiser esclarecer o que significa ‘a posição de um objeto’, como por exemplo de um elétron, então ele tem que descrever um experimento no qual a ‘posição do elétron’ pode ser medida; caso contrário, este termo não tem sentido algum”.<sup>84</sup> Ao final de março terminou o seu artigo, após consultas a Pauli e Bohr, no qual apresentou suas “relações de incerteza”.

Partindo de uma função de onda  $\Psi(x)$  com uma forma gaussiana, que exprime uma incerteza nas coordenadas da ordem de  $\delta x$ , Heisenberg aplicou a transformada de Fourier e obteve a função de onda  $\bar{\Psi}(p)$  no espaço dos momentos, que resulta ser também uma gaussiana com incerteza  $\delta p$ . Obteve então a relação:  $\delta x \cdot \delta p \sim \hbar$ . Este resultado foi visto como “uma interpretação física direta da equação  $pq - qp = -i\hbar$ .” Mas o que significam na prática as indeterminações  $\delta x$  e  $\delta p$ , para Heisenberg? Esclareceremos esta questão examinando o microscópio de raios  $\gamma$ , na próxima seção.

Antes, porém, devemos distinguir entre o “princípio” de incerteza e as “relações” de incerteza. O *princípio*, que se aplica a grandezas não compatíveis entre si (representados por operadores que não comutam, como posição e momento), exprime o fato de que uma maior previsibilidade nos resultados da medição de um dos observáveis implica uma diminuição na previsibilidade do outro. Uma *relação* de incerteza é qualquer relação matemática que exprima quantitativamente o princípio.

<sup>82</sup> Dirac, dezembro 1926, citado por JAMMER, M. (1966): *The conceptual development of quantum mechanics*, McGraw-Hill, New York, p. 326. Ver também a citação de Jordan.

<sup>83</sup> Citado em HENDRY, J. (1984): *The creation of quantum mechanics and the Bohr-Pauli dialogue*, Reidel, Dordrecht, p. 111.

<sup>84</sup> HEISENBERG (1927), op.cit. (nota 46), p. 64.

#### 4. O Microscópio de Raios $\gamma$

Para esclarecer o significado operacional da relação de indeterminação para posição e momento, Heisenberg apresentou um experimento mental, o microscópio de raios  $\gamma$  (gama), para mostrar que o produto das indeterminações de medições de posição e momento em uma situação experimental possui de fato o limite inferior de  $h$ . Consideremos sua discussão apresentada nas palestras de Chicago de 1930,<sup>85</sup> que incorpora algumas sugestões de Bohr, e que ilustramos na Fig. X.4.

O microscópio é utilizado para medir a posição  $x$  de um elétron, e supõe-se que ele está inicialmente com momento  $p_x = 0$ . A medição é feita iluminando-se o elétron com uma frente de ondas planas que incide paralelamente ao plano da lente. A luz (raio  $\gamma$ ) é espalhada pelo elétron, atravessa a lente do microscópio e incide no plano de imagem na posição  $x'$ , onde um fóton é registrado. A partir da observação macroscópica de  $x'$ , infere-se  $x$ . No entanto, pela teoria de difração óptica clássica, mesmo que a luz espalhada venha de um ponto bem definido, a sua imagem será levemente borrada. Inversamente, se um ponto bem definido se formar em  $x'$ , no plano de imagem, pode-se inferir  $x$  apenas dentro do “poder de resolução” da lente, que é dado por  $\delta x = \lambda/(2 \text{ sen } \varepsilon)$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz espalhada e  $2\varepsilon$  é o ângulo subtendido pela lente a partir do objeto. Neste caso, a indeterminação  $\delta x$  é a *resolução* da medição de  $x$ .

A resolução  $\delta x$  pode ser diminuída o quanto se quiser diminuindo-se o comprimento de onda, o que ocorreria no limite de raios  $\gamma$ . No entanto, o que ocorreria com o momento do elétron, que inicialmente era zero? Como o raio  $\gamma$  ricocheteia no elétron, este teria uma alteração em seu momento (dado pelo efeito Compton, regido pela conservação de momento linear). Porém, não sabemos qual é o valor dessa alteração, porque não sabemos exatamente qual é o momento do fóton espalhado. Sabemos que o fóton foi espalhado no ângulo  $2\varepsilon$ , e supondo que a alteração na energia do fóton é desprezível, temos uma incerteza da ordem de  $2(h/\lambda)\text{sen } \varepsilon$  no momento do fóton na direção  $x$ , que é então a *incerteza* (ou imprevisibilidade)  $\delta p_x$  do momento final do elétron. O produto  $\delta x \cdot \delta p_x$  satisfaz a eq.(X.2).

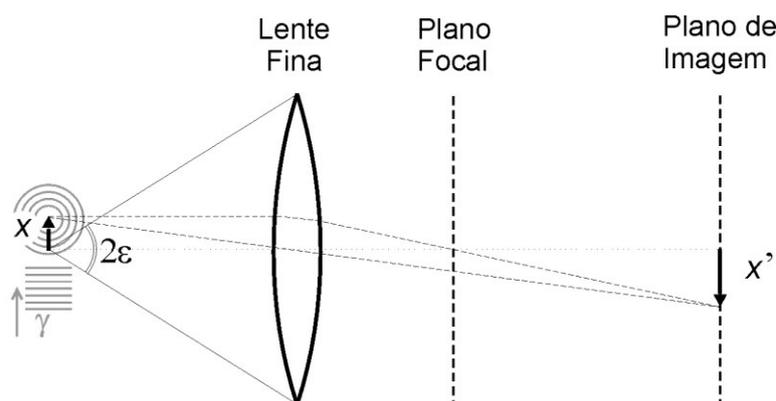


Figura X.4. Microscópio de raio  $\gamma$  de Heisenberg.

<sup>85</sup> Publicadas em: HEISENBERG, W. (1930), op. cit. (nota 58). Nossa apresentação segue JAMMER (1974), op.cit. (nota 8), pp. 64-65. Uma versão mais moderna, que vale a pena ser consultada, é apresentada por BRAGINSKY & KHALILI (1992), op. cit. (nota 17), pp. 8-10.

Um problema com essa explicação dada por Heisenberg é que ela supõe que, após a interação com o fóton, o elétron tem posição e momento simultaneamente bem definidos, só que desconhecidos.<sup>86</sup> Esta é uma hipótese própria da Física Clássica, o que tornaria a explicação “semiclássica”. Porém, ele efetua um passo curioso, pois após mostrar que há uma impossibilidade de se poder *medir* com exatidão as duas grandezas conjugadas, ele conclui que um objeto nunca *possui*, simultaneamente, valores exatos para as duas grandezas. Esta conclusão, que passa de uma tese epistemológica (relativa ao conhecimento: “não posso conhecer”) para uma tese ontológica (relativa ao ser, à essência das coisas: “não é”), só é possível se for adotado um postulado positivista (operacionista), segundo o qual só aquilo que é observado tem realidade.<sup>87</sup>

## 5. Microscópio de von Weizsäcker

Em 1931, em Leipzig, na Alemanha, o precoce Karl von Weizsäcker, de 19 anos, trabalhava em sua tese de doutorado com Heisenberg. Este pediu ao jovem um estudo rigoroso, dentro da eletrodinâmica quântica de Heisenberg & Pauli, sobre a determinação da posição de um elétron por meio do microscópio de raio  $\gamma$ . Antes de introduzir o formalismo, von Weizsäcker<sup>88</sup> abordou de maneira simplificada o experimento mental do microscópio, que vimos na seção anterior.

Segundo a Óptica Clássica, para um objeto pontual (Fig. X.4), se uma tela fosforescente ou uma chapa fotográfica for colocada no *plano de imagem* do microscópio, ocorre uma magnificação da posição do elétron, e determina-se com boa resolução esta posição. Porém, se a tela fosse colocada no *plano focal* definido pela lente, observar-se-ia um borrão razoavelmente espalhado.

Consideremos agora um outro caso, no qual uma onda plana incide na lente (equivalente ao caso no qual o objeto está no infinito) (Fig. X.5). Se a tela estiver no plano focal, sabemos que tal frente de onda irá se focalizar em um ponto bem definido da tela. A posição deste ponto indicará a direção de incidência da onda plana, ou seja, medirá a direção de seu momento. Neste segundo caso, se a tela fosse colocada no plano de imagem, observar-se-ia um borrão espalhado na tela.

No caso quântico, cada fóton espalhado forma um ponto bem definido em qualquer tela no qual ele incidir. Consideremos, para simplificar, que o objeto está inicialmente em repouso. Se a tela estiver no plano de imagem (Fig. X.4), a posição inicial do elétron será medida com boa resolução. O estado do elétron será reduzido a um autoestado de posição, que simplificada e pode ser considerado uma onda esférica.

Por outro lado, se a tela estiver no plano focal (Fig. X.5), o que é medido é o momento. O estado da luz espalhada será pois reduzido a um autoestado de momento, ou seja, a uma onda plana. Como o raio  $\gamma$  inicial também tinha momento bem definido, a diferença entre o momento

<sup>86</sup> Este argumento foi apresentado na década de 1950 por alguns autores; ver JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 73, 165.

<sup>87</sup> Discutimos o positivismo e realismo nos *Conceitos de física quântica*, vol. 1, Cap. XIV. Neste livro, considere que Bohr seria um positivista, mas o termo mais adequado seria “antirrealista”, pois sua forma de antirrealismo se enquadra melhor em um “construtivismo” semelhante a Kant. Sobre este ponto, ver KAUARK-LEITE, P. (2013), “Redefinindo a curvatura do arco: aspectos transcendentais da racionalidade quântica”, *Analytica 17*, 59-78. Para uma exposição mais atualizada sobre realismo e antirrealismo, ver PESSOA JR., O. (2022), *Filosofia da física clássica*, notas de aula, Caps. III e IV.

<sup>88</sup> VON WEIZSÄCKER, K.F. (1931), “Ortsbestimmung eines Elektrons durch ein Mikroskop”, *Zeitschrift für Physik 70*, 114-130. Ver também a análise em BÜCHEL, W. (1965): *Philosophische Probleme der Physik*, Herder, Freiburg.

inicial e final da luz fornece uma medição do momento transferido ao elétron (que supusemos estar inicialmente em repouso), e determina que o estado final do objeto seja também uma onda plana.

O importante no argumento de von Weizsäcker é que conforme a posição na qual a tela for colocada, medir-se-ão não só observáveis diferentes e incompatíveis, como também o estado final do objeto será diferente. Ora, mas em princípio nada impede que a escolha de onde inserir a tela seja feita depois de o fóton ser espalhado e atravessar a lente do microscópio! Esse *experimento de escolha demorada* (ver seção III.3) mostra assim o papel que o sujeito pode ter em determinar o estado final do objeto, mesmo que este esteja a uma distância considerável do observador. Jammer<sup>89</sup> considerou tal experimento mental uma antecipação da análise de Einstein, Podolsky & Rosen, sem que von Weizsäcker estivesse preocupado em mostrar a incompletude da Mecânica Quântica.

Este experimento fez com que von Weizsäcker passasse a atribuir um papel importante para a *vontade* do sujeito humano na Mecânica Quântica. O observador tem a capacidade de escolher, no instante em que ele insere a tela em um dos planos, se o estado final do elétron será uma onda plana ou esférica, mesmo que este elétron esteja a uma grande distância. Poderia este efeito ser usado para enviar sinais mais rápidos do que a luz?

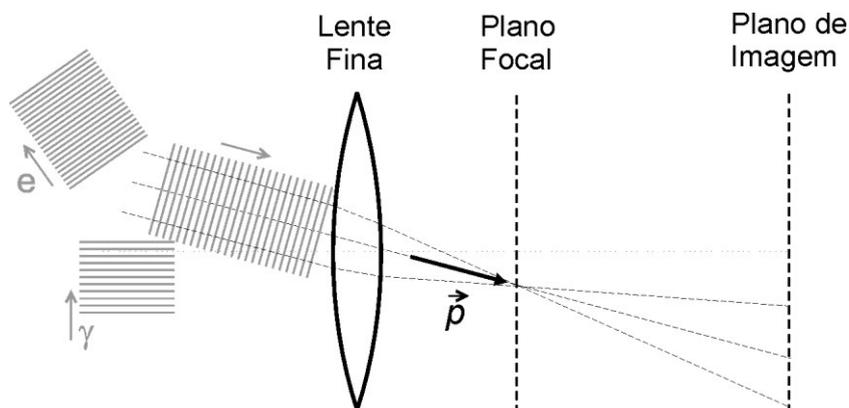


Figura X.5. Medição de momento usando o microscópio de raio  $\gamma$ , segundo von Weizsäcker. A correspondente medição de posição está na Fig. X.4.

## 6. Conceção do Distúrbio Interacional

Outro ponto importante na explicação do princípio de incerteza dada por Heisenberg é o que se pode chamar de concepção do *distúrbio interacional*: no domínio da Física Quântica, o observador sempre provoca um distúrbio no objeto durante o ato de medição. Nas palavras de Heisenberg: “a interação entre observador e objeto causa alterações incontroláveis e grandes no sistema sendo observado, por causa das alterações descontínuas características dos processos atômicos”.<sup>90</sup>

<sup>89</sup> JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 178-80.

<sup>90</sup> HEISENBERG (1930), op.cit. (nota 58), p. 3. Afirmação semelhante fora feita por BOHR, N. (1928), “The quantum postulate and the recent development of atomic theory”, *Nature* 121, 580-90; reimpresso em N. BOHR: *Atomic theory and the description of nature*, Cambridge U. Press, 1934, pp. 52-91, e em WHEELER & ZUREK (1983), op.cit. (nota 15), pp. 87-126. Tradução para o português: “O postulado quântico e o recente desenvolvimento da teoria atômica”, in PESSOA JR., O. (org.) (2000): *Fundamentos da física 1 – Simpósio David Bohm*, Ed. Livraria da Física, São Paulo, pp. 135-59. Ver p. 54.

É importante distinguir entre<sup>91</sup>: (i) a indeterminação intrínseca a um estado quântico puro (expressa por uma relação envolvendo indeterminações, eq. X.2, ou desvios padrão de observáveis, eq. X.4); e (ii) as incertezas introduzidas pela interação com o aparelho de medição, ou seja, o distúrbio interacional. Diversos autores têm apontado que, em geral, as derivações de (i) são na verdade dependentes de (ii), o que não deveria acontecer.<sup>92</sup>

SCULLY et al. (1991) geraram uma discussão na literatura que acabou lançando novas luzes sobre o distúrbio interacional. Uma consequência desta discussão é o reconhecimento de que o distúrbio interacional pode se dar não só de maneira “clássica” (que inclui os exemplos das nas seções IV.1 e X.4), mas também de uma maneira tipicamente quântica, chamada por alguns de “distúrbio não-local”.<sup>93</sup>

## 7. Observáveis de Não-Demolição

Medições de posição são consideradas “repetíveis” (medições do 1º tipo), pois se *imediatamente após* uma determinação de posição uma outra medição for efetuada, obter-se-á o mesmo resultado.

No entanto, se *um intervalo de tempo finito* transcorrer entre as medições de posição, o resultado da medição subsequente estará sujeito a uma flutuação imprevisível. Para entender isso, considere o seguinte argumento semiclássico.<sup>94</sup> Após a primeira medição de posição,  $x(0)$ , a subsequente posição  $x(t)$  de uma partícula livre de massa  $m$  depende do seu momento  $p_x$ , através da relação  $x(t) = x(0) + (p_x/m)t$ . Ora, uma medição com alta resolução de  $x(0)$  introduz uma grande indeterminação no momento  $p_x$ , o que resulta em uma indeterminação razoável em  $x(t)$ . Este fato pode ser expresso através da relação de comutação na representação de Heisenberg:  $[\hat{X}(t), \hat{X}(t + \tau)] = i\hbar\tau / m$ .

Por outro lado, para uma partícula livre, o momento é uma constante do movimento. Assim, uma medição com alta resolução de  $p_x(0)$ , apesar de introduzir uma indeterminação razoável em  $x$ , não irá provocar um distúrbio em  $p_x(t)$ :  $[\hat{P}(t), \hat{P}(t + \tau)] = 0$ . Neste caso, diz-se que o momento é um observável quântico de *não-demolição*, ao contrário da posição. Vemos assim que na Mecânica Quântica existe uma assimetria entre as grandezas posição e momento.

Uma consequência do princípio de incerteza envolvendo posição e momento é às vezes chamada *energia de localização*. Adotemos momentaneamente uma interpretação corpuscular.<sup>95</sup> Se uma partícula for confinada a uma região espacial muito pequena ( $\Delta x$  pequeno), a incerteza no momento  $\Delta p_x$  será grande, o que corresponde a uma flutuação grande de energia. Assim, para impedir que a partícula escape do confinamento, quanto menor a região de confinamento, maior os potenciais que precisam ser aplicados. Esta propriedade está intimamente ligada à “energia de

<sup>91</sup> BRAGINSKY & KHALILI (1992), op.cit. (nota 17), p. 10.

<sup>92</sup> Ver por exemplo: BROWN, H.R. & REDHEAD, M.L.G. (1981), “A critique of the disturbance theory of indeterminacy in quantum mechanics”, *Foundations of Physics 11*, 1-20.

<sup>93</sup> A discussão se iniciou com: SCULLY, M.O.; ENGLERT, B.G. & WALTHER, H. (1991), “Quantum optical tests of complementarity”, *Nature 351*, 111-6. O reconhecimento de que o que está envolvido aqui é um distúrbio “não-local” se encontra em: WISEMAN, H. & HARRISON, F. (1995), “Uncertainty over complementarity?”, *Nature 377*, 584. O experimento é discutido em *Conceitos de física quântica*, vol. 2, seção XXI.3.

<sup>94</sup> BRAGINSKY, V.B.; VORONTOV, Y.I. & THORNE, K.S. (1980): “Quantum nondemolition measurements”, *Science 209*, 547-57. Reimpresso em WHEELER & ZUREK (1983), op.cit. (nota 15), pp. 749-68. Ver pp. 751-5.

<sup>95</sup> A energia de localização é bastante destacada na proposta didática de se ensinar a Física Quântica do chamado grupo de Berlim. As deficiências desta proposta estão relacionadas à excessiva ênfase numa interpretação corpuscular. FISCHLER, H. & LICHTFELDT, M. (1992): “Modern physics and students’ conceptions”, *International Journal of Science Education 14*, 181-90.

ponto zero”, ou seja, mesmo que nos aproximemos da temperatura de zero graus absoluto, haverá uma energia remanescente associada à partícula. Outra propriedade que pode ser relacionada à energia de localização é a estabilidade da matéria.

## 8. Retrodição

Suponha que a posição  $y_1$  de uma partícula livre de massa  $m$  seja medida com boa resolução no instante  $t_1$ , resultando em um pacote de onda com grande indeterminação no momento  $p_{y1}$ . Tal medição pode ser efetuada simplesmente selecionando uma partícula que passa por uma fenda localizada em  $y_1$  num instante conhecido (Fig. X.5)

Posteriormente, num instante  $t_2$ , mede-se novamente a posição  $y_2$  da partícula (Fig. X.6). Ora, levando em consideração que a partícula está livre de forças entre as duas medições, é plausível supor que ela descreve um movimento retilíneo uniforme entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$ , com momento dado por:

$$p_y = m \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}. \quad (\text{X.5})$$

Este é o valor que se *infere* para o momento  $p_{y1}$  logo após o instante  $t_1$ , quando a partícula estava localizada na posição  $y_1$ . Teríamos assim uma determinação simultânea exata de posição e momento logo após o instante  $t_1$ , o que violaria o enunciado da eq.(X.2)!

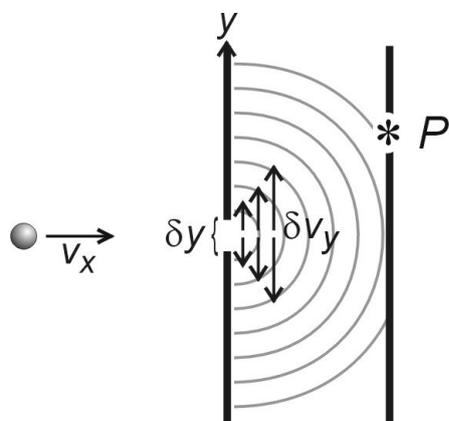


Figura X.5. A difração é um efeito ondulatório que pode ser explicado pelo princípio de incerteza em uma fenda única. Como a incerteza na posição  $y$  é pequena, a incerteza na velocidade  $v_y$  (ou momento  $p_y = mv_y$ ) é grande, dando conta da dispersão de resultados nas detecções na tela detetora.

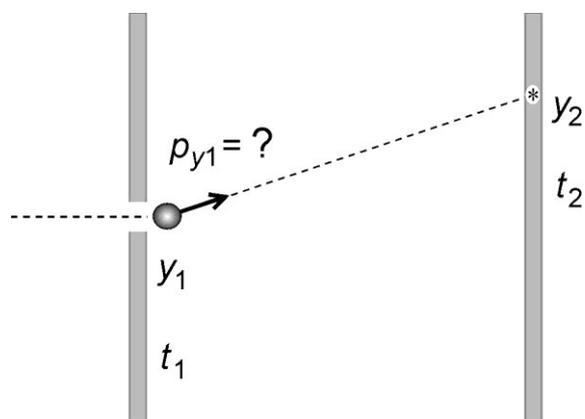


Figura X.6. Medindo  $y_1$  e  $y_2$ , e aceitando-se a retrodição, pode-se inferir o valor de  $p_{y1}$  no passado.

O que está acontecendo? Antes de mais nada, notemos que fizemos uma inferência em relação a uma situação *passada*, procedimento com o qual já nos deparamos nas seções III.1,

VIII.3, e que chamamos de *retrodição*. Quem cunhou este termo foi Niels Bohr,<sup>96</sup> que salientou que a retrodição é uma “abstração, a partir da qual nenhuma informação sem ambiguidades concernente ao comportamento prévio ou futuro do indivíduo pode ser obtida.”

Heisenberg também discutiu este problema nas suas palestras de Chicago,<sup>97</sup> notando que “a relação de incerteza não se refere ao passado [...] Este conhecimento do passado é de caráter meramente especulativo [...] É uma questão de crença pessoal se a tal cálculo referente à história passada do elétron pode ser atribuída qualquer realidade física ou não”. Em suma, se aceitarmos a retrodição, podemos concluir que o princípio de incerteza não se aplica para o passado. Quais as consequências desta constatação para cada interpretação? (A discussão seguinte é muito próxima daquela da seção VIII.3).

(1) *Interpretação Ondulatória*. Esta visão não aceita a retrodição. Após a primeira medição de momento, o estado do sistema  $|\psi\rangle$  corresponde a uma superposição de autoestados de posição. A medição subsequente de posição, porém, não altera estados no passado. Após medir-se  $y_2$ , o uso da eq. (X.5) não fornece o valor real de  $y_1$  no passado, mas apenas um valor que classicamente seria consistente com a medição de  $y_2$ .

(2) *Interpretação Corpuscular*. A interpretação dos coletivos estatísticos aceita a retrodição, e aceita que os valores de  $y_1$  e  $p_{y1}$  atribuídos à partícula no passado tenham realidade simultânea. Assumindo um princípio realista de que a realidade passada e futura têm a mesma natureza, ou seja, que o observador não atualiza o passado (no sentido de Wheeler, seção III.3), autores como Ballentine concluem que partículas também têm valores simultaneamente bem definidos para  $y$  e  $p_y$  no presente, e os terão no futuro, mesmo que nós sejamos incapazes (por causa das limitações no processo de preparação e de medição) de prever quais são estes valores (seção X.2).

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Esta visão aceita uma espécie de retrodição, mas as partículas não seguem sempre trajetórias retilíneas uniformes como suposto na eq.(X.5), mas seguem trajetórias complicadas que estudaremos mais adiante.

(4) *Interpretação da Complementaridade*. Apesar de Bohr ter salientado em 1928 que a retrodição é uma “abstração”, ele passou a adotá-la implicitamente após 1935 para definir “fenômenos” corpuscular e ondulatório. Num fenômeno corpuscular, é possível retrodizer qual foi a trajetória do quantum detectado. A ideia de Wheeler (seção III.4) de “atualização do passado no presente” levaria à conclusão de que partículas podem ter posição e momento bem definidos apenas no passado.

A “interpretação das histórias consistentes”, um elegante dualismo antirrealista inaugurado por Robert Griffiths e bastante explorado nos últimos anos, adota explicitamente a retrodição. No experimento que estamos examinando, ele diria que a frase “logo após  $t_1$  a partícula tem posição  $y_1$ ” é verdadeira, e que a frase “logo após  $t_1$  a partícula tem momento  $p_{y1}$ ” é verdadeira, mas propõe uma nova lógica não-clássica para impedir que se possa afirmar que “logo após  $t_1$  a partícula tem posição  $y_1$  e momento  $p_{y1}$ ”.<sup>98</sup>

<sup>96</sup> BOHR, N. (1928), op. cit. (nota 90), p. 66.

<sup>97</sup> HEISENBERG (1930), op.cit. (nota 58), pp. 20, 25.

<sup>98</sup> Ver GRIFFITHS, R.B. (1986): “Making consistent inferences from quantum measurements”, in GREENBERGER (1986), op. cit (nota 74), pp. 512-517. A apresentação mais completa de seu ponto de vista encontra-se em: GRIFFITHS, R.B. (1984): “Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics”, *Journal of Statistical Physics* 36, 219-72. Para uma crítica de sua lógica não-clássica, ver D’ESPAGNAT, B. (1989): “Are there realistically interpretable local theories?”, *Journal of Statistical Physics* 56, 747-66.

# A INTERPRETAÇÃO DA COMPLEMENTARIDADE

## 1. Origens da Complementaridade

Nos últimos meses de 1926, o problema da interpretação da Mecânica Quântica era o tema central das discussões entre Bohr e Heisenberg. Este morava então no último andar do Instituto Niels Bohr, e frequentemente era visitado por Bohr a altas horas da noite, “e nós construíamos todo tipo de experimentos imaginários para ver se realmente entendíamos a teoria. Ao fazer isso, percebemos que nós dois estávamos tentando resolver as dificuldades de maneiras um tanto diferentes. Bohr procurava permitir a existência simultânea dos conceitos de partícula e onda, defendendo que ambas, apesar de mutuamente exclusivas, eram juntamente necessárias para uma descrição completa dos processos atômicos. Eu não gostava desta abordagem. Queria partir do fato de que a Mecânica Quântica, como a conhecíamos então, já impunha uma interpretação física única para algumas grandezas que nela ocorriam.”<sup>99</sup>

Um pouco mais tarde, a posição de Heisenberg seria de que tanto a linguagem corpuscular quanto a linguagem ondulatória seriam satisfatórias, cada uma sozinha, para descrever os objetos quânticos, enquanto que Bohr insistia que ambas eram necessárias, em conjunto. Heisenberg ficaria assim satisfeito com o desenvolvimento da abordagem da 2ª quantização por parte do sueco Oskar Klein, de Pascual Jordan e do húngaro Eugene Wigner (1927-28), que mostrava para ele “que a representação corpuscular e a ondulatória são meramente dois aspectos diferentes de uma mesma realidade física.”<sup>100</sup>

Em fevereiro de 1927, Bohr foi esquiar na Noruega, e esta separação permitiu que cada qual desenvolvesse sua interpretação. Heisenberg chegou no princípio de incerteza e Bohr ao conceito de “complementaridade”. Conforme salientado por Jammer, Heisenberg basearia a definibilidade de grandezas físicas em sua *mensurabilidade* (o que chamamos de “postulado positivista” na seção X.4), enquanto que Bohr tomaria a *definibilidade* como ponto de partida, argumentando que grandezas complementares não podem ser definidas de maneira simultânea. Em setembro, Bohr apresentou publicamente suas ideias no Congresso Internacional em homenagem ao centenário da morte de Alessandro Volta, realizado na cidade natal deste em Como, na Itália. A seguir, em outubro de 1927, no 5º Congresso de Solvay, Bohr reapresentou suas ideias, sendo que desta vez Einstein estava presente. Em 1928, Bohr publicou sua palestra na revista *Nature*.

## 2. Linguagem Clássica e a Questão do Macrorrealismo

Bohr iniciou a primeira seção de seu artigo se referindo às ideias e aos conceitos da Física Clássica, que têm que ser usados para interpretar os resultados experimentais, mas que ao mesmo tempo são limitados para descrever os fenômenos atômicos. Esta afirmação envolve o que chamaremos a tese da *linguagem clássica*<sup>101</sup>: a descrição da aparelhagem experimental e dos resultados das medições só pode ser feita na linguagem da Física Clássica.

Esta tese implica que conceitos próprios da Mecânica Quântica (como a “descontinui-

---

<sup>99</sup> HEISENBERG, W. (1971): “Reminiscences from 1926 and 1927”, in FRENCH, A.P. & KENNEDY, P.J. (1985), *Niels Bohr: a centenary volume*, Harvard University Press, Cambridge (EUA), pp. 163-171; ver p. 166.

<sup>100</sup> JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), p. 68.

<sup>101</sup> Esta tese da linguagem clássica foi chamada de “buffer postulate” por SCHEIBE, E. (1973), *The logical analysis of quantum mechanics*, Pergamon, Oxford, p. 24.

dade”, ou fugindo do vocabulário bohriano, a “superposição de autoestados associados a um observável”) não podem ser aplicados aos aparelhos macroscópicos *enquanto eles são usados na medição*. Note, porém, que Bohr admite que conceitos quânticos possam se aplicar a partes do aparelho de medição. No entanto, entre o sujeito e o objeto, sempre é preciso fazer um corte entre clássico e quântico. Tal corte, porém, não é algo “objetivo”, mas pode ser imposto em qualquer ponto entre o sujeito e objeto, conforme von Neumann exprimiria matematicamente (no contexto da seção IX.1).<sup>102</sup>

A tese da linguagem clássica não proíbe que corpos macroscópicos possam ser descritos pela Mecânica Quântica. Tal descrição é possível, *desde que os corpos sejam objetos da medição*. Se tal corpo for parte integrante do aparelho de medição, então ele deve ser tratado classicamente (levando em conta os comentários do parágrafo anterior). Notamos assim, na concepção de Bohr e von Neumann, um certo elemento de “subjetivismo”, pois o sujeito epistemológico (observador) nunca pode ser eliminado.

Esta proximidade com alguma forma de subjetivismo levou os partidários russos da interpretação ortodoxa (Fock, e de certa forma Landau<sup>103</sup>) a desenvolverem um critério mais claro e simples para separar o mundo quântico do clássico (condizente com a ideologia do materialismo dialético). Todo corpo de dimensões *macroscópicas* seria descrito pela Física Clássica. Este critério se adaptava bem à abordagem “objetivista” ao problema da medição (seção IX.2). Mais recentemente, esta posição recebeu o nome de *macrorrealismo*, termo cunhado por Anthony Leggett. O macrorrealismo proíbe a existência de superposições macroscópicas (como a do gato de Schrödinger, seção IX.8).<sup>104</sup> Será que esta é uma tese correta?

### 3. Descontinuidade e Distúrbio Interacional

Desafiando nossa linguagem clássica está o *postulado quântico* (que já encontramos na seção I.4), “que atribui a qualquer processo atômico uma descontinuidade essencial, ou melhor, uma individualidade, completamente estranha às teorias clássicas e simbolizada pelo quantum de ação de Planck” (BOHR, 1928, p. 53).

Segundo Bohr, a consequência desta *descontinuidade* é que “qualquer observação de fenômenos atômicos envolverá uma interação com o agente da observação que não deve ser desprezada”. Esta é uma versão do que chamamos de *concepção do distúrbio interacional*: a impossibilidade de controlar os distúrbios provocados no objeto pela interação com o aparelho de medição (ver seção X.5).

Descontinuidade implicaria distúrbio. É curioso que se adotarmos um ponto de vista próximo à interpretação ondulatória, somos levados a uma inversão desta implicação: seria o distúrbio provocado pela interação com o aparelho que causaria a descontinuidade quântica.

<sup>102</sup> BOHR (1928), op. cit. (nota 90), p. 54: “é uma questão de conveniência em que ponto introduzir o conceito de observação”. VON NEUMANN (1932), op. cit. (nota 42), pp. 418-9. Esta noção é também chamada de “corte de Heisenberg”, tendo sido explorado pelo físico alemão em artigo de 1936.

<sup>103</sup> FOCK, V.A. (1957), “On the interpretation of quantum mechanics”, *Czechoslovak Journal of Physics* 7, 643-56. Ver discussão sobre Landau & Lifshitz em BELL, J.S. (1990), “Against ‘measurement’”, in MILLER, A.I. (org.), *Sixty-two years of uncertainty*, Plenum, New York, pp. 17-31 (ver seção 6), republicado em *Physics World* (agosto 1990), 33-40 (ver pp. 34-5).

<sup>104</sup> O termo “macrorrealismo” não é muito adequado, pois um realista ondulatório poderia defender a existência de superposições macroscópicas. Sobre a busca por superposições de objetos macroscópicos, interferência de moléculas com 2000 átomos foi obtida por FEIN, Y.Y.; GEYER, P.; ZWICK, P.; KIALKA, F.; PEDALINO, S.; MAYOR, M.; GERLICH, S. & ARNDT, M. (2019), Quantum superposition of molecules beyond 25 kDa”, *Nature Physics* 15: 1242-45.

Bohr, porém, partiu do postulado quântico como um fato fundamental, e, assim, é esta descontinuidade que explica o distúrbio interacional. Mais tarde, a partir de 1935, Bohr passaria a dar menos importância ao distúrbio e mais à “totalidade” (seção XI.5).

Devido à interação entre sujeito e objeto, “uma realidade independente no sentido físico ordinário não pode ser atribuída nem aos fenômenos, nem aos agentes da observação” (BOHR, 1928, p. 54). Esta frase exhibe uma posição “antirrealista”, pois parece negar que o mundo físico tenha uma existência independente do observador. Em seus textos posteriores, Bohr não faria mais afirmações como essa, típicas da concepção filosófica de Kant.

#### 4. Os Três Tipos de Complementaridade

Na obra de Bohr é possível distinguir três tipos diferentes de complementaridade,<sup>105</sup> no contexto da Física.

(1º tipo) *Complementaridade entre coordenação espaço-temporal e asserção da causalidade*. Este foi o primeiro tipo de complementaridade citado por Bohr, mas, curiosamente, ele seria abandonado.

Em seu artigo de 1928, Bohr nota que só se pode *definir* o estado de um sistema físico quando todos os distúrbios externos são eliminados. De fato, vimos na seção VI.1 que um operador hamiltoniano auto-adjunto só pode ser associado a um sistema isolado ou a um sistema que não reage na fonte dos campos externos. No entanto, um sistema mantido sob tais condições de isolamento não pode ser observado! Por outro lado, se ocorrer uma *observação*, com o distúrbio acompanhante, “então uma definição sem ambiguidades do estado do sistema naturalmente não é mais possível” (p. 54). Temos assim uma complementaridade entre observação e definição.

Um sistema isolado conserva energia e momento, e portanto pode-se dizer que satisfaz a *causalidade*. Como, porém, ele não pode ser observado, não é possível associar uma posição espacial e um instante temporal a ele. Por outro lado, ao ser observado, um sistema passa a ter uma *coordenação espaço-temporal* (dada pelo resultado da medição), mas seu estado (após a redução) não evoluiu a partir do estado anterior de acordo com a lei da causalidade (ou seja, de maneira determinista).

“A própria natureza da teoria quântica nos força assim a considerar a coordenação espaço-temporal e a asserção da causalidade, cuja união caracteriza as teorias clássicas, como aspectos complementares mas exclusivos da descrição, simbolizando a idealização da observação e da definição, respectivamente” (pp. 54-5). Este foi o primeiro enunciado do princípio de complementaridade.

Esse par envolve características que são consistentes na Física Clássica: nesta, temos coordenação espaço-temporal e causalidade.

Porém, após 1928, Bohr passou a se incomodar com o fato de que este tipo de complementaridade feria princípios antirrealistas. Fazia-se uma distinção entre um átomo enquanto existente e o mesmo átomo enquanto conhecido,<sup>106</sup> o que não fazia sentido para o antirrealismo, que identifica o existente e o conhecido. Como distinguir entre observação e definição, se o positivismo e o construtivismo kantiano (formas de antirrealismo) estipulam que só o que é observado é definível? Apenas de um ponto de vista realista é possível dar sentido a este 1º tipo de complementaridade.

<sup>105</sup> Esta divisão em três tipos é também apresentada por VON WEIZSÄCKER, C.F. (1955), “Komplementarität und Logik”, *Naturwissenschaften* 42, 521-29, 545-55, cuja posição é resumida por JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 102-4.

<sup>106</sup> MACKINNON, E. (1985): “Bohr on the foundations of quantum theory”, in FRENCH & KENNEDY, op. cit. (nota 99), pp. 101-20; ver p. 112.

(2º tipo) *Complementaridade entre partícula e onda*. Após a pequena crise conceitual pela qual Bohr passou em 1929, na qual reteve apenas o domínio da “observação” (rejeitando a pura “definição”), ele passou, especialmente a partir de 1935, a priorizar a complementaridade entre onda e partícula.

Já apresentamos este tipo de complementaridade na seção III.2, como “dualidade onda-partícula forte”, e notamos que ela envolve aspectos que são excludentes na Física Clássica (onde temos *ou* partícula, *ou* onda), ao contrário do 1º tipo de complementaridade. No cap. XII examinaremos este tipo mais a fundo.

Os aspectos ondulatório e corpuscular de um objeto quântico são revelados por arranjos experimentais mutuamente *excludentes*, mas, segundo Bohr, este par constitui uma descrição “exaustiva” do objeto quântico.

(3º tipo) *Complementaridade entre observáveis incompatíveis, como posição e momento*. Aqui temos dois aspectos que são *consistentes* na Física Clássica de Partículas: posição e momento. Isto distingue este tipo da complementaridade onda-partícula. Podemos igualar este tipo ao 1º tipo? Alguns comentaristas fazem isso, o que significa identificar a asserção da causalidade com as leis de conservação.<sup>107</sup> Mas o 1º tipo envolve uma oposição entre o observado e o não-observado, o que está naturalmente ausente no 3º tipo.

É interessante notar que o par posição-momento se restringe a *partículas*. Por simetria, somos levados a nos perguntar sobre pares complementares que ocorram só na representação ondulatória. Heisenberg pensou nesta possibilidade, e sugeriu um princípio de incerteza entre campos elétrico e magnético. Com a “segunda quantização”,<sup>108</sup> podemos pensar na relação de incerteza envolvendo número-de-quanta e fase, o que pode ser interpretado como uma complementaridade entre amplitude da onda e a fase da onda, aspectos que são consistentes na Física Clássica de Ondas, mas que seriam mutuamente excludentes na Mecânica Quântica.

## 5. Totalidade do Fenômeno

A partir do desafio lançado por Einstein, Podolsky & Rosen em 1935 (que veremos no Cap. XIII), Bohr foi obrigado a refinar sua interpretação, tornando mais explícita a complementaridade de arranjos experimentais. A novidade foi a ênfase que Bohr passou a dar para o “todo” do arranjo experimental, ao se definir o “fenômeno” quântico (comparar com o uso do termo na citação de 1928 apresentada na seção XI.3): “A lição essencial da análise de medições na teoria quântica é pois a ênfase na necessidade, para dar conta do fenômeno, de levar em consideração o arranjo experimental como um todo, em completa conformidade com o fato de que toda interpretação não ambígua do formalismo quântico envolve a fixação das condições externas.”<sup>109</sup> Chamaremos esta característica do fenômeno de *totalidade* ou *inteireza* (“wholeness”).

Uma versão um pouco diferente da noção de totalidade seria ressaltada por David Bohm (1951), ainda no contexto da interpretação ortodoxa da Mecânica Quântica, como veremos na seção que fala sobre sua noção de “universo indiviso” (seção XV.5.)

<sup>107</sup> MURDOCH, D. (1987), *Niels Bohr's philosophy of physics*, Cambridge U. Press. Este autor define uma complementaridade cinemática-dinâmica (englobando os nossos 1º e 3º tipos), em oposição à complementaridade onda-partícula (p. 58). Ver também a estranha opinião de Léon Rosenfeld, p. 66.

<sup>108</sup> Ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seção XVII.3.

<sup>109</sup> BOHR (1939), citado em SCHEIBE (1973), op.cit. (nota 101), p. 21.

Max Jammer<sup>110</sup> salienta que a concepção de totalidade de Bohr traz consigo uma concepção “relacionista” do estado de um sistema, ou seja, que o estado quântico passou a ser definido pela *relação* do objeto microscópico com o aparelho de medição inteiro.

Ele contrasta esta posição com a concepção anterior (pré-1935) que chama de “interacionista”. Já examinamos um aspecto desta concepção com a noção de “distúrbio interacional” (seções X.5 e XI.3). Outra instância desta concepção interacionista seria a famosa afirmação idealista de Jordan, segundo a qual “nós mesmos produzimos os resultados da medição” (ver nota 48, na seção VIII.3).

## 6. Outras Posições Ortodoxas

A chamada “interpretação de Copenhague” desenvolvida por Bohr, Heisenberg e Pauli é usualmente tomada como sendo uma posição monolítica, defendida por todos os fundadores da Mecânica Quântica, com exceção de realistas como Planck, Einstein, de Broglie (pré-1927 e pós-1952) e Schrödinger. Um exame mais atento, porém, mostra nuances nas posições ortodoxas.

Heisenberg desenvolveu, nos anos 1950, uma interpretação que enfatizava alguns pontos não desenvolvidos por Bohr. Sem abandonar a noção de complementaridade, Heisenberg passou a salientar que a função de onda  $\psi$  (no caso puro) exprime uma *potencialidade*, no sentido aristotélico, relacionada a uma probabilidade “objetiva” que independe do estado de conhecimento do observador. Esta posição se aproxima da interpretação ondulatória (seção V.5), sem, talvez, interpretar  $\psi$  de maneira tão literal.<sup>111</sup> A respeito dos “saltos quânticos” (colapsos), da “transição do ‘possível’ ao ‘real’ [que] ocorre durante o ato de observação”, Heisenberg (p. 25) enfatizou que ela “toma lugar tão logo a interação do objeto com o instrumento de medida (e, portanto, com o resto do mundo) tenha se realizado; ele nada tem a ver com o ato de registrar o resultado por parte da mente do observador”. Ele assim ataca a solução subjetivista ao problema da caracterização (seção IX.2), oferecendo uma descrição consistente com o criptodeterminismo (seção VI.2), já que é a interação com o resto do mundo que provocaria o colapso.

A frase que se segue a esta citação, porém, interpreta  $\psi$  de maneira claramente *epistêmica*, nos deixando em dúvida se as potencialidades são objetivas ou não<sup>112</sup>: “A mudança descontínua na função de probabilidade, no entanto, tem lugar com o ato de registro, pois é essa mudança descontínua do nosso conhecimento, no instante do registro, que tem por imagem a mudança descontínua da função de probabilidade.”

Tem-se explorado pouco, na literatura, as posições filosóficas dos outros físicos próximos à corrente ortodoxa. Pauli se mantinha bastante próximo a Bohr, ao contrário de Max Born, que a exemplo de Heisenberg parece ter flertado com a ideia de uma “realidade intermediária”: “A questão de se as ondas são algo ‘real’ ou uma ficção para descrever e prever fenômenos de maneira conveniente é uma questão de gosto. Eu pessoalmente gosto de considerar uma onda de probabilidade, mesmo no espaço  $3N$ -dimensional, como uma coisa

<sup>110</sup> JAMMER (1974), op.cit. (nota 8), pp. 160-6, 197-211.

<sup>111</sup> HEISENBERG ([1958] 1981), op. cit. (nota 41), cap. III (pp. 24-26 da edição brasileira de 1981). No contexto da interpretação da complementaridade, a noção de potencialidade foi também utilizada por BOHM (1951), op. cit. (nota 29).

<sup>112</sup> Ver a análise feita por: STAPP, H.P. (1985), “Bell’s theorem and the foundations of quantum physics”, *American Journal of Physics* 53, 306-17, especificamente nas pp. 311 (seção X) e 312 (2ª coluna).

real, como certamente mais do que um instrumento para cálculos matemáticos. Pois ela tem a característica de um invariante de observação.”<sup>113</sup>

Heisenberg parecia concordar com isso, porém preferia considerar a onda  $\psi$  como algo “objetivo” mas não “real”.<sup>114</sup>

## 7. Principais Teses da Interpretação Ortodoxa

Para fechar o capítulo, apresentaremos as teses principais da interpretação de Copenhague, que consiste basicamente de uma síntese das visões de Bohr, Heisenberg, Pauli, Born, Dirac, Rosenfeld, etc. Esta visão ortodoxa deve ser distinguida da chamada interpretação de Princeton, representada por von Neumann, Wigner, etc., que atribui maior importância à função de onda  $\psi$  e ao seu colapso (uma visão ondulatória antirrealista).

1) *Postulado Quântico*. Há uma descontinuidade essencial na absorção e emissão de radiação (e partículas materiais) pela matéria, incluindo no processo de medição. Tais processos se dão em quanta de energia discretizados e de localização bem definida.

2) *Linguagem Clássica*. Só temos acesso ao mundo microscópico através de aparelhos macroscópicos, e a descrição da aparelhagem experimental e dos resultados das medições, assim como a comunicação para os outros cientistas, só pode ser feita na linguagem da Física Clássica.

3) *Distúrbio Interacional*. Como consequência do postulado quântico, é impossível controlar os distúrbios provocados no objeto microscópico pela interação com o aparelho de medição.

4) *Antirrealismo*. A teoria quântica só trata das observações (ou medições) de objetos microscópicos, de forma que não faz sentido referir-nos a uma realidade independente do sujeito (observador).

5) *Totalidade*. Para dar conta do fenômeno quântico, é preciso considerar não só o objeto quântico, mas também todo o aparelho experimental, incluindo partes localizadas à distância.

6) *Complementaridade (Dualidade Onda-Partícula)*. Um experimento pode ser compreendido em um quadro corpuscular, ou em um quadro ondulatório, mas nunca nos dois ao mesmo tempo. Ou seja, se houver padrões de interferência, não pode haver inferência sobre trajetórias (retrodição), e vice-versa. Além desta “exclusão mútua”, essas duas descrições “exaurem” a descrição do objeto.

7) *Grandezas Incompatíveis*. Não é possível medir simultaneamente grandezas incompatíveis como posição e momento. Não faz sentido atribuir simultaneamente valores bem definidos para grandezas incompatíveis.

8) *Quebra do determinismo*. Não faz sentido defender o determinismo no mundo microscópico. A imprevisibilidade observada em experimentos quânticos é expressa no formalismo pelo fato de que apenas podemos calcular probabilidades. As probabilidades são inelimináveis, não devendo ser interpretadas de maneira meramente epistêmica. Levando em consideração a tese positivista (ver final da seção IX.4), o mundo é “efetivamente” (para todos os efeitos) indeterminista.

<sup>113</sup> BORN, M. (1949), *Natural philosophy of cause and chance*, Oxford U. Press, London; citação das pgs. 105-6.

<sup>114</sup> HEISENBERG ([1958] 1981), op. cit. (nota 41), cap. VIII (p. 78 da edição brasileira de 1981). Em geral, porém, ele não fazia esta distinção, como na p. 145 de HEISENBERG, W. ([1969] 1996), *A parte e o todo*, Contraponto, Rio de Janeiro; edições anteriores: *Der Teil und das Ganze* (1969), Piper, Munique; *Physics and beyond* (1971), Harper & Row, New York; *Diálogos sobre física atômica* (1975), Verbo, Lisboa.

9) *Completeza*. A descrição quântica, mesmo para objetos individuais, é completa. Não faz sentido postular variáveis ocultas, dado que sua postulação não traz nenhuma previsão nova.

10) *Simetria de Representação*. É igualmente aceitável representar um sistema nas representações de posição ou de momento. Nenhum observável tem privilégio ontológico, ao contrário do que ocorre na teoria da onda piloto, que privilegia a representação espacial. (Notar que neste ponto a interpretação da complementaridade adota uma postura típica do realismo, ao passo que a interpretação da onda piloto adota uma atitude própria do antirrealismo.)

## EXPLORANDO A COMPLEMENTARIDADE

### 1. Experimentos com Pá Giratória

Às vezes raciocinamos da seguinte forma: “se não sabemos qual é a trajetória, então o fenômeno é ondulatório e haverá interferência”. Este raciocínio nem sempre funciona, mas ele pode ser substituído por outro correto: “se *em princípio* for impossível *distinguir* as trajetórias, então o fenômeno será ondulatório e haverá interferência”.

Ilustremos isso, no interferômetro de Mach-Zehnder, por meio de uma pá giratória (*chopper*) que é colocada após  $S_1$  (Fig. XII.1). Essa pá é preparada de forma que quando o componente  $A$  se propaga, o componente  $B$  é bloqueado, e vice-versa. Poderíamos supor também que as escolhas de qual feixe bloquear e de quanto tempo manter o bloqueio fossem aleatórias. Qual seria o comportamento da luz?

É mais ou menos fácil de intuir que cada pulso chegará em  $S_2$  *ou* por  $A$ , *ou* por  $B$ , e que portanto não haverá interferência; 50% das contagens serão registradas em cada detector. No entanto, neste caso *não sabemos* por qual caminho a partícula veio. Costuma-se afirmar, porém, que *em princípio* poderíamos descobrir o caminho. Como fazer sentido desta afirmação, no contexto antirrealista da interpretação da complementaridade?

Uma saída é considerar que é possível fazer uma “medição clássica” da posição da pá, no instante que quisermos. Tal medição clássica seria caracterizada pelo fato de a medição não provocar nenhum distúrbio no estado quântico da luz. Poder-se-ia determinar a posição da pá através de um tênue feixe de luz iluminado em algum ponto da pá (longe do feixe do interferômetro).

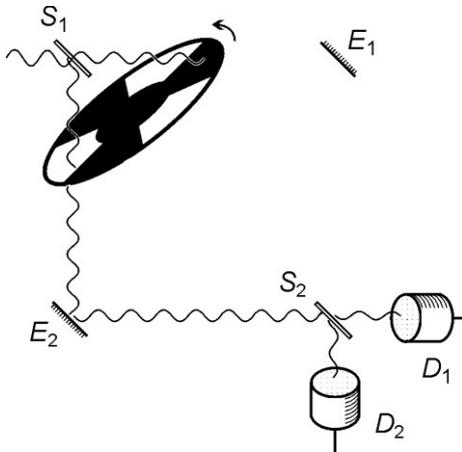


Figura XII.1. Interferômetro de Mach-Zehnder com pá giratória.

Outra versão com bloqueador envolve o experimento de duas fendas. O que ocorre neste caso com o padrão de interferência? Para o ponto central na tela de detecção (situado à mesma distância das duas fendas), a situação é análoga ao do interferômetro de Mach-Zehnder. Para outras regiões da tela, porém, as franjas de interferência podem se manter, dependendo (para cada região) da velocidade de rotação da pá (Mandel, 1959). Para entender isso, é só lembrar que o tempo que a luz demora para ir de cada fenda para estas regiões é diferente. As franjas aparecem quando cada componente consegue passar sem ser bloqueado pelas pás, um num instante  $t_1$  e o outro em outro instante,  $t_2$ . Tal experimento óptico foi realizado em 1972 por Sillitto & Wykes.<sup>115</sup>

<sup>115</sup> No caso óptico, é preciso supor também que o intervalo de tempo  $t_F$  entre o fechamento de uma fenda e a abertura da outra é menor do que o “tempo de coerência”  $t_c$  do feixe de luz. MANDEL, L. (1959): “On the possibility of

## 2. Estados com Polarização

Uma onda em uma corda pode oscilar transversalmente na vertical ou na horizontal: estas são duas direções ortogonais de *polarização*. Dizemos que elas são “ortogonais” porque qualquer alteração na amplitude em uma das direções de oscilação não levará a alteração alguma na outra direção. Elas são independentes. (Comparar com a definição de ortogonalidade apresentada na seção V.3)

Pode-se produzir um feixe de luz polarizado usando um filtro *polarizador*. Este consiste de um filme cheio de moléculas compridas, orientadas paralelamente, nas quais os elétrons oscilam facilmente ao longo da direção de comprimento. Quando a luz incide no polarizador, os elétrons *absorvem* o componente de luz oscilando ao longo do comprimento da molécula, e deixam passar o componente ortogonal. Um feixe de luz inicialmente não-polarizado que passa por um polarizador tem sua intensidade reduzida à metade.

Considere um feixe de luz que já passou por um polarizador, estando assim preparado com polarização linear numa direção que chamaremos de  $0^\circ$ , e tendo uma intensidade  $I_0$ . Ao passar por um outro filtro orientado a um ângulo  $\theta$ , ou seja  $\Delta\theta$  em relação ao primeiro, a intensidade final do feixe seguirá a lei de Malus:

$$I_F = I_0 \cos^2 \Delta\theta . \quad (\text{XII.1})$$

Para um ângulo de  $\theta = 90^\circ$ , a intensidade transmitida será nula: dois polarizadores ortogonais colocados em sucessão não deixarão passar nenhuma luz.

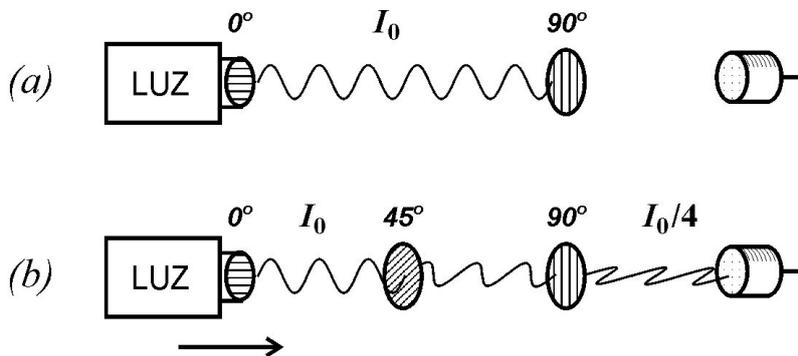


Figura XII.2. (a) A luz não passa por polarizadores ortogonais ( $0^\circ$  e  $90^\circ$ ). (b) Mas  $1/4$  do feixe passa quando um filtro a  $45^\circ$  for inserido.

Curiosamente, se um terceiro polarizador, orientado em uma direção diferente de  $0^\circ$  e  $90^\circ$  (como  $45^\circ$ ), for colocado entre os dois polarizadores ortogonais (Fig. XII.2), alguma luz passará pelos polarizadores! Se pensarmos que cada polarizador “mede” a polarização de um fóton *sem afetar seu estado*, a situação seria realmente paradoxal. Mas sabemos que na Mecânica Quântica *as medições alteram o estado do objeto*: ao “medir” a polarização a  $45^\circ$  de um feixe inicialmente polarizado a  $0^\circ$ , altera-se brutalmente o estado de polarização dos fótons.

---

observing interference effects with light beams divided by a shutter”, *Journal of the Optical Society of America* 49, 931-33. SILLITTO, R.M. & WYKES, K. (1972): “An interference experiment with light beams modulated in anti-phase by an electro-optic shutter”, *Physics Letters A* 39, 333. Uma versão para nêutrons foi proposta por: BROWN, H.R.; SUMMHAMMER, J.; CALLAGHAN, R.E. & KALOYEROU, P. (1992): “Neutron interferometry with antiphase modulation”, *Physics Letters A* 163, 21-25.

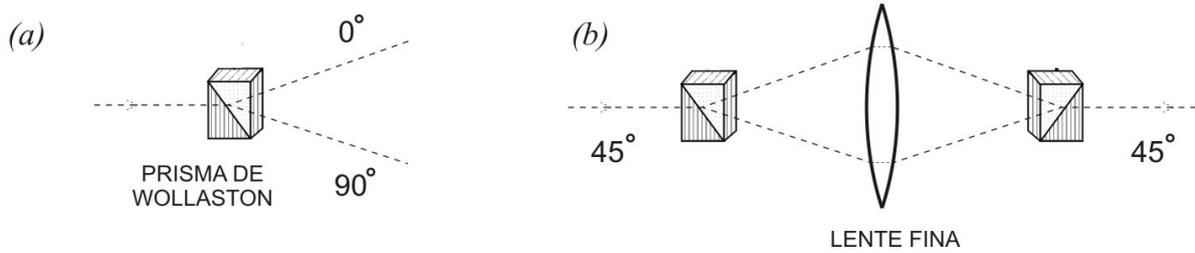


Figura XII.3. (a) Prisma birrefringente (como o de Wollaston) divide um feixe de luz em componentes ortogonais. (b) É possível recombinar o feixe e obter a polarização inicial (Jamin, 1868).

Existem prismas especiais que dividem um feixe luminoso em dois componentes de polarização ortogonais, sem absorver parte do feixe, como faz o filtro polarizador. Tais cristais “birrefringentes”, como a calcita, desempenham um papel análogo ao ímã de Stern-Gerlach para spins (Fig. XII.3).

O que acontece quando dois feixes polarizados em direções ortogonais se superpõem? Suponha que eles tenham o mesmo comprimento de onda e uma defasagem de  $\phi$ . Podemos escrever o estado quântico (normalizado) do feixe, após a superposição, da seguinte forma:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0^\circ\rangle + e^{i\phi}\frac{1}{\sqrt{2}}|90^\circ\rangle. \quad (\text{XII.2})$$

Digamos que cada um dos componentes tem uma amplitude  $A$ . Se os componentes estiverem *em fase* ( $\phi = 0$ ), a onda resultante oscilará na direção  $45^\circ$  com amplitude  $\sqrt{2}A$  (Fig. XII.4a). Se estiverem fora de fase ( $\phi = \pi$ ), a onda terá polarização linear  $-45^\circ$  (ou, se se quiser,  $135^\circ$ ). Se elas estiverem defasadas em  $\frac{1}{4}$  ou  $\frac{3}{4}$  de comprimento de onda ( $\phi = \pi/2$  ou  $3\pi/2$ ), a resultante será circularmente polarizada em sentido anti-horário ou horário, com a mesma amplitude  $\sqrt{2}A$  obtida anteriormente. Neste caso, vê-se o vetor polarização descrever um movimento circular (Fig. XII.4b). Para outras defasagens, a polarização resultante é chamada de “elíptica”.

Em todos os casos, a intensidade do feixe superposto é a mesma, sendo o dobro das intensidades dos componentes. Não há, portanto, superposição construtiva e destrutiva, no caso de ondas ortogonalmente polarizadas.

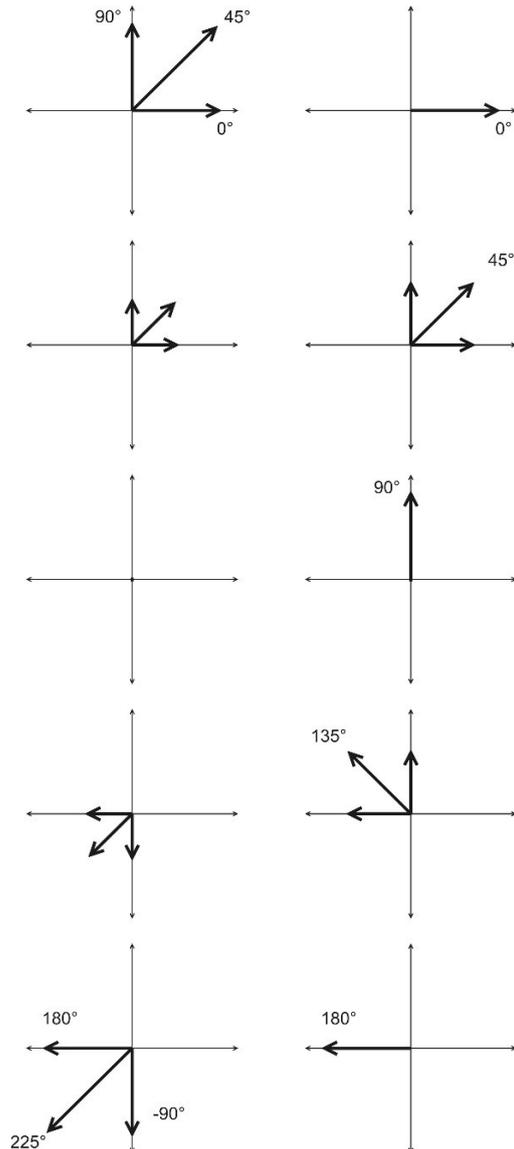


Figura XII.4a. A superposição de oscilações do campo elétrico com polarização a  $0^\circ$  e a  $90^\circ$  gera uma oscilação a  $45^\circ$ .

Figura XII.4b. Se a superposição de oscilações dos componentes a  $0^\circ$  e a  $90^\circ$  for  $\pi/2$ , obtém-se uma onda de polarização circular em sentido anti-horário.

Assim, não ocorrem fenômenos de interferência com componentes ortogonalmente polarizados!

### 3. Interferômetro de Mach-Zehnder com polarizadores

Ilustremos o que acabou de ser dito considerando um interferômetro de Mach-Zehnder no qual um filtro polarizador  $F_1$ , orientado a  $0^\circ$ , é colocado no caminho  $A$  e um  $F_2$ , a  $90^\circ$ , em  $B$  (Fig. XII.5a). Neste caso, deixará de haver superposições construtiva e destrutiva. Para simplificar, consideremos que a luz sai do laser polarizada linearmente a  $45^\circ$ . Metade do feixe que chega a  $F_1$  é absorvido pelo polarizador, metade é transmitido; o mesmo ocorre em  $F_2$ . Ao se recombinarem em  $S_2$ , o feixe que vai para  $D_1$  fica polarizado a  $45^\circ$ , e o que ruma para  $D_2$  adquire polarização  $-45^\circ$  (ver Fig. XII.6), de maneira que 25% do feixe original cairão em cada detector.

Figura XII.5. (À direita) Duas versões de fenômeno corpuscular com polarizadores ortogonais nos caminhos  $A$  e  $B$ . Na montagem (a) não se pode atribuir uma trajetória ao fóton detectado. (b) Separando os feixes finais, é possível fazer uma retrodição de trajetória.

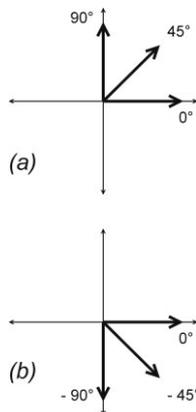
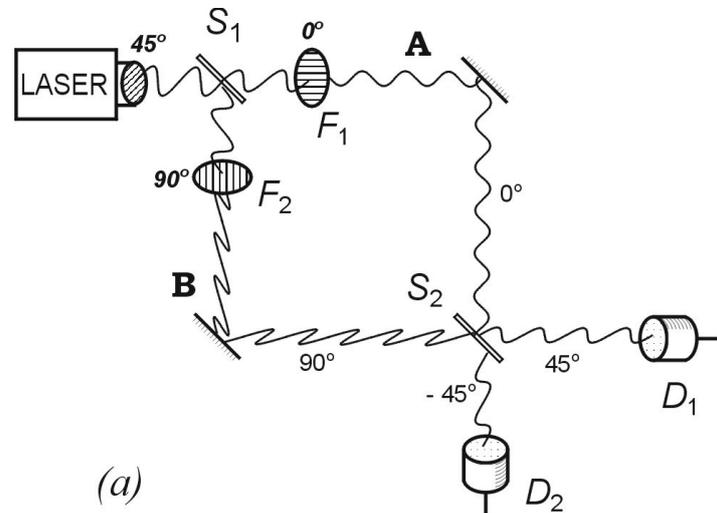
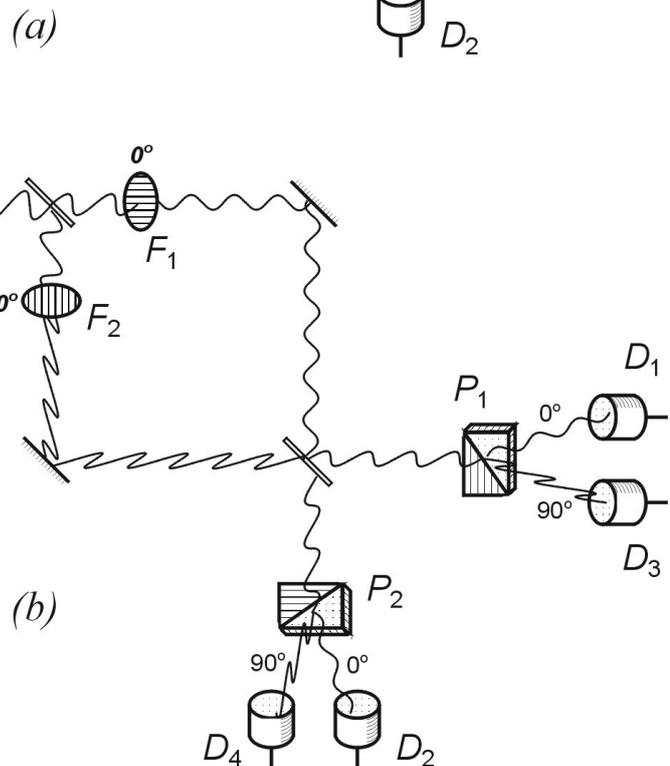


Figura XII.6. (Acima) (a) A superposição de luz polarizada a  $0^\circ$  e a  $90^\circ$  gera luz a  $45^\circ$ . (b) Se a fase do segundo componente for invertida, como ocorre com a luz que ruma para  $D_2$  na Fig. XII.5a, a luz resultante fica polarizada a  $-45^\circ$ .



Podemos neste caso considerar o fenômeno corpuscular? Bem, é verdade que com a montagem da Fig. XII.5a não podemos determinar trajetórias, mas poderíamos determiná-las, em princípio. Por exemplo, se substituíssemos cada detector por um prisma birrefringente ( $P_1$ ,  $P_2$ ) seguido de dois detectores (um para cada componente ortogonalmente polarizado saindo do prisma), poderíamos estabelecer as trajetórias (Fig. XII.5b). Este fenômeno é claramente corpuscular. Por analogia, o da Fig. XII.5a poderia também ser chamado de corpuscular: é assim que a interpretação da complementaridade o considera.

Porém, lembremos que um fenômeno só se estabelece quando a medição se completa. Por exemplo, se, antes de os feixes polarizados passarem por  $S_2$ , filtros polarizados  $F_3$  e  $F_4$  orientados a  $45^\circ$  forem inseridos nos caminhos dos componentes  $A$  e  $B$  (uma “escolha demorada”, como a da seção III.3), as superposições construtiva e destrutiva voltam a ocorrer (Fig. XII.7a)! Todos os fótons transmitidos serão detectados em  $D_1$ , nenhum em  $D_2$ ! Os polarizadores  $F_3$  e  $F_4$  são chamados de “apagadores quânticos” (*quantum erasers*), pois apagam a informação de trajetória carregada pelas polarizações distintas dos feixes.

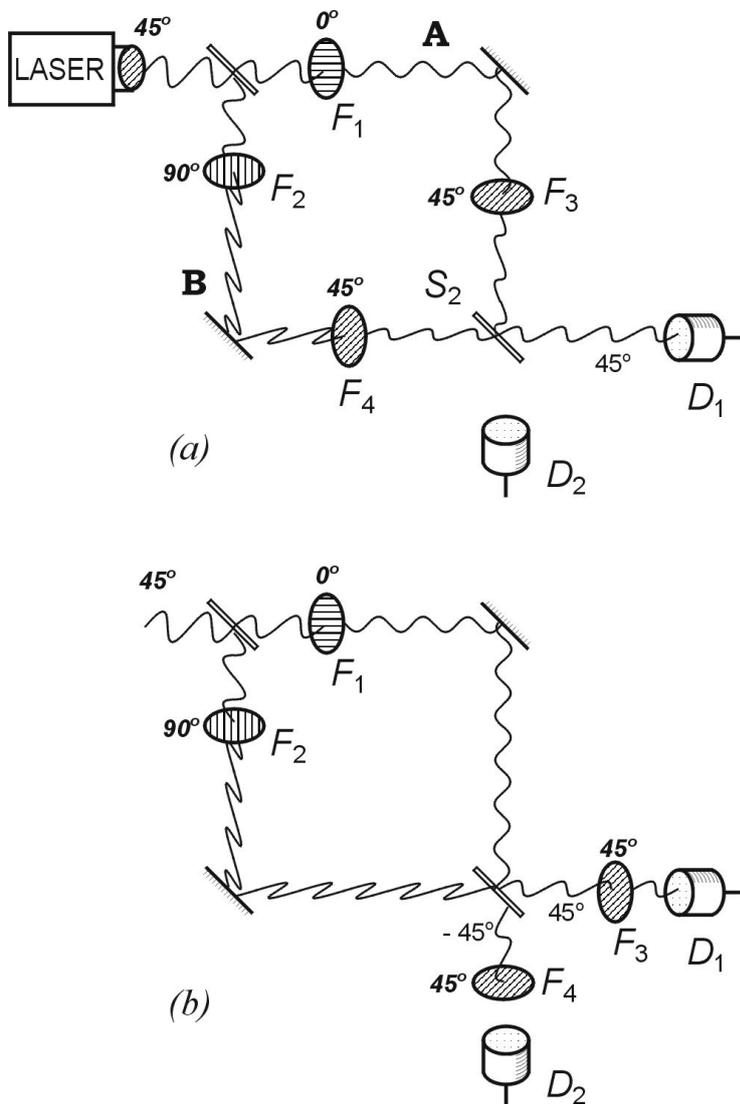


Figura XII.7. Duas montagens de fenômeno ondulatório com polarizadores. (a) Polarizadores  $F_3$  e  $F_4$  a  $45^\circ$  colocados no caminho A e B. (b) Os mesmos polarizadores colocados após  $S_2$ .

Um experimento de escolha demorada mais radical pode ser feito inserindo-se os polarizadores não antes de  $S_2$ , mas depois (Fig. XII.7b)! Neste caso, se  $F_3$  e  $F_4$  estiverem orientados a  $45^\circ$ , o fenômeno será *ondulatório*, de acordo com a interpretação da complementaridade! Cada fóton atingirá  $D_1$ , nenhum  $D_2$ ! Se o componente A tiver um defasador que modifica progressivamente a fase relativa  $\phi$ , obteremos um padrão de interferência em  $\cos^2\phi$  (como o da Fig. II.7, e como mostraremos matematicamente na Fig. XII.9).

É instrutivo analisar os experimentos das Figs. XII.7a e 7b usando a interpretação ondulatória. No primeiro, ocorre de fato superposições construtiva e destrutiva em  $S_2$ ; no segundo, não ocorre superposição destrutiva, mas o feixe orientado a  $-45^\circ$  que ruma para  $D_2$  acaba sendo totalmente bloqueado por  $F_4$  (que está orientado a  $45^\circ$ ).

#### 4. O Fenômeno depende do Quantum Detectado

Pequenas variações nessas montagens com polarizadores esclarecem diversos aspectos da complementaridade de arranjos experimentais. Por exemplo, considere uma versão da Fig. XII.7b em que  $F_4$  é posicionado a  $0^\circ$ . Um fóton que é detectado corresponde a um fenômeno ondulatório ou corpuscular? Isso depende de qual detector é acionado. Se o fóton em questão for detectado em  $D_1$ , teremos um fenômeno ondulatório; se for detectado em  $D_2$ , saberemos que ele veio pelo caminho  $A$ , e portanto o fenômeno é corpuscular! Assim, o que determina o tipo de fenômeno registrado não é somente o arranjo experimental macroscópico, mas também o comportamento do quantum detectado.

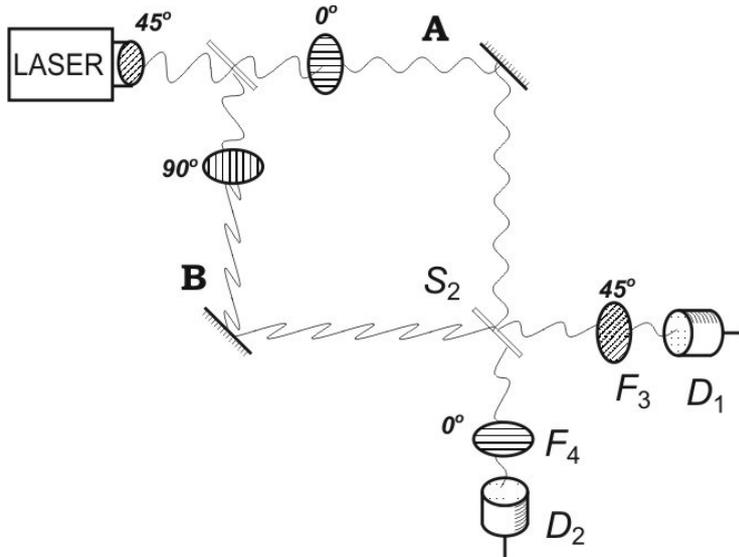


Figura XII.8. Montagem experimental em que o tipo de fenômeno depende do quantum detectado. Um quantum medido em  $D_1$  é associado pela interpretação da complementaridade a um fenômeno ondulatório, ao passo que se diz, por retrodição, que um quantum detectado em  $D_2$  veio pelo caminho  $A$ , de maneira que o fenômeno associado é corpuscular.

Faremos agora, na Fig. XII.9, uma descrição matemática dos estados quânticos da Fig. XII.8, seguindo a análise feita no Cap. V, mas agora introduzindo os estados ortogonais de polarização linear  $|0^\circ\rangle$  e  $|90^\circ\rangle$ . Inserimos um defasador  $H_1$  no caminho  $B$ , que introduz um fator de fase  $e^{i\phi}$ . Notamos que a amplitude que chega a  $D_2$  não varia com a fase  $\phi$  (nem se o polarizador estivesse orientado a  $90^\circ$ , pois neste caso o fator de fase desaparece ao se calcular a intensidade). Isso indica que o fenômeno é corpuscular. Por outro lado, a amplitude que chega em  $D_1$  depende de um fator  $(1 + e^{i\phi})$ , cuja intensidade resulta em uma variação em  $\cos^2(\phi/2)$ , indicando que se trata de um fenômeno ondulatório. Para calcular a mudança do estado ao passar por  $F_3$ , basta escrever  $|0^\circ\rangle$  e  $|90^\circ\rangle$  na base definida por  $|45^\circ\rangle$  e  $|-45^\circ\rangle$ , usando a eq.(XII.2) para  $\phi=0$ , ou seja:

$$\begin{aligned} |45^\circ\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|90^\circ\rangle, \\ |-45^\circ\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|90^\circ\rangle. \end{aligned} \quad (\text{XII.3})$$

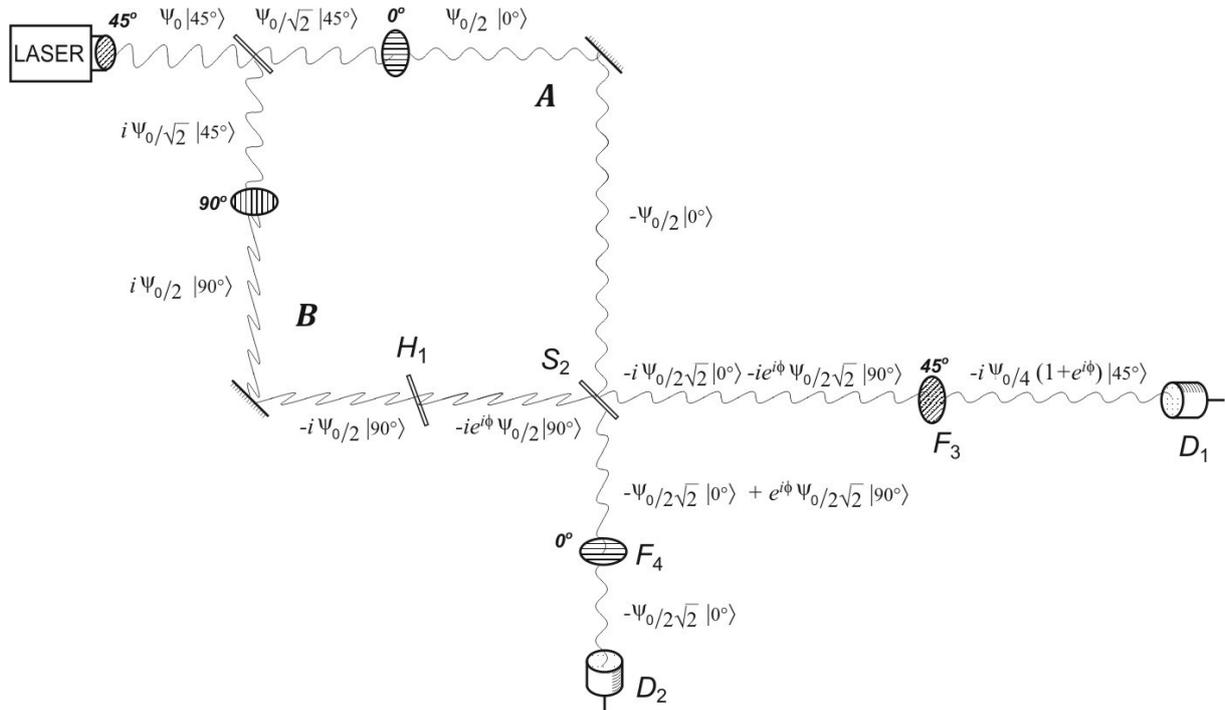


Figura XII.9. Interferômetro de Mach-Zehnder com polarizadores, com as amplitudes marcadas em cada trecho.

## 5. Fenômenos Intermediários entre Onda e Partícula

Examinemos agora outra situação interessante. Se  $F_3$  estiver orientado a  $45^\circ$  e  $F_4$  a  $-45^\circ$ , o fenômeno é claramente ondulatório. Se  $F_3$  estiver orientado a  $0^\circ$  e  $F_4$  a  $90^\circ$ , o fenômeno é claramente corpuscular. E se os polarizadores estiverem orientados em uma direção intermediária? Se  $F_3$  estiver orientado a  $22,5^\circ$ , e  $F_4$  a  $67,5^\circ$  (Fig. XII.10), o fenômeno é corpuscular ou ondulatório?

Ora, ele é um *fenômeno intermediário* entre corpuscular e ondulatório! Podemos dizer que ele é 50% corpuscular e 50% ondulatório.

À primeira vista, a existência de fenômenos intermediários parece ser um problema para a interpretação de complementaridade, para a qual onda e partícula são “aspectos complementares, mas mutuamente excludentes, da descrição”. Porém, mostra-se que para cada fenômeno intermediário existe um outro que lhe é complementar; por exemplo, um fenômeno 30% ondulatório e 70% corpuscular é complementar a um fenômeno 70% ondulatório e 30% corpuscular. Enfim, o fato de um fenômeno nunca exibir simultaneamente os dois aspectos de maneira total não implica que tais fenômenos não possam aparecer simultaneamente de maneira “parcial”.

Os primeiros a mostrar que há fenômenos intermediários foram Wootters & Zurek, mas somente em 1979! Eles consideraram um experimento de duas fendas com detectores especiais. No interferômetro de Mach-Zehnder para um fóton, sem polarizadores, também é possível obter fenômenos intermediários variando-se a transmitância do espelho semirrefletor  $S_2$ .<sup>116</sup>

<sup>116</sup> WOOTTERS, W.K. & ZUREK, W.H. (1979), “Complementarity in the double-slit experiment: quantum non-separability and a quantitative statement of Bohr’s principle”, *Physical Review D* 19: 473-84. Reproduzido in WHEELER & ZUREK (1983), op. cit. (nota 15), pp. 443-54. Sobre fenômenos intermediários no interferômetro de

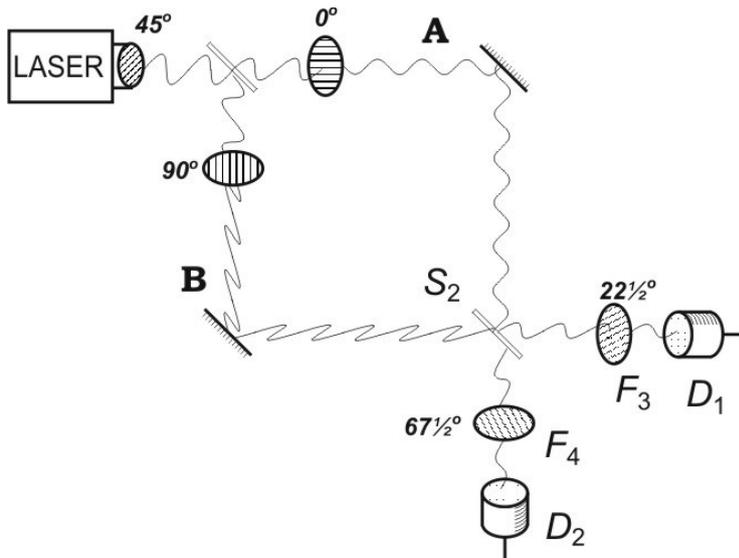


Figura XII.10. Fenômeno intermediário entre onda e partícula, tanto para  $D_1$  quanto para  $D_2$ .

## 6. Visibilidade em Fenômenos Intermediários

Os padrões de interferência que temos considerado até aqui envolvem regiões de escuridão total entre picos luminosos. Isto caracteriza uma situação de “visibilidade” máxima. Se  $I_m$  for a intensidade de luz na região de luminosidade mínima de um padrão de interferência, e  $I_M$  a intensidade da região de máximo, então define-se a *visibilidade*  $V$  do padrão da seguinte maneira:

$$V = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} . \quad (\text{XII.4})$$

Padrões com regiões totalmente escuras (Fig. XII.11a) têm visibilidade  $V=1$ . Padrões sem contraste algum, como ocorre tipicamente em fenômenos corpusculares, têm visibilidade  $V=0$  (Fig. XII.11b).

Qual é o tipo de padrão gerado em fenômenos intermediários? Justamente padrões com visibilidade entre 0 e 1, como o da Fig. XII.11c, para o qual  $V = 1/2$ . Tal padrão pode ser imaginado como a soma ponderada de um padrão com  $V=0$  e de outro com  $V=1$ .

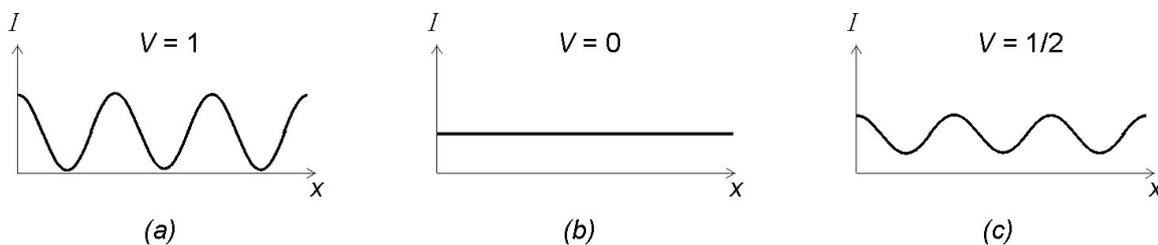


Figura XII.11. Padrões de interferência com diferentes visibilidades  $V$ .

Mach-Zehnder, ver: MITTELSTAEDT, P.; PRIEUR, A. & SCHIEDER, R. (1987), “Unsharp particle-wave duality in a photon split-beam experiment”, *Foundations of Physics* 17: 891-903.

Tomemos outro exemplo. Se dizemos que um fenômeno é 33% corpuscular, isto significa que seu padrão de interferência pode ser formado pela soma de um padrão com  $V=0$ , de intensidade  $1/3$ , e de um padrão com  $V=1$ , de intensidade média  $2/3$ . Para um fóton registrado em um certo detector, se tentarmos inferir sua trajetória por retrodição, teríamos que dizer algo do seguinte tipo: “Este fóton tem uma probabilidade de 33% de ter vindo pelo caminho  $A$ , e uma probabilidade de 67% de não ter vindo por um caminho bem definido”. (Para o outro detector, diríamos algo semelhante com referência ao caminho  $B$ ). O fenômeno complementar a este fenômeno seria um que fosse 67% corpuscular e 33% ondulatório.

## 7. Interferômetro com Feixes Divergentes

Os experimentos descritos neste capítulo para o interferômetro de Mach-Zehnder puderam ser realizados em sala de aula, no regime clássico (ou seja, sem podermos discernir fótons individuais). Neste interferômetro didático, porém, o feixe é levemente divergente, e o alinhamento do interferômetro é bastante inexato. O resultado disto é que se observam padrões de interferência espacial (do tipo da Fig. I.1) na parede, colocada no lugar dos detectores  $D_1$  e  $D_2$  da Fig. II.3. Isto difere da explicação dada na seção II.2, onde toda a luz rumava para  $D_1$  e nenhuma para  $D_2$ .

Para entender a formação deste padrão, basta examinar a Fig. XII.12, na qual a luz é representada por feixes, levemente divergentes e desalinhados, de ondas circulares. Nas regiões indicadas por setas ocorre superposição destrutiva; entre elas, superposição construtiva. Disto resulta um padrão espacial de franjas.

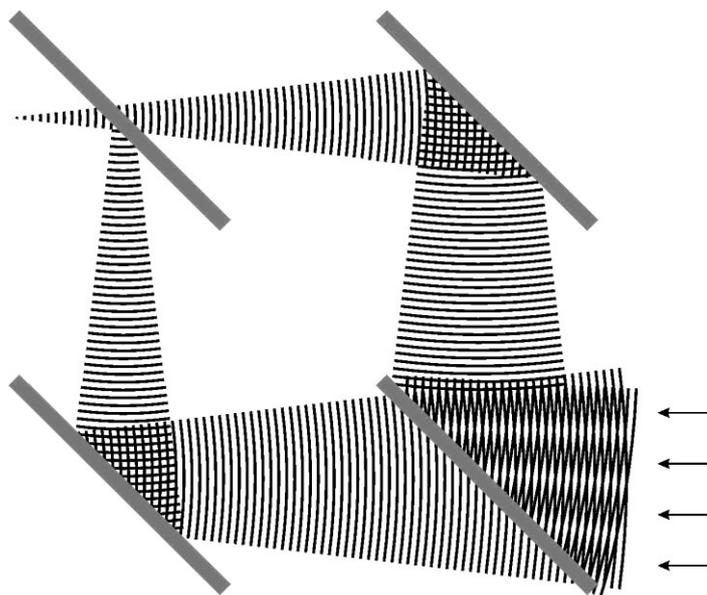


Fig. XII.12. No interferômetro de Mach-Zehnder com espelhos desalinhados, surgem padrões de interferência espaciais. Ignorou-se o componente que passa pelo último espelho e ruma para baixo. As setas indicam superposição destrutiva.

## O ARGUMENTO DE EINSTEIN, PODOLSKY & ROSEN

### 1. O Argumento de Incompleteza de EPR

Em 1935, Einstein e dois colegas de Princeton, o ucraniano Boris Podolsky e o estadunidense Nathan Rosen (EPR), publicaram um trabalho no *Physical Review* que chacoalhou as bases da Mecânica Quântica. Nas palavras de Léon Rosenfeld, colega de Niels Bohr, “este ataque caiu sobre nós como um raio dos céus”.<sup>117</sup>

A ideia de EPR foi considerar um sistema de duas partículas quânticas *correlacionadas*, de tal forma que a medição direta em uma delas (que chamaremos “partícula nº 1”, localizada digamos na Terra) constituísse uma medição indireta na outra (a “partícula nº 2”, na Lua, por exemplo). Pelo postulado da projeção, o estado global do sistema se altera instantaneamente com a medição, mesmo que as partículas estejam longes uma da outra. Se tal transição instantânea da função de onda fosse interpretada de maneira realista (como faz a interpretação ondulatória), teríamos um processo *não local*, envolvendo duas partículas separadas a uma grande distância. No entanto, EPR introduziram uma hipótese de *localidade*, que dizia, grosso modo, que a escolha sobre qual observável medir na Terra não pode afetar instantaneamente (ou com velocidade maior do que a da luz) o estado da partícula na Lua. Com duas suposições contrárias (a não-localidade embutida em uma interpretação realista do formalismo quântico, e a localidade envolvendo as partes macroscópicas da aparelhagem, que segundo a Teoria da Relatividade Restrita não podem gerar um sinal que se propague a uma velocidade maior do que a da luz), não é de se espantar que EPR conseguissem gerar algum resultado incômodo. E este resultado foi de a Mecânica Quântica é *incompleta*: “Somos assim forçados a concluir que a descrição quântica da realidade física através das funções de onda não é completa”.<sup>118</sup>

Repassemos o argumento com um pouco mais de detalhe. Na Terra, *posso* medir um observável  $A_1$ , e com isso o estado da partícula nº 2 se reduziria a um autoestado de  $A_2$ . Mas na Terra eu também *poderia* medir um observável  $B_1$ , incompatível com  $A_1$  (ou seja, cujos operadores associados não comutam), e assim na Lua o estado da partícula nº 2 se reduziria a um autoestado de  $B_2$  (que é incompatível com  $A_2$ ). Agora, veja bem: pela hipótese da *localidade*, nada que eu faça na Terra pode afetar instantaneamente (ou a uma velocidade maior do que a da luz) a *realidade* na Lua. Mas como eu posso medir tanto  $A_1$  quanto  $B_1$ , na Terra, então tanto um autoestado de  $A_2$  quanto um de  $B_2$  têm realidade simultânea na Lua, ao contrário do que diria a Mecânica Quântica (pois  $A_2$  e  $B_2$  são incompatíveis). Assim, esta não daria conta de todos os detalhes da realidade, e portanto seria *incompleta*.

Eis, em poucas palavras, o argumento de EPR. A seguir iremos examinar com mais cuidado cada uma das hipóteses utilizadas.

---

### EINSTEIN ATTACKS QUANTUM THEORY

---

Scientist and Two Colleagues  
Find It Is Not 'Complete'  
Even Though 'Correct.'

---

SEE FULLER ONE POSSIBLE

---

Believe a Whole Description of  
'the Physical Reality' Can Be  
Provided Eventually.

Figura XIII.1. Manchete no *New York Times* de 4 de maio de 1935.

<sup>117</sup> Rosenfeld, L. (1967), citado em WHEELER & ZUREK, op.cit. (nota 15), p. 142.

<sup>118</sup> EINSTEIN, A; PODOLSKY, B. & ROSEN, N. (1935), “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?”, *Physical Review* 47, 777-80; reproduzido in WHEELER & ZUREK (1983), op.cit. (nota 15), pp. 138-41. Tradução por C.W. Abramo em *Cadernos de História e Filosofia da Ciência* 2 (1981) 90-96; citação da p. 96.

## 2. Completeza e Correção

A primeira condição usada por EPR em seu argumento se refere à *completeza* (ou “completude”) de uma teoria, que representaremos pela letra **C**: “todo elemento da realidade física deve ter uma contrapartida na teoria física”.

Conforme salientam EPR, esta é uma condição *necessária* para a completeza, ou seja, esta condição por si só não garante que a teoria seja de fato completa (não é uma condição suficiente).<sup>119</sup> (Por exemplo, dois elementos distintos da realidade poderiam ter a *mesma* contrapartida em uma teoria física, de forma que a teoria não seria completa, apesar de satisfazer **C**. A condição **C** também permite que a teoria postule entidades inexistentes).

Uma teoria falsa poderia satisfazer **C**, mas EPR não estão interessados neste caso. Eles aceitam que o formalismo da Mecânica Quântica é correto, ou seja, suas afirmações são verdadeiras. Em especial, aceitam a validade do postulado da projeção **PP**, mesmo quando há duas partículas envolvidas.

## 3. Elementos de Realidade

O argumento de EPR procura mostrar que existe um elemento de realidade que não tem contrapartida na teoria. O que seria um “elemento de realidade”? A famosa definição de EPR (p. 91) é a seguinte:

**R**: “Se, sem de modo algum perturbar um sistema, pudermos prever com certeza (ou seja, com probabilidade igual à unidade) o valor de uma quantidade física, então existe um elemento de realidade física correspondente a essa quantidade física.”

Esta *condição de elemento de realidade* pode ser refinada, segundo sugestão do filósofo da física inglês Michael REDHEAD, em sua excelente análise do argumento de EPR.<sup>120</sup> Ele (p. 72) sugere a seguinte modificação:

**R'**: “Se pudermos prever com certeza, ou de qualquer maneira com probabilidade um, o resultado da medição de uma quantidade física no instante  $t$ , então no instante  $t$  existe um elemento de realidade correspondendo à quantidade física e tendo um valor igual ao resultado previsto para a medição.”

Além de explicitar o instante do tempo no qual um valor existiria, Redhead modifica a condição original de EPR ao omitir a frase “sem de modo algum perturbar um sistema”. A vantagem é que a frase omitida incorpora implicitamente a condição de localidade (que veremos a seguir) dentro de **R**, sendo melhor separar as diferentes condições sendo utilizadas. Note-se também que a reformulação de Redhead é mais geral, pois mesmo em situações em que ocorrem distúrbios pode-se definir um elemento de realidade.

A condição que estamos examinando não diz que todos os elementos de realidade possuem valores previsíveis. Diz apenas que se os valores forem previsíveis, então deve existir um elemento de realidade que explique isto. EPR (pp. 90-1) salientam que essa condição é apenas *suficiente*, e que “para nossos propósitos, porém, não é necessária uma definição abrangente de realidade”.

Esta condição suficiente de elemento de realidade **R'** não faz quase nenhuma suposição sobre a natureza da realidade, podendo ser aceita mesmo por uma visão instrumentalista da Mecânica Quântica. Dado um observável que é medido, se um autoestado correspondendo a

<sup>119</sup> Se  $X$  é uma condição *necessária* para  $Y$ , então  $Y$  implica  $X$ . Se  $X$  for uma condição *suficiente* para  $Y$ , então  $X$  implica  $Y$ .

<sup>120</sup> REDHEAD, M. (1987), *Incompleteness, Non-Locality and Realism*, Clarendon, Oxford; ver pp. 71-81.

este observável puder ser preparado, então tal estado corresponde por definição a um “elemento de realidade”, ou, em outras palavras, a uma “propriedade”.

#### 4. Localidade

O *princípio de localidade LOC* afirma que “elementos de realidade concernentes a um sistema não podem ser afetados por medições realizadas ‘à distância’ em um outro sistema” (REDHEAD, p. 75). Pela expressão “à distância” podem-se entender duas coisas.

De acordo com a *localidade de Bell*, a expressão “à distância” significa a ausência de qualquer influência causal reconhecida pelas teorias físicas atuais. Por exemplo, esta condição de localidade é satisfeita para duas regiões que estão tão distantes uma da outra que qualquer interação (gravitacional, eletromagnética, forte, fraca) entre elas é desprezível.

De acordo com a *localidade de Einstein*, dois eventos espaço-temporais estão “à distância” se eles estão separados espacialmente (“*space-like*”). Em outras palavras, de acordo com qualquer referencial de movimento, um raio de luz emitido por um dos eventos não pode atingir a posição do outro evento no instante em que ocorre o outro evento, ou em um instante anterior a este.

A localidade de Einstein é uma condição *mais restritiva* do que a de Bell.<sup>121</sup> No contexto do arranjo de EPR, um elemento de realidade não pode ser afetado por uma medição realizada à distância. A localidade de Bell proíbe até que o arranjo estático no qual se encontra um aparelho de medição afete o estado de uma partícula distante, já que tal influência não é prevista pelas teorias aceitas. No entanto, tal situação não é proibida pela localidade de Einstein. Esta só seria violada se uma mudança na aparelhagem afetasse o sistema distante em um intervalo de tempo menor do que o permitido pela Teoria da Relatividade.

#### 5. O Estado Correlacionado usado por EPR

O arranjo de EPR envolve *duas* partículas que estão “correlacionadas” (interagiram no passado) mas não estão mais interagindo. Einstein et al. supuseram que as partículas nº 1 e 2 tinham seus momentos  $p_{x1}$  e  $p_{x2}$  correlacionados, de tal forma que (suprimindo o subscrito  $x$ , para facilitar)  $p_1 + p_2 = 0$  (conservação de momento), e tinham também suas posições  $x_1$  e  $x_2$  correlacionadas, de tal forma que  $x_1 - x_2 = \ell$ .

O estado “emaranhado” por eles descrito é uma superposição de todas as situações em que  $x_1 - x_2 = \ell$ :

$$|\Psi_{\text{EPR}}\rangle = \int |x\rangle_1 |x - \ell\rangle_2 dx \quad , \quad (\text{XIII.1})$$

<sup>121</sup> Para mostrar isso, basta dar um exemplo de uma situação que satisfaça a localidade de Bell mas não a de Einstein. Considere uma possível explicação *corpuscular* para o interferômetro de Mach-Zehnder (seção II.3) que segue a sugestão de Landé para o experimento das duas fendas (seção I.5). Segundo esta explicação, após o fóton passar pelo primeiro espelho semi-refletor  $S_1$ , uma informação seria transmitida para o espelho  $S_2$ , a uma velocidade  $c/\sqrt{2}$ , de forma que se o fóton rumar pelo caminho  $A$ , o espelho  $S_2$  reflete o fóton, e se o ele rumar pelo caminho  $B$ , o espelho  $S_2$  transmite o fóton. Pois bem: não se conhece nenhum mecanismo físico que possa intermediar esta estranha transmissão de informação. Assim, podemos considerar que o espelho  $S_2$  não é afetado pelo que acontece em  $S_1$ , *satisfazendo* a localidade de Bell. No entanto, se o mecanismo proposto existisse, ele não violaria o princípio relativístico de que uma frente de onda não pode se propagar a uma velocidade maior do que a da luz. Assim, o espelho  $S_2$  não está isolado de efeitos subluminosos possíveis provindos de  $S_1$ , e por isso o sistema *não* *satisfaz* a localidade de Einstein.

onde  $|x\rangle_1$  é o autoestado da partícula nº 1 com posição bem definida  $x$ , etc. EPR mostram que este estado pode ser reescrito na base de momentos como (ver REDHEAD, p. 79):

$$|\Psi_{\text{EPR}}\rangle = \int |p\rangle_1 | -p\rangle_2 e^{-ip} dp \quad , \quad (\text{XIII.2})$$

que é justamente uma superposição de estados que satisfazem  $p_1 + p_2 = 0$ .

Uma realização experimental deste estado foi proposta por Bohr, em sua resposta a EPR. Considere um diafragma contendo duas fendas finas paralelas (na direção  $y$ ) separadas por uma distância  $\ell$ . Imagine agora duas partículas incidindo (com a mesma direção e sentido  $+z$ ) perpendicularmente ao diafragma, com cada pacote de onda associado atravessando uma das fendas (Fig. XIII.2). Os momentos iniciais das partículas e do diafragma são conhecidos, sendo iguais a 0. Suponha que o diafragma esteja suspenso por uma mola, de maneira que seja possível medir o momento vertical  $p_x$  (na direção  $x$ ) do diafragma (por meio do efeito Doppler, por exemplo, seção VIII.2), enquanto que sua posição  $x$  fica indeterminada. O sistema desejado é preparado quando o momento  $p_x$  transferido ao diafragma pelas duas partículas é zero.

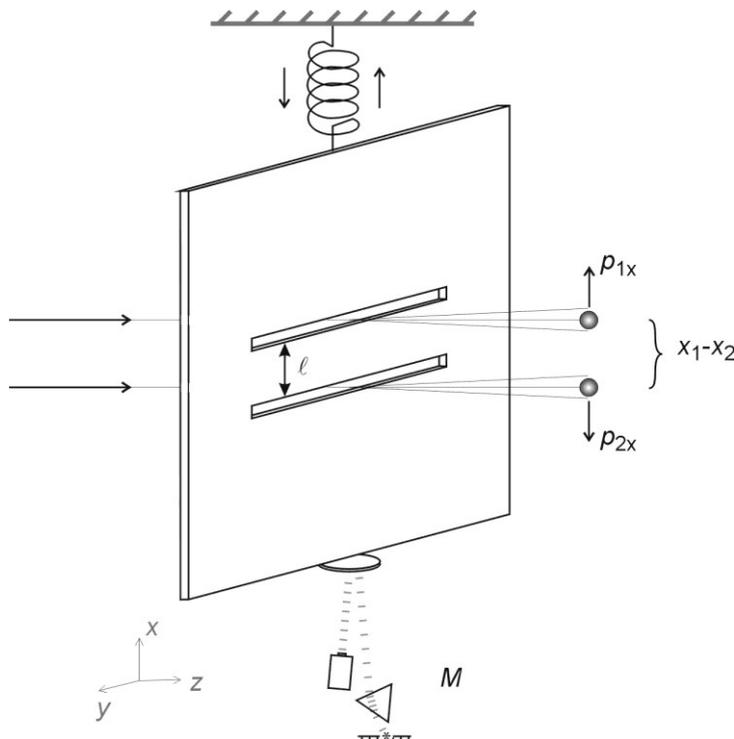


Figura XIII.2: Preparação do estado emaranhado de EPR

Neste caso, sabe-se que a soma dos momentos das duas partículas é zero,  $p_{1x} + p_{2x} = 0$ , mas nada se sabe sobre os momentos individuais. Imediatamente após a passagem das partículas, sabe-se que estão separadas pela distância  $x_1 - x_2 = \ell$  entre as fendas, mas não é possível determinar a posição individual de cada partícula porque a posição do diafragma é indeterminada, como vimos acima. Prepara-se desta maneira o estado emaranhado de EPR.<sup>122</sup>

<sup>122</sup> Ver maiores detalhes em REDHEAD, M. (1981), "Experimental Tests of the Sum Rule", *Philosophy of Science* 48: 50-64.

## 6. O Argumento: Redução Não-Local mais a Hipótese de Localidade

Voltemos agora ao estado da eq.(XIII.1). Está claro que a partícula nº 1, por exemplo, não possui posição bem definida, mas se fizermos uma medição e obtivermos um valor específico  $x'$ , então automaticamente ocorrerá uma redução do estado  $|\Psi_{\text{EPR}}\rangle$  para o estado  $|x'\rangle_1|x'-\ell\rangle_2$ , e a posição da partícula nº 2 será  $x'-\ell$ . Tal processo é claramente não-local, pelo menos no nível dos estados.

Analogamente, se escolhermos medir o momento da partícula nº 1, e obtivermos um valor  $p'$ , ocorrerá uma redução do estado  $|\Psi_{\text{EPR}}\rangle$  para  $|p'\rangle_1|-p'\rangle_2 e^{-ip'\ell}$ , e o valor do momento da partícula nº 2 será  $-p'$ .

Utilizemos agora a hipótese da localidade **LOC**, que diz que qualquer medição que eu escolha fazer na partícula nº 1 não poderá afetar a partícula nº 2 em um tempo menor do que  $\ell/c$  (localidade de Einstein). Se no instante  $t_0$  eu medisse a *posição* da partícula nº 1, é possível prever (por exemplo no instante  $t_0 + \ell/2c$ ) com certeza o valor da posição da partícula nº 2, de forma que neste instante, de acordo com **R** ou **R'**, há um elemento de realidade correspondendo à posição da partícula nº 2. De forma análoga, se no instante  $t_0$  eu medisse o *momento* da partícula nº 1, é possível prever (no instante  $t_0 + \ell/2c$ ) com certeza o valor do momento da partícula nº 2, de forma que neste instante há um elemento de realidade correspondendo ao momento da partícula nº 2.

Agora, estes dois elementos de realidade que poderíamos constatar que existem no instante  $t_0 + \ell/2c$  não podem ter sido criados pela medição que eu escolhi fazer, por causa justamente da hipótese de localidade **LOC**. Ora, a Mecânica Quântica não possui nenhuma regra que estipule que observáveis incompatíveis tenham simultaneamente valores bem definidos, mas acabamos de argumentar que tal situação de fato ocorre. Logo, existe um elemento da realidade que não tem contrapartida na Teoria Quântica, violando **C**, a condição necessária para a completeza. Assim, a Teoria Quântica seria *incompleta*.

## 7. Contrafactuais e o Esquema do Argumento

Mencionamos algumas hipóteses utilizadas por EPR, mas resta salientarmos o uso que foi feito de “contrafactuais”. Em instante algum EPR consideram uma medição de fato. Seu argumento envolve apenas a *possibilidade* de realizar uma medição (ou melhor, duas) e obter um resultado bem definido para a partícula nº 1 e, conseqüentemente, fixar um elemento de realidade para a partícula nº 2. Nosso bom senso considera muito razoável que possamos falar de tais resultados e propriedades *contrafactuais*, ou seja, que não ocorreram (mas que são possíveis). Mas no mundo da Mecânica Quântica mesmo as suposições mais naturais devem ficar sob suspeita! Talvez o uso feito por EPR de um cenário contrafactual seja a origem do paradoxo. Chamemos então de **CF** ao uso do argumento contrafactual.

Modificando um pouco a análise de Redhead, podemos exprimir logicamente a estrutura do argumento de EPR. Aceita-se o formalismo da Mecânica Quântica **MQ**, e especificamente o postulado da projeção **PP** para duas partículas correlacionadas, com seu caráter (formalmente) não-local. Aceita-se também a hipótese de localidade **LOC** (seção XIII.4), assim como a concepção de realidade muito pouco restritiva associada a **R'**, e o uso de um cenário contrafactual **CF**. A partir destas hipóteses, conclui-se que a Teoria Quântica não satisfaz a condição de completeza **C** (seção XIII.2). Esquemáticamente, temos ( $\neg$  é o sinal de negação, e  $\Rightarrow$  o de implicação lógica):

$$\text{MQ (incluindo PP), LOC, R', CF} \Rightarrow \neg \text{C(MQ)} . \quad (\text{XIII.3})$$

A expressão  $\neg C(\text{MQ})$  deve ser lida como “a Mecânica Quântica não satisfaz a completeza”.

Este é “paradoxo de EPR”. Aceitando a condição suficiente de elemento de realidade (**R'**) e o uso de contrafactuais (**CF**), chegamos ao que Redhead chamou de *dilema de EPR*: se o formalismo da Mecânica Quântica for considerado correto, então é preciso abandonar ou a condição de localidade **LOC**, ou a crença de que a Mecânica Quântica seja completa (ou os dois):

$$\text{MQ (incluindo PP)} \Rightarrow \neg C(\text{MQ}) \text{ ou } \neg \text{LOC} . \quad (\text{XIII.4})$$

## 8. As Respostas de Bohr e de Pauli

Cinco meses após o artigo de EPR, Bohr publicou sua resposta.<sup>123</sup> Argumentou que a conclusão de EPR não era justificada por causa de uma “ambiguidade” em seu critério de elemento de realidade **R**. EPR utilizaram a cláusula “sem perturbar em nenhuma maneira um sistema”, mas Bohr considerou que a escolha em se medir  $x_1$  ou  $p_{1,x}$  constituía uma influência nas próprias condições que definem o “fenômeno”, já que arranjos experimentais diferentes teriam que ser usados.

Tal argumento em sua essência já havia sido antecipado por EPR (p. 96): “De fato, nossa conclusão não seria alcançada se insistíssemos em que duas ou mais quantidades físicas só poderiam ser encaradas como elementos simultâneos de realidade *quando pudessem ser simultaneamente medidas ou previstas.*”

Na verdade, o que Bohr rejeitou no argumento de EPR não foi a condição de elemento de realidade **R'**, mas sim a cláusula de não-distúrbio presente no enunciado original **R**. Um pouco de reflexão mostra que Redhead está certo em dizer que o que Bohr acabou rejeitando foi a própria noção de localidade **LOC**. Isso, porém, ele não fez de maneira explícita, mas sim elaborando a noção de totalidade de um fenômeno. Citemos Bohr:

“[...] o critério [de elemento de realidade **R**] contém uma ambiguidade com relação ao significado da expressão ‘sem de maneira nenhuma provocar um distúrbio no sistema’. É claro que não se coloca a questão, em um caso como o considerado, de um distúrbio mecânico no sistema considerado, durante o derradeiro estágio crítico do procedimento de medição. Mas mesmo neste estágio há essencialmente a questão de *uma influência nas próprias condições que definem os tipos possíveis de previsões relativas ao comportamento futuro do sistema*” (BOHR, [1935] 1983, p. 148).

Ao descartar um “distúrbio mecânico”, Bohr parece aceitar o princípio de localidade **LOC**, mas logo em seguida ele afirma que a própria “definição” do sistema composto de duas partículas depende da escolha feita pelo experimentador com relação a uma das partículas, o que é uma maneira de reafirmar o caráter *não-local* da Mecânica Quântica.

Hoje em dia, muitos consideram a resposta de Bohr insatisfatória, conforme pode ser visto, por exemplo, em uma análise feita por John Bell.<sup>124</sup> No entanto, alguns autores<sup>125</sup> reconstróem a posição de Bohr como sendo a de uma aceitação da *localidade* e uma rejeição da

<sup>123</sup> BOHR, N. (1935), “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?”, *Physical Review* 48: 696-702; reproduzido in WHEELER & ZUREK (1983), op.cit. (nota 15), pp. 145-51. Tradução de C.W. Abramo em: *Cadernos de História e Filosofia da Ciência* 2 (1981) 97-106. Ver também o relato apresentado no famoso artigo de revisão de BOHR ([1949] 1995), op. cit. (nota 15), pp. 72-6.

<sup>124</sup> BELL, J.S. (1981): “Bertlmann’s Socks and the Nature of Reality”, *Journal de Physique*, Colloque C2, suppl. au numéro 3, tome 42, pp. C2 41-61. Reproduzido em BELL (1987), *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge U. Press, pp. 139-58.

<sup>125</sup> HOWARD, D. (1989): “Holism, Separability, and the Metaphysical Implications of the Bell Experiments”, em CUSHING, J.T. & MCMULLIN, E. (orgs.): *Philosophical Consequences of Quantum Theory*, U. Notre Dame Press, pp. 224-53.

*separabilidade* (ver seção XIV.5, a seguir), distinção esta que fará mais sentido quando considerarmos o teorema de Bell para teorias de variáveis ocultas estocásticas.

Uma resposta um pouco diferente foi dada por Pauli, vários anos depois.<sup>126</sup> Ele salientou que o estado quântico deve ser interpretado de maneira *epistêmica* (seção V.5, item 4), como um instrumento matemático para se fazerem previsões, e não como uma entidade real. Assim, o fato de a redução de estado ser não-local não violaria a condição de *localidade*, esta sim valendo na realidade.

Notemos também que a montagem básica do experimento de EPR já havia sido elaborada por von Weizsäcker (1931), com o microscópio de raios  $\gamma$ , que serviria para medir tanto a posição quanto o momento de um elétron (a partícula correlacionada ao elétron seria o fóton de raio  $\gamma$ ) (seção X.5). No entanto, tal experimento não foi visto como um desafio à Física Quântica, mas sim como revelador do papel importante desempenhado pelo sujeito.

Veremos no Cap. XV como a problemática levantada por EPR foi desenvolvida com a descoberta da desigualdade de Bell.

## 9. O Dilema de EPR segundo as Diferentes Interpretações

Como é que as diferentes interpretações apresentadas neste curso encaram o dilema imposto por EPR (eq. XIII.4)?

(1) *Interpretação Ondulatória*. Vimos desde a seção III.1 que esta visão concebe que ocorram colapsos instantâneos, que violam a condição de localidade. Assim, o dilema é resolvido rejeitando-se **LOC** e aceitando que a Mecânica Quântica seja completa.

(2) *Interpretação dos Coletivos Estatísticos*. Esta visão parte da justamente da ideia de que o estado quântico é uma descrição *incompleta* do objeto quântico, representando um coletivo (ensemble) associado ao procedimento de preparação (ver seção V.5). Assim, o argumento de EPR se encaixa perfeitamente nesta interpretação. O dilema é resolvido da maneira sugerida por Einstein e colegas: aceitando-se **LOC** e rejeitando **C(MQ)**.

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Ao apresentarmos esta visão nos primeiros capítulos, vimos que para sistemas de uma partícula não é necessário invocar efeitos não-locais. O teorema de Bell, no entanto, impõe uma restrição de não-localidade para uma larga classe de teorias realistas, incluindo aí o dualismo realista de Bohm. Bohm percebeu claramente que sua interpretação era não-local. Na montagem de EPR, uma medição na partícula nº 1 afeta instantaneamente o potencial quântico (ou seja, a onda) associado à partícula nº 2, apesar de não afetar instantaneamente a posição desta partícula. Em suma, o dilema é resolvido pela teoria de variáveis ocultas de Bohm rejeitando-se tanto **LOC** quanto **C(MQ)**.

(4) *Interpretação da Complementaridade*. Conforme visto na seção anterior, esta interpretação dualista antirrealista não aceita o dilema de EPR. Tanto **LOC** quanto **C(MQ)** deveriam ser mantidos. Segundo a nossa análise da seção anterior, a saída de Bohr foi distinguir duas versões de **LOC**, uma que seria mantida, a localidade, e outra que precisaria ser rejeitada, a separabilidade (examinaremos mais a fundo esta distinção nos capítulos seguintes). Outra saída possível, dentro do espírito antirrealista, seria rejeitar o uso que foi feito de contrafactuais (**CF**), dado que os cenários contrafactuais são, por definição, inobserváveis. Restaria estabelecer claramente em que situações o uso de contrafactuais é justificado, e em que situações ele não é.

(5) *Interpretação Instrumentalista*. Esta abordagem pode ser articulada a partir da posição de Pauli, exposta na seção anterior, de uma interpretação epistêmica do estado quântico. Uma versão instrumentalista de **LOC** é mantida, e a noção de que a MQ é completa tende a ser

<sup>126</sup> PAULI, W. (1948): “Editorial”, *Dialectica* 2, 307-11.

aceita. Rejeita-se o uso de contrafactuais, e mesmo a versão do princípio de incerteza usado por EPR é criticado (ver seção X.2, item 3).

## EXPLORANDO O ARGUMENTO DE EPR

### 1. O que é o Spin?

Desde a Teoria Quântica Velha, explica-se a existência de linhas espectrais discretas através da quantização da energia e do momento angular. Stern & Gerlach (1921) comprovaram que a medição do momento angular de átomos resulta em componentes espacialmente quantizados (seção VII.1). No entanto, para explicar certos dubletos espectroscópicos, Uhlenbeck & Goudsmit (1925) introduziram a ideia de que os elétrons teriam um momento angular intrínseco (e não somente devido à sua revolução em torno do núcleo), que chamaram de *spin*. Isso exprime a ideia intuitiva de que os elétrons seriam minúsculos imãs. Pauli (1926) incorporou a ideia do spin ao formalismo da Mecânica Quântica, representando os operadores associados ao spin através de matrizes. Em 1928, Dirac derivou o spin em sua equação de onda relativística, levando à noção de que o spin seria uma propriedade essencialmente relativística. Esta conclusão foi questionada a partir da década de 1960, quando o spin foi derivado também para a relatividade galileana (por contraste à relatividade einsteiniana).<sup>127</sup>

Como as diferentes interpretações encaram o spin?

(1) *Interpretação Ondulatória*. Na Teoria Eletromagnética Clássica, ao se calcular o momento magnético de uma distribuição de cargas no vácuo, obtém-se um termo antissimétrico que independe da presença de cargas e pode ser interpretado como o spin do campo.<sup>128</sup> Isso seria a base para uma interpretação puramente ondulatória do spin em sistemas quânticos.

(2) *Interpretação Corpuscular*. Uhlenbeck & Goudsmit mostraram que o spin não poderia ser pensado como surgindo da rotação de um elétron esférico em torno de seu eixo. No entanto, existem diversos modelos corpusculares alternativos que conseguem derivar o spin, como aquele que postula que o elétron se propaga descrevendo uma trajetória helicoidal.<sup>129</sup>

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Na seção VII.4 concluímos que, nesta visão, o spin não deveria ser considerado uma propriedade interna do corpúsculo, mas sim da onda (do campo), ou da relação entre onda e partícula. Bohm & Hiley também atribuíram o spin ao campo.<sup>130</sup>

(4) (5) *Interpretação da Complementaridade e Instrumentalista*. Os fundadores da interpretação ortodoxa estavam satisfeitos em não atribuir uma contrapartida ontológica aos operadores de spin.

Vale mencionar também que muita atenção tem sido dada a uma *representação algébrica* do spin. Mário Schönberg (1940) foi um dos precursores desta abordagem. O spin seria descrito a partir de uma “álgebra de Clifford”, tendo a propriedade de antissimetria. A questão da ontologia – ou seja, a questão sobre que entidade seria antissimétrica: a matéria, o

---

<sup>127</sup> Ver LÉVY-LEBLOND, J.-M. (1974), “The Pedagogical Role and Epistemological Significance of Group Theory in Quantum Mechanics”, *Rivista del Nuovo Cimento* 4, 99-143.

<sup>128</sup> OHANIAN (1986), op. cit. (nota 55).

<sup>129</sup> BARUT, A.O. & ZANGHÌ, N. (1984), “Classical Model of the Dirac Electron”, *Physical Review Letters* 52, 2009-12.

<sup>130</sup> BOHM, D. & HILEY, B.J. (1983), “Relativistic Phase Space arising out of the Dirac Algebra”, in van der Merwe, A. (org.), *Old and New Questions in Physics, Cosmology, Philosophy and Theoretical Biology*, Plenum, New York, pp. 67-76.

espaço? – é em geral deixada aberta. No entanto, Bohm & Hiley, citados acima, chegaram a postular que esta antissimetria estaria em um “pré-espaço”, uma ordem que estaria “por trás” do espaço-tempo!

## 2. Simetria $4\pi$ dos Spins Semi-inteiros

É costume representar o estado de uma partícula com spin  $\frac{1}{2}$  (ou seja,  $\hbar/2$ ) através de uma flechinha, da mesma maneira que se faz com o momento angular (ver por exemplo a Fig. VII.2). Esta representação é aceitável para partículas de spin  $\frac{1}{2}$ , mas não para valores maiores (1,  $3/2$ , 2, etc.). Esta correspondência biunívoca entre os estados de spin  $\frac{1}{2}$  e as direções no espaço tridimensional pode, no entanto, enganar nossa intuição.

O que acontece se pegarmos uma partícula de spin  $\frac{1}{2}$  e a girarmos em  $360^\circ$  ( $2\pi$  radianos) em torno de um eixo passando por seu centro e perpendicular à direção do spin? Ora, esperaríamos que ela retornasse a seu estado inicial, como faria qualquer objeto macroscópico. No entanto, não é bem isto que acontece!

Examinemos o que acontece a um estado  $|\sigma_{+z}\rangle$  sujeito a essas rotações no espaço físico, acompanhando as transformações descritas no espaço de Hilbert (Fig. XIV.1). Após uma primeira rotação de  $\pi$  radianos *no espaço físico*,  $|\sigma_{+z}\rangle$  passa para o estado  $|\sigma_{-z}\rangle$ , o que corresponde a uma rotação de  $\pi/2$  *no espaço de Hilbert*. Após mais uma rotação de  $\pi$  no espaço físico, vê-se na figura que  $|\sigma_{-z}\rangle$  passa para o estado  $-|\sigma_{+z}\rangle$ , um estado que difere do inicial por uma sinal  $-1$ . A rotação de  $2\pi$  leva assim de volta ao estado inicial, mas com uma mudança de fase (de sinal) no estado. É necessário mais uma rotação completa de  $2\pi$  para retornar exatamente ao estado inicial. Como a rotação total no espaço físico corresponde a  $4\pi$  radianos ( $720^\circ$ ), esta simetria de sistemas de spin  $\frac{1}{2}$  (ou meio-inteiros em geral) é chamada de *simetria  $4\pi$* .

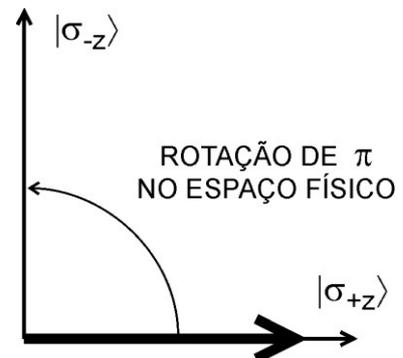


Figura XIV.1. Rotação de spin  $\frac{1}{2}$  no espaço de Hilbert de 2 dimensões.

Um comentarista assim colocou a situação: “Esta característica da Mecânica Quântica pode parecer à primeira vista paradoxal. Quando um objeto ordinário faz uma rotação completa no espaço, ele retorna ao mesmo estado do qual partiu. [...] Este fato está tão profundamente enraizado em nossa experiência cotidiana que, apesar da teoria de spins de nêutrons ter agora em torno de 50 anos, antes de 1967 até a maioria dos físicos pensava que uma rotação de 360 graus não poderia ter consequências diretamente mensuráveis.”<sup>131</sup> Veremos tais consequências na seção seguinte.

Para finalizar esta seção, citemos Feynman com relação à conexão íntima entre a simetria  $4\pi$  de partículas de spin  $\frac{1}{2}$  e a propriedade de antissimetria na troca de dois férmions  $A$  e  $B$ : “O efeito na função de onda de uma troca de duas partículas é o mesmo que o efeito da rotação do referencial de uma delas por  $360^\circ$  relativa ao referencial da outra. E por que isso deveria ser verdade? Ora, simplesmente porque tal troca implica exatamente tal rotação relativa de referencial!

<sup>131</sup> BERNSTEIN, H.J. & PHILLIPS, A.V. (1985), “Fiber Bundles and Quantum Theory”, *Scientific American* 245(1): 95-109; citação da p. 99.

Nós já notamos que se  $A$  e  $B$  são trocados (por caminhos sem intersecção exata),  $A$  acha  $B$  indo em sua volta numa rotação de  $180^\circ$ , e  $B$  vê  $A$  indo em sua volta também por  $180^\circ$  no mesmo sentido; uma rotação mútua de  $360^\circ$ . [...]

Já que troca implica tal rotação de um objeto em relação a outro, há todos os motivos para esperar o fator de fase  $(-1)$  ocasionado por tal rotação para a troca de objetos de spin semi-inteiro.”<sup>132</sup>

### 3. Estados de Spin Anticorrelacionados

Em seu importante livro-texto de 1951, David Bohm<sup>133</sup> considerou um arranjo no qual os estados de spin das partículas estão correlacionados, sendo que o spin total é zero. Para partículas de spin  $\frac{1}{2}$ , este estado de “singlete”  $|\Psi_S\rangle$  é representado da seguinte maneira:

$$|\Psi_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\sigma_{+z}\rangle_1 |\sigma_{-z}\rangle_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} |\sigma_{-z}\rangle_1 |\sigma_{+z}\rangle_2. \quad (\text{XIV.1})$$

O estado individual  $|\sigma_{\pm z}\rangle_1$  da partícula nº 1 é um autoestado do operador  $\hat{\sigma}_z$  da componente de spin na direção  $z$ , com autovalores  $\pm 1$ . O operador  $\hat{\sigma}$  difere do operador de spin usual  $\hat{S}$  apenas por uma constante multiplicativa, para simplificar seu autovalor:  $\hat{\sigma} = (2/\hbar) \hat{S}$ . Uma medição para uma das partículas, sem que a outra tenha sido medida, terá probabilidade  $\frac{1}{2}$  de fornecer cada um dos autovalores.

Na Fig. XIV.2, representamos um sistema de partículas com spins correlacionados. Uma medição de  $\hat{\sigma}_z$  pode ser feita por meio de um aparelho de Stern-Gerlach para cada partícula. Supomos que apenas um par de partículas correlacionadas é emitido de uma fonte (ver seção II.3 para um exemplo de tal fonte). Se uma medição de  $\hat{\sigma}_z$  para a partícula nº 1 (que podemos representar pelo operador  $\hat{\sigma}_z \otimes \hat{I}$ , ou simplesmente  $\sigma_{1z}$ ) fornecer o autovalor  $+1$ , teremos que o estado descrito na eq.(XIV.1) é reduzido para o seguinte estado final  $|\Psi_F\rangle$ :

$$|\Psi_F\rangle = |\sigma_{+z}\rangle_1 \otimes |\sigma_{-z}\rangle_2. \quad (\text{XIV.2})$$

Para este estado, uma medição de  $\hat{\sigma}_z$  para a partícula nº 2 (ou seja, de  $\hat{I} \otimes \hat{\sigma}_z$ , ou  $\hat{\sigma}_{2z}$ ) necessariamente fornece o autovalor  $-1$ . Em suma, a obtenção de um resultado  $+1$  na medição para uma das partículas garante que a medição para a outra partícula é  $-1$ . Elas estão *anticorrelacionadas*.

<sup>132</sup> FEYNMAN, R.P. (1987), “The Reason for Antiparticles”, in FEYNMAN, R.P. & WEINBERG, S., *Elementary Particles and the Laws of Physics*, Cambridge U. Press, pp. 1-59. Ver pp. 56-9.

<sup>133</sup> BOHM, D. (1951), op.cit. (nota 23), pp. 611-23. Estas seções do livro de Bohm estão reproduzidas in WHEELER AND ZUREK, op.cit. (nota 13), pp. 356-68.

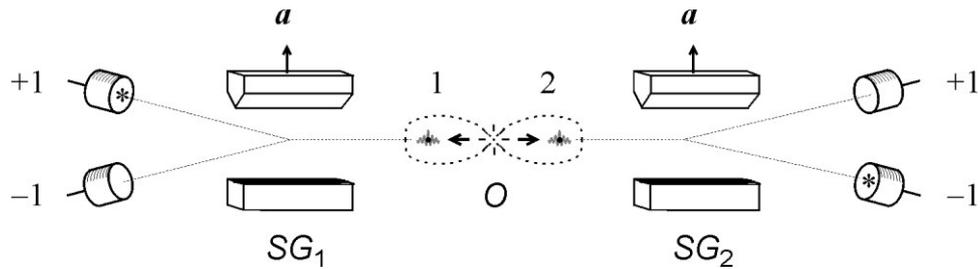


Figura XIV.2: Estado de singleto de duas partículas de spin  $\frac{1}{2}$ .

#### 4. Simetria Rotacional

Vamos agora supor que montamos os aparelhos de Stern-Gerlach para medir a componente de spin na direção  $x$ , ao invés de  $z$ . Para encontrar as probabilidades de diferentes resultados e as correlações envolvidas, devemos exprimir os  $|\sigma_{\pm z}\rangle$  em termos dos autoestados  $|\sigma_{\pm x}\rangle$ :

$$\begin{aligned} |\sigma_{+z}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{+x}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{-x}\rangle, \\ |\sigma_{-z}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{+x}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{-x}\rangle. \end{aligned} \quad (\text{XIV.3})$$

Substituindo na eq.(XIV.1), para cada partícula, obtemos:

$$|\Psi_S\rangle = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{+x}\rangle_1 |\sigma_{-x}\rangle_2 - \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{-x}\rangle_1 |\sigma_{+x}\rangle_2\right). \quad (\text{XIV.4})$$

Esta equação tem exatamente a mesma forma da eq.(XIV.1), a menos de uma fase global (que não afeta as probabilidades de detecção)! De fato, esta forma permanece a mesma para qualquer componente de spin que se meça. Qualquer que seja a direção  $\vec{a}$  na qual cada aparelho de Stern-Gerlach é orientado, cada resultado individual terá probabilidade  $\frac{1}{2}$ , e os resultados para as duas partículas estarão anticorrelacionados. Por isso, diz-se que este estado tem a propriedade de *simetria* ou *invariância rotacional*. Se o sinal “-” do estado de singleto fosse mudado para um sinal “+”, perder-se-ia esta simetria rotacional (BOHM, 1951, pp. 615-8).

Esta propriedade de simetria rotacional não pode existir para um sistema de duas partículas com momentos angulares *individuais*, como ocorre na Física Clássica de Partículas. Um tal estado pode exibir anticorrelação perfeita no eixo  $z$ , mas neste caso não poderá exibir antissimetria perfeita também no eixo  $x$ . Esta simetria rotacional pode ser considerada uma propriedade ondulatória de um sistema emaranhado de dois quanta, mas tal propriedade não existe na Física Ondulatória Clássica.

#### 5. Não-Separabilidade

O estado de singleto descrito acima tem a característica de *não-separabilidade*: não se pode atribuir um estado puro para uma das partículas, apenas para o par de partículas. Não podemos dizer que a partícula nº 1 está em um certo estado ou possui uma certa propriedade, só podemos dizer que o *par* tem certas propriedades. Schrödinger<sup>134</sup> cunhou o termo *entanglement* para esta situação, que traduz-se por “emaranhamento” ou “entrelaçamento”.

<sup>134</sup> SCHRÖDINGER, E. (1935), op.cit. (nota 77), pp. 161-2.

Separabilidade e localidade não são sinônimos. A *localidade* é usualmente associada à inexistência de influência (entre dois sistemas) que se propaguem mais rápido do que a luz. *Separabilidade* significa que cada sistema tem propriedades independentes do outro.<sup>135</sup>

Formalmente, um estado emaranhado se exprime por meio de um vetor de estado composto que *não é fatorável*, ou seja, não pode ser representado por um produto de estados individuais (apenas por uma soma de produtos, como a eq.XIV.2).

## 6. Argumento da Incompleteza com Spins

Vamos agora rever o argumento de EPR utilizando a montagem sugerida por Bohm, envolvendo um par de partículas que têm seus estados de spin correlacionados (eq. XIV.2). Para facilitar a discussão, introduziremos a seguinte notação (usada por Redhead): o *valor de um observável* é denotado por colchetes “[” e “]”. Por exemplo, o valor do componente de spin na direção  $z$  da partícula nº 1 é denotado por  $[\hat{\sigma}_{1z}]$ . Este valor pode existir (constituindo uma “propriedade” ou “elemento de realidade”) ou não. Segundo uma interpretação de variáveis ocultas (que em geral postula a existência de corpúsculos), tais valores possuídos sempre existem; já para uma interpretação ondulatória, uma partícula não correlacionada só possui um valor  $[\hat{\sigma}_{1z}]$  quando estiver no autoestado correspondente  $|\sigma_z\rangle_1$ .

Na Fig. XIV.3, mostra-se a montagem experimental do argumento de EPR para spins. Um par de partículas correlacionadas é emitida de  $O$ . No lado esquerdo da montagem, o cientista tem a escolha de medir  $\hat{\sigma}_{1z}$  ou  $\hat{\sigma}_{1x}$  por meio de um aparelho de Stern-Gerlach seguido por dois detectores. Uma espira giradora de spin  $E$  pode ser acionada ou não: se ela não for acionada, mede-se o componente de spin na direção  $z$ ; se ela for acionada, acaba-se medindo o componente na direção  $x$ .

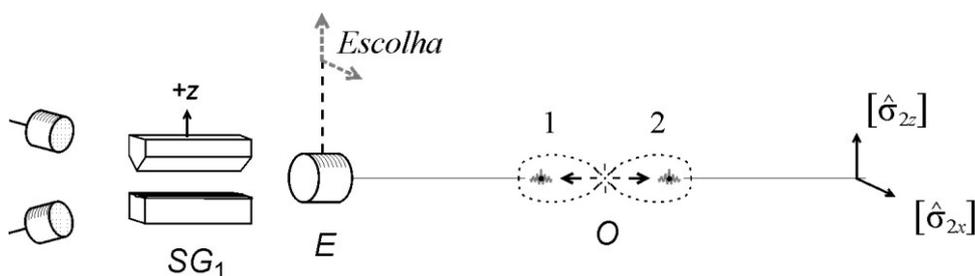


Figura XIV.3: Versão com spins do argumento original de EPR.

O argumento é análogo ao visto na seção XIII.6. No instante  $t_1$ , o cientista poderia medir  $\hat{\sigma}_{1z}$ , e neste caso existiria no instante  $t_1$  o elemento de realidade  $[\hat{\sigma}_{2z}]$  para a partícula nº 2 (cujo valor será o oposto do valor medido para a partícula nº 1). Ou o cientista poderia escolher medir  $\hat{\sigma}_{1x}$ , em cujo caso passaria a existir no instante  $t_1$  o elemento de realidade  $[\hat{\sigma}_{2x}]$ . Ora, pelo princípio de localidade **LOC**, a escolha feita pelo cientista não pode afetar instantaneamente (ou a uma velocidade maior do que a da luz) os valores possuídos pela

<sup>135</sup> D'ESPAGNAT, B. (1976), *Conceptual Foundations of Quantum Mechanics*, 2ª edição, Benjamin, Reading (MA), p. 112, porém, parece utilizar esses termos como sinônimos. Comparar com REDHEAD (1987), op.cit. (nota 120), p. 107, e com a p. 10 de CUSHING, J.T. (1989): “A Background Essay”, in CUSHING & MCMULLIN, op.cit. (nota 105), pp. 1-24. Ver também, em português, a discussão em: PATY, M. (1995), *A Matéria Roubada*, EDUSP, São Paulo, pp. 169-86 (orig. em francês: 1988).

partícula nº 2. Assim,  $[\hat{\sigma}_{2z}]$  e  $[\hat{\sigma}_{2x}]$  coexistiriam simultaneamente no instante  $t_1$ , o que não é previsto pelo formalismo da Mecânica Quântica. Logo, esta seria incompleta.

## 7. Um Argumento Errôneo: Medições Simultâneas

Não é raro o aluno conceber o argumento de EPR da seguinte maneira (considerando o caso dos spins). Num certo instante efetua-se uma medição de  $\hat{\sigma}_{1z}$  para a partícula nº 1, o que fornece o valor  $[\hat{\sigma}_{2z}]$  para a partícula nº 2 (Fig. XIV.4). Simultaneamente, mede-se diretamente na partícula nº 2 um observável incompatível com  $\hat{\sigma}_{2z}$ , digamos  $\hat{\sigma}_{2x}$ , e obtém-se o valor  $[\hat{\sigma}_{2x}]$ . Ter-se-iam assim valores simultâneos  $[\hat{\sigma}_{2z}]$  e  $[\hat{\sigma}_{2x}]$ , o que violaria o princípio de incerteza, mostrando que a Mecânica Quântica seria incompleta.

Um pouco de reflexão mostra que este argumento é errôneo. Ele pressupõe que a medição feita na partícula nº 2 “revela” um valor  $[\hat{\sigma}_{2x}]$  pré-existente (conforme defendem, com dificuldade, as interpretações corpusculares, ver seção VIII.3). Mas de acordo com o formalismo da Mecânica Quântica (ou a interpretação ondulatória, por exemplo), este elemento de realidade só passa a existir após a medição de  $\hat{\sigma}_{2x}$ . Se a outra medição, de  $\hat{\sigma}_{1z}$ , fosse realizada milésimos de segundos antes da medição de  $\hat{\sigma}_{2x}$ , constituindo o elemento de realidade  $[\hat{\sigma}_{2z}]$ , diríamos que a medição de  $\hat{\sigma}_{2x}$  introduz um distúrbio no autoestado correspondente a  $\hat{\sigma}_{2z}$ , provocando um novo colapso. Se as partículas não forem absorvidas pelos detectores, ao final teríamos os elementos de realidade  $[\hat{\sigma}_{1z}]$  e  $[\hat{\sigma}_{2x}]$ , e nenhum paradoxo!

Apesar de esta versão do argumento de EPR não funcionar (a condição de localidade, inclusive, não entrou no argumento), a montagem experimental é um exemplo muito interessante de *medição simultânea de grandezas incompatíveis*. É fácil verificar que a estatística de resultados deste experimento de duas partículas independe da ordem em que as medições são feitas.

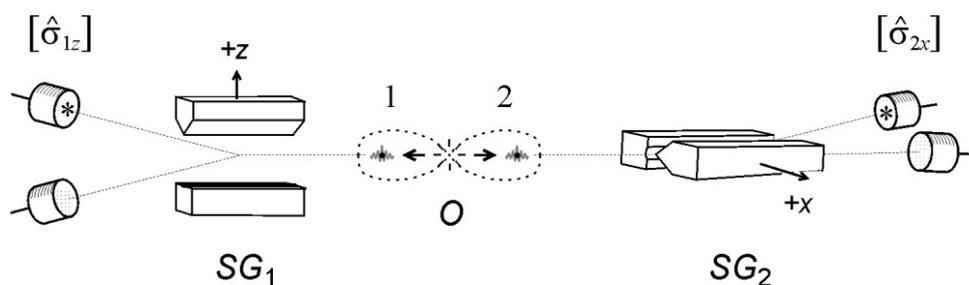


Figura XIV.4: Versão incorreta do argumento de EPR, envolvendo medições simultâneas.

## 8. Interferômetro de Mach-Zehnder para Duas Partículas Correlacionadas

Apresentaremos agora um efeito bastante interessante, envolvendo dois quanta emaranhados, que consiste no interferômetro de Mach-Zehnder para dois fótons correlacionados.

Um par de fótons do espectro visível, emitidos no mesmo instante, pode ser gerado ao incidir um feixe ultravioleta em um cristal de KDP, um processo conhecido como “conversão

paramétrica descendente” (ver seção II.3). A Fig. XIV.5 representa este processo, cuja única diferença em relação ao interferômetro de Mach-Zehnder usual é a presença de *dois* fótons, um rumando pelo caminho *A* e outro por *B*.

O que acontece neste experimento? A probabilidade de um fóton chegar em  $D_1$  continua sendo 0, como no interferômetro para *um* fóton?

Para descrever este experimento, devemos escrever o estado da luz de maneira simetrizada, onde uma defasagem  $\phi$  é introduzida no caminho *A* após a passagem do pulso pelo defasador *H*:

$$|\Psi(t_1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{i\phi} |\psi_1\rangle_A \cdot |\psi_2\rangle_B + |\psi_1\rangle_B \cdot e^{i\phi} |\psi_2\rangle_A \right). \quad (\text{XIV.5})$$

Esta expressão pode ser interpretada como uma superposição de dois estados: (i) o fóton 1 segue o caminho *A* e o fóton 2 segue o caminho *B*; (ii) o fóton 1 segue por *B* e o fóton 2 por *A*.

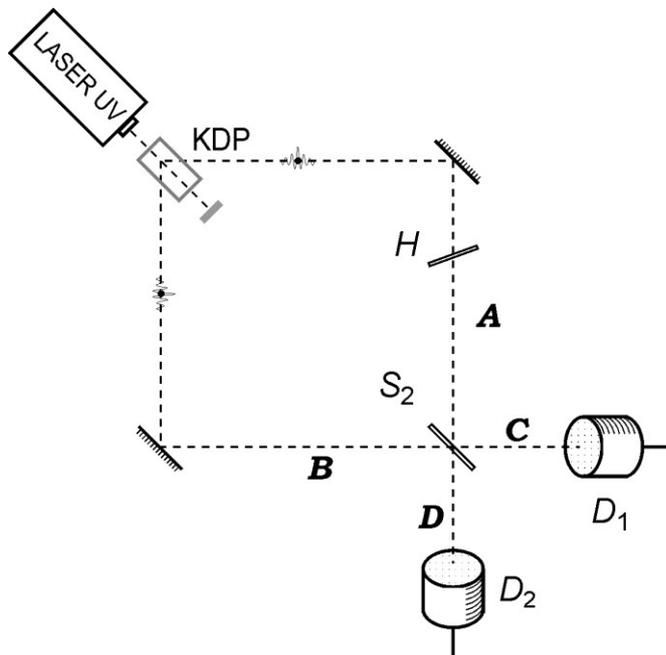


Fig. XIV.5. Interferômetro de Mach-Zehnder para duas partículas correlacionadas.

Consideremos agora o que acontece após a passagem de cada amplitude pelo semi-espelho  $S_2$ . A amplitude que rumo por *A* se divide em dois componentes, sendo que a reflexão introduz uma fase adicional  $i$  (seção II.1). Um processo análogo ocorre com o componente *B*:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_A &\xrightarrow{\hat{U}(t_2, t_1)} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi\rangle_D + i|\psi\rangle_C) \\ |\psi\rangle_B &\xrightarrow{\hat{U}(t_2, t_1)} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi\rangle_C + i|\psi\rangle_D) \end{aligned} \quad (\text{XIV.6})$$

Usando as eqs. (XIV.5) e (XIV.6), exprimimos da seguinte maneira o estado no instante  $t_2$ , após a passagem por  $S_2$  mas antes da detecção:

$$\begin{aligned}
|\Psi(t_2)\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}} e^{i\phi} (|\psi_1\rangle_D + i|\psi_1\rangle_C) (|\psi_2\rangle_C + i|\psi_2\rangle_D) + e^{i\phi} (|\psi_1\rangle_C + i|\psi_1\rangle_D) (|\psi_2\rangle_D + i|\psi_2\rangle_C) = \\
&= \frac{e^{i\phi}}{2\sqrt{2}} (|\psi_1\rangle_D |\psi_2\rangle_C + i|\psi_1\rangle_D |\psi_2\rangle_D + i|\psi_1\rangle_C |\psi_2\rangle_C - |\psi_1\rangle_C |\psi_2\rangle_D + |\psi_1\rangle_C |\psi_2\rangle_D \\
&\quad + i|\psi_1\rangle_C |\psi_2\rangle_C + i|\psi_1\rangle_D |\psi_2\rangle_D - |\psi_1\rangle_D |\psi_2\rangle_C)
\end{aligned}$$

Os termos cruzados se cancelam, e o estado final em  $t_2$  é:

$$|\Psi(t_2)\rangle = \frac{ie^{i\phi}}{\sqrt{2}} (|\psi_1\rangle_D |\psi_2\rangle_D + |\psi_1\rangle_C |\psi_2\rangle_C). \quad (\text{XIV.7})$$

Temos assim uma superposição de dois termos, cada um indicando que um *par de fótons* ruma para um dos detectores! Se os detectores forem preparados para fazer contagens em coincidência, nenhuma coincidência será detectada!<sup>136</sup> Tal resultado é realmente surpreendente, e dá uma ideia dos estranhos efeitos que têm sido explorados com interferometria de duas partículas.

Este comportamento dos fótons é expresso dizendo que bósons (como são os fótons) têm comportamento “gregário”, que “gostam de ficar juntos”, o que é também chamado em inglês de “*bunching*” (em oposição ao “*anti-bunching*” dos férmions, como elétrons).

---

<sup>136</sup> Este experimento foi realizado por HONG, C.K.; OU, Z.Y. & MANDEL, L. (1987), *Physical Review Letters* 59: 2044. Agradeço a Luiz Carlos Ryff por me deixar claro a derivação.

## O DUALISMO REALISTA DE DE BROGLIE E BOHM

### 1. O Dualismo de Louis de Broglie

A ideia de que a luz e outras formas de radiação (como o raio X) consistem de partículas juntamente com ondas já havia sido proposta por diferentes autores, mas foi Louis de Broglie quem elaborou a primeira teoria dualista embasada na nova Mecânica Quântica. Em quatro artigos publicados entre novembro de 1924 (quando sua concepção era bastante próxima daquela proposta por Slater no caso da luz) e a primavera de 1927, de Broglie apresentou duas versões de sua teoria.<sup>137</sup>

(i) A versão mais sofisticada foi intitulada *teoria da dupla solução*. De acordo com ela, a equação de Schrödinger apresentaria dois tipos diferentes de soluções: a função de onda  $\psi$  que “fornece apenas informação estatística”, e uma solução envolvendo *singularidades*, que “representa a estrutura discreta da matéria e da radiação” (p. 29, escrito em 1927). A onda  $\psi$  seria “fictícia”, ao passo que a onda de singularidade “descreveria a realidade física” (p. 58, 1953) sem sofrer colapsos (p. 105), e elas estariam ligadas pelo que chamou de “postulado da concordância de fases”, ou seja, em todo ponto do espaço-tempo, ambas teriam a mesma fase. Segundo de Broglie, o princípio da dupla solução pode ser provado para o caso de ausência de campos (partícula livre), mas no caso geral o princípio seria apenas uma hipótese. Assim, considerou esta abordagem como sendo incompleta, e voltou a trabalhar nela na década de 1950.

(ii) A versão mais simples de sua abordagem “admite a existência, enquanto realidades distintas, tanto do ponto material quanto da onda contínua representada pela função  $\psi$ . Concebe-se agora a onda contínua como guiando o movimento da partícula. Trata-se de uma onda-piloto” (p. 52, 1927). A adoção da *teoria da onda piloto* seria uma atitude provisória, na falta de uma justificativa mais completa para as hipóteses introduzidas.

O resultado mais importante destas duas abordagens era a “fórmula de guiamento” que exprimia a velocidade com que a partícula era guiada pela onda. O ponto de partida era a expressão da função de onda como um produto de uma amplitude real  $R(\vec{r}, t)$  e de um fator de fase  $\exp[iS(\vec{r}, t)/\hbar]$ :

$$\psi(\vec{r}, t) = R(\vec{r}, t) e^{iS(\vec{r}, t)/\hbar} . \quad (\text{XV.1})$$

Adotamos aqui a notação usada mais tarde por David Bohm. Dada equação de Schrödinger,

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}, t) , \quad (\text{XV.2})$$

insere-se nela a eq.(XV.1). Obtêm-se duas equações acopladas para  $R$  e  $S$ , uma das quais é análoga à equação de Hamilton-Jacobi da Mecânica Clássica (com um termo a mais, que é o “potencial quântico”). Como, nesta teoria clássica, o momento é dado pelo gradiente da fase,

<sup>137</sup> Todos os trabalhos de de Broglie deste período foram republicados em DE BROGLIE, L. (1953), *La Physique Quantique Restera-t-elle Indéterministe?*, Gauthier-Villars, Paris, no capítulo A (pp. 23-63); as referências no texto se referem a esta coleção de artigos. Ver também JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 33-8, 44-54.

$\vec{p} = \vec{\nabla}S(\vec{r},t)$ , obtém-se imediatamente a fórmula de guiamento, que exprime a velocidade  $\dot{x}$  das partículas guiadas pela onda:

$$\dot{\vec{x}} = (1/m) \vec{\nabla}S(\vec{r},t)|_{\vec{r}=\vec{x}} . \quad (\text{XV.3})$$

O outro postulado fundamental da teoria da onda-piloto original é simplesmente que a densidade de probabilidade  $\rho(\vec{r},t)$  de se encontrar uma partícula em uma dada posição é o quadrado da amplitude  $R(\vec{r},t)$ :

$$\rho(\vec{r},t) = R(\vec{r},t)^2 . \quad (\text{XV.4})$$

Para de Broglie, a função de onda  $\psi(\vec{r},t)$  passou a ter duas funções distintas: ela não só fornece a probabilidade de encontrar a partícula em um dado ponto (eq.XV.4), mas também exerce uma influência sobre esta localização através de uma força de tipo não-clássico, associada ao que viria a ser chamado de *potencial quântico*  $U(\vec{r},t)$ :

$$U(\vec{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R(\vec{r},t)}{R(\vec{r},t)} . \quad (\text{XV.5})$$

Este potencial, que examinaremos na seção XV.3, exprime o guiamento que a onda-piloto exerce sobre a partícula.

Apesar da elegância e visualização fornecida por esta abordagem, de Broglie foi levado a abandonar sua interpretação após uma série de críticas apresentadas por Pauli no Congresso de Solvay de 1927. Eis as principais críticas, nas palavras do próprio DE BROGLIE (pp. 66-7, 1951):

“Primeiramente, quando aplicada a casos particulares, a teoria da onda-piloto nos leva a atribuir ao corpúsculo movimentos pouco verossímeis: assim, em um átomo no estado  $s$ , o elétron estaria imóvel. Além disso, nas franjas de Wiener na vizinhança de um espelho, o corpúsculo poderia possuir velocidades superiores àquela da luz no vácuo. Por fim, Pauli assinalou sérias dificuldades no que concerne a certos problemas de colisão”.

Para entender o problema relacionado com a onda  $s$ , basta dizer que neste caso esfericamente simétrico *a parte espacial da função de onda é uma função apenas de números reais*. Sempre que isto ocorrer a velocidade da partícula é nula, já que a eq.(XV.3) pode ser reescrita como uma “derivada espacial da parte imaginária”:<sup>138</sup>

$$\dot{\vec{x}} = (\hbar/m) \vec{\nabla} \text{Im} \ln \psi(\vec{r},t)|_{\vec{r}=\vec{x}} = (\hbar/m) \text{Im} \frac{\vec{\nabla} \psi(\vec{r},t)}{\psi(\vec{r},t)} |_{\vec{r}=\vec{x}} . \quad (\text{XV.6})$$

As franjas de Wiener correspondem à interferência que ocorre, por exemplo, na reflexão de um feixe de luz que incide normalmente em um espelho (gerando ondas estacionárias no caso

<sup>138</sup> A primeira igualdade foi usada por BELL, J.S. (1980), “De Broglie-Bohm, Delayed-Choice Double-Slit Experiment, and Density Matrix”, *International Journal of Quantum Chemistry* 14: 155-9, republicado in BELL (1987), op. cit. (nota 124), pp. 111-6. A segunda igualdade é a forma usada pelos proponentes da “mecânica bohmiana”: BERNDL, K; DAUMER, M; DÜRR, D.; GOLDSTEIN, S. & ZANGHI, N. (1995): “A Survey of Bohmian Mechanics”, *Il Nuovo Cimento* 110B: 737-50.

monocromático). Neste caso, também, a velocidade dos fótons seria nula,<sup>139</sup> assim como em um poço potencial unidimensional simétrico.

Além destes problemas específicos, um problema mais geral fez de Broglie abandonar a teoria da onda-piloto. Ele concluiu que a função de onda  $\psi$  não corresponde a uma realidade física, pois ela é descrita por meio de números complexos, propaga-se no espaço de configuração (não no espaço físico) e sofre colapsos instantâneos. Assim, não sendo uma realidade física, ela seria somente a representação de uma probabilidade, no sentido clássico (visão epistêmica, seção V.5). Mas neste caso, a teoria da onda-piloto nos distanciaria mais ainda das concepções da Física Clássica, pois teríamos que admitir, segundo de Broglie, que “o movimento de um corpúsculo é determinado por movimentos possíveis que não se realizam” (p. 69, 1951).

## 2. A Teoria de David Bohm

Passados 25 anos de abandono, o dualismo realista de Louis de Broglie seria redescoberto e desenvolvido pelo estadunidense David Bohm.<sup>140</sup> Seu célebre artigo foi publicado em duas partes. A primeira correspondia essencialmente à teoria de de Broglie, e foi só quando ele distribuiu a versão preliminar para colegas de Princeton e para Pauli, é que ele veio a saber das críticas dirigidas em 1927 a de Broglie. Para responder às velhas críticas, Bohm escreveu a segunda parte do artigo, que apresentava uma teoria da medição em conformidade com sua interpretação dualista realista. Enviou os dois artigos para publicação em julho de 1951, vindo trabalhar na USP logo em seguida.

Bohm deixou claro que estava apresentando uma teoria de “variáveis ocultas”, na qual as variáveis ocultas eram a posição e o momento das partículas. Medições em Física Quântica revelam as *posições* pré-existentes das partículas, mas, segundo a sua interpretação, as medições de outros observáveis como o momento não são fidedignas, ou seja, o momento medido em Física Quântica em geral *não* fornece o valor  $\vec{v}S(\vec{r}, t)$  do momento (eq. XV.3).

O grande avanço de Bohm em relação a de Broglie foi o de ter também levado em consideração as variáveis ocultas do aparelho de medição. Esta consideração das variáveis ocultas no contexto experimental (ou seja, no aparelho ou no ambiente), conhecida como “contextualismo”, permitiu a Bohm escapar da prova de insolubilidade de variáveis ocultas de von Neumann. Bohm deixou claro também o caráter não-local de sua teoria, o que veremos ao discutirmos as propriedades do potencial quântico.

Da mesma maneira que de Broglie, Bohm partiu da equação de Schrödinger (eq. XV.2), e escreveu a função de onda na forma polar,  $\psi = R e^{iS/\hbar}$  (eq. XV.1). Separando as partes real e imaginária, obtêm-se as seguintes equações:

<sup>139</sup> Na transcrição do 5º Congresso de Solvay, esta crítica a de Broglie foi feita por Einstein (SOLVAY 1928, op. cit., nota 47, p. 266). A análise das franjas de Wiener segundo o dualismo realista foi apresentada por Dewdney & Hiley (1982); ver HOLLAND, P.R. (1993), *The Quantum Theory of Motion*, Cambridge U. Press, pp. 146-8, 198-201.

<sup>140</sup> BOHM, D. (1952): “A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in terms of ‘Hidden’ Variables, I and II”, *Physical Review* 85, 166-93. Reimpresso em WHEELER & ZUREK (1983), op.cit. (nota 15), pp. 369-96. Para uma apresentação da teoria de Bohm, ver JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 278-96, ou BELINFANTE, F.J. (1973), *A Survey of Hidden-Variables Theories*, Pergamon, Oxford, pp. 89-121. Estudos mais aprofundados são apresentados em dois livros-texto: BOHM, D. & HILEY, B.J. (1993): *The Undivided Universe*, Routledge, Londres, e HOLLAND (1993), op. cit. (nota 139).

$$\text{PARTE REAL:} \quad \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\vec{\nabla}S)^2}{2m} + V + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} = 0 \quad , \quad (\text{XV.7})$$

$$\text{PARTE IMAGINÁRIA:} \quad \frac{\partial R^2}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left( R^2 \frac{\vec{\nabla}S}{m} \right) = 0 \quad . \quad (\text{XV.8})$$

No limite  $\hbar \rightarrow 0$ , a parte real fornece exatamente a equação de Hamilton-Jacobi da Mecânica Clássica!  $S(\vec{r}, t)$  no contexto clássico é chamado de “função principal de Hamilton”. Segundo esta teoria, o momento conjugado é dado por  $\vec{p} = \vec{\nabla}S$ . A parte imaginária também é obtida na Mecânica Estatística Clássica, desde que  $R^2$  seja igual à densidade de probabilidade  $\rho$  (ver eq. XV.4), exprimindo a conservação de densidade de probabilidade.

As eqs.(XV.7 e 8) são equivalentes à eq. de Schrödinger, não envolvendo ainda nenhuma hipótese interpretativa. A nova interpretação surge ao se postular que a função de onda  $\psi$  está associada a um ponto material (uma partícula) de massa  $m$  que se propaga continuamente no espaço seguindo uma trajetória bem definida  $\vec{r}(t)$ , com momento bem definido  $\vec{p}(t)$ , e que  $R(\vec{r}, t)^2$  corresponde à densidade de probabilidade clássica  $\rho(\vec{r}, t)$  de a partícula estar em  $\vec{r}$  no instante  $t$ . É possível interpretar as eqs.(XV.7 e 8) de outra maneira, resultando numa interpretação hidrodinâmica (como fez Erwin Madelung, ainda em 1926).

### 3. O Potencial Quântico

Um exame da eq.(XV.7) mostra que o termo quântico  $-(\hbar^2/2m) \cdot \nabla^2 R/R$  atua como um potencial  $U$  que se adiciona ao potencial clássico  $V$ . Este é exatamente o *potencial quântico* que, na teoria de de Broglie-Bohm, encapsula todo o mistério da Física Quântica:

$$U(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R(\vec{r}, t)}{R(\vec{r}, t)} \quad . \quad (\text{XV.9})$$

A eq.(XV.7) pode ser escrita como uma equação de Newton, na qual o potencial quântico dá origem a uma força de tipo não-clássica:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\vec{\nabla} (V(\vec{r}, t) + U(\vec{r}, t)) \quad . \quad (\text{XV.10})$$

Vemos que o potencial quântico se escreve como um quociente envolvendo a amplitude  $R$  da função de onda. Na verdade,  $U(\vec{r}, t)$  também depende da fase  $S$ , já que  $R$  e  $S$  estão relacionados pela equação de continuidade (eq. XV.8).

Mas a forma como  $U(\vec{r}, t)$  está escrito acima mostra que mesmo quando  $R^2 \equiv |\psi|^2$  se aproxima de zero, por exemplo em regiões de interferência destrutiva no experimento das duas fendas, o quociente  $\nabla^2 R/R$  pode ficar bastante grande, em módulo. Esta violenta variação em  $U$  faz com que a força agindo na partícula seja intensa, de forma que sua velocidade também se torna imensa (em casos ideais em que estritamente  $R=0$ , poderíamos ter velocidades infinitas). Dessa forma, o tempo que a partícula permanece nas regiões de interferência destrutiva é praticamente nulo, e ela nunca é detectada ali. Veremos uma ilustração deste efeito na próxima seção.

Mesmo com a recuperação da noção de “trajetória de partículas”, seria um erro dizer que a teoria de de Broglie-Bohm é um retorno à Mecânica Clássica. Isso porque o potencial quântico tem uma série de propriedades inusitadas, das quais enumeraremos três.

(i) A primeira já foi vista, que é o fato de, em geral,  $U(\vec{r})$  não diminuir com a distância, ao contrário dos potenciais clássicos usuais.

(ii) Mais espantoso do que isso, é o fato de que sempre que ocorre um colapso em  $\psi(\vec{r})$ , durante uma medição por exemplo, pode ocorrer uma alteração “à distância” em  $U(\vec{r})$ . Isso fica claro em experimentos envolvendo duas partículas correlacionadas, como no arranjo de EPR: a medição de um observável para uma partícula afeta instantaneamente o potencial quântico associado à outra partícula. O potencial quântico é *não-local*.

(iii) A terceira propriedade a ser mencionada é que o potencial quântico não possui uma fonte bem definida, ao contrário dos potenciais usuais, que são gerados por massas, cargas etc. Diz-se assim que o potencial quântico tem uma natureza *não-dinâmica*.

Em vista dessas propriedades estranhas, na década de 1990 surgiu uma versão “minimalista” da Mecânica Bohmiana que elimina a noção de potencial quântico e também qualquer referência à teoria de Hamilton-Jacobi. Esta abordagem<sup>141</sup> parte da equação de Schrödinger, postula a existência de partículas e trajetórias, e simplesmente adiciona a fórmula de guiamento (eq. XV.6). Podemos dizer que esta versão é mais antirrealista do que a versão de de Broglie-Bohm.

#### 4. Trajetórias no Experimento das Duas Fendas

A explicação qualitativa para o experimento das duas fendas, vista na seção anterior, foi dada por Bohm em seu artigo de 1952. Uma simulação usando integração numérica foi apresentada por Philipidis et al. em 1979.<sup>142</sup>

Partindo-se da amplitude  $R(\vec{r})$  da função de onda  $\psi(\vec{r})$  para um elétron no experimento das duas fendas, calcula-se o potencial quântico através da eq.(XV.9). Philipidis et al. obtiveram o potencial quântico desenhado na Fig. XV.1 para todos os pontos do plano  $xy$  (a direção  $y$  é a da reta que une os centros das duas fendas, e  $x$  é perpendicular ao plano do anteparo). Ao fundo vêem-se dois pacotes de onda gaussianos que correspondem ao potencial nas fendas. Quando as duas amplitudes se encontram, no centro, o potencial varia bruscamente (no sentido positivo). No plano da frente vislumbram-se vales nos quais o potencial também varia bruscamente (no sentido negativo). Esta variação fica mais clara na Fig. XV.2, que é um corte a uma boa distância das fendas (para fendas pontuais e onda monocromática, o potencial nos vales tenderia a  $-\infty$ ). Nos “patamares” quase horizontais do potencial quântico, as forças são quase nulas.

<sup>141</sup> Bell introduziu esta postura, e físicos matemáticos de Munique e de Rutgers têm exercido bastante influência. Ver as referências da nota 118. O renascimento da Mecânica Bohmiana, após o falecimento de Bohm, surgiu do cruzamento dos discípulos londrinos de Bohm e discípulos parisienses de de Broglie com essa corrente minimalista. Uma conferência realizada no verão de 1995 em Bielefeld, na Alemanha, marcou este renascimento. Ver CUSHING, J.T.; FINE, A. & GOLDSTEIN, S. (1996), *Bohmian Mechanics and Quantum Theory: An Appraisal*, Boston Studies in the Philosophy of Science 184, Kluwer, Dordrecht.

<sup>142</sup> PHILIPIDIS, C.; DEWDNEY, C. & HILEY, B.J. (1979): “Quantum Interference and the Quantum Potential”, *Il Nuovo Cimento* 52 B, 15-28. Ver também HOLLAND (1993), op. cit. (nota 139), pp. 176-83.

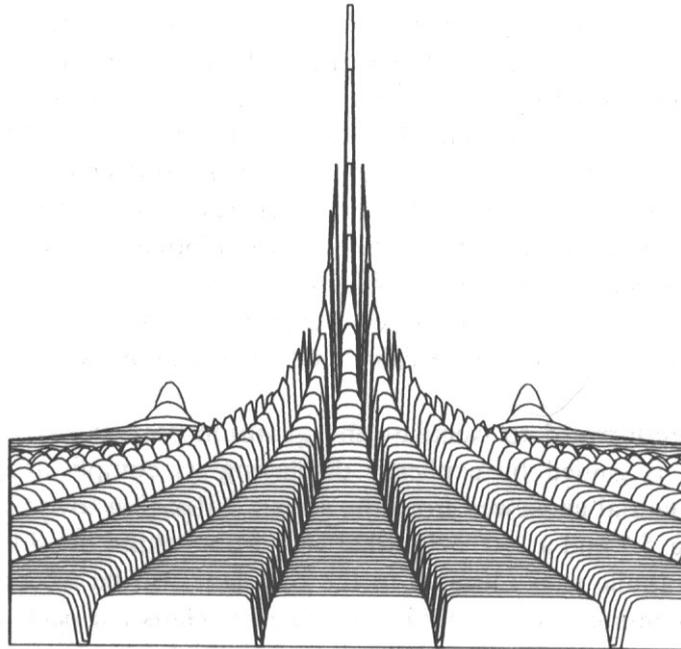


Figura XV.1: O potencial quântico para o experimento das duas fendas, no plano  $xy$ .

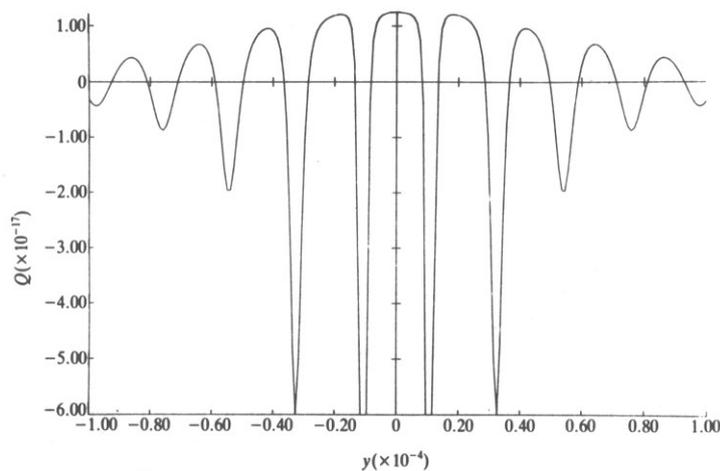


Figura XV.2: Corte da figura anterior a uma certa distância  $x$  do anteparo.

A partir do potencial quântico  $U(x,y)$ , integra-se a equação de Newton (eq. XV.10, com  $V=0$ ) para obter as trajetórias possíveis dos elétrons (Fig. XV.3). Diferentes trajetórias correspondem a condições iniciais diferentes no coletivo representando o estado quântico. A uma distância razoável das fendas nota-se a formação do padrão de interferência, com raias claras (que concentram muitas linhas) e escuras (onde não há linhas). Duas características podem ser destacadas: (i) Algumas poucas trajetórias cruzam as raias escuras, onde nunca são detectadas partículas. Essas regiões correspondem aos vales do potencial quântico da Fig. XV.1, e são atravessadas a velocidades que tendem a infinito (de forma que o tempo de permanência das partículas nestas raias tende a zero). (ii) Na Fig. XV.3, pode-se ver que cada partícula permanece no lado da fenda pela qual passou, pois duas trajetórias não podem se cruzar no mesmo instante. Isso reflete uma propriedade do campo de trajetórias da Mecânica Bohmiana

conhecida como “congruência”: para cada ponto do espaço e para cada instante só passa uma trajetória.<sup>143</sup>

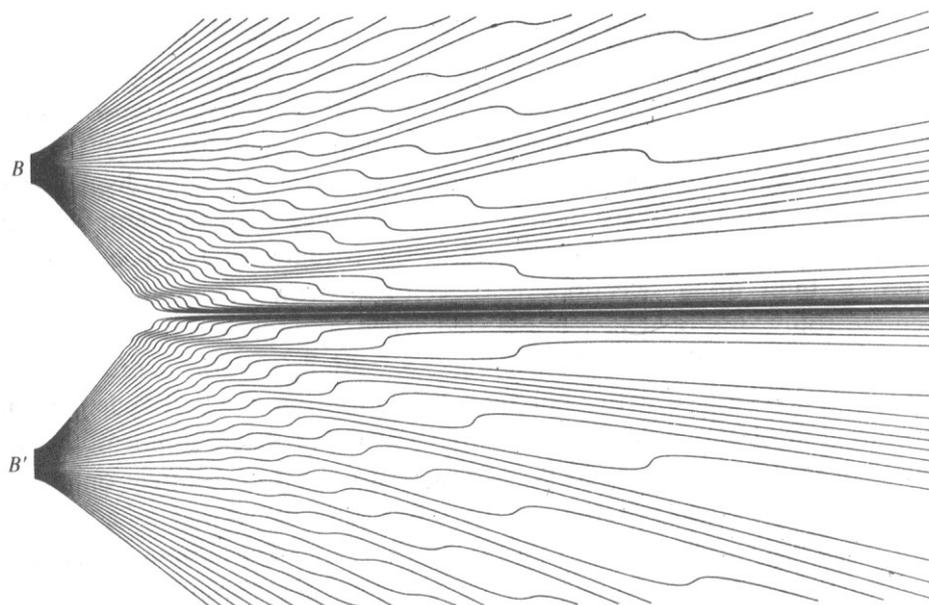


Figura XV.3: Trajetórias para o experimento da dupla fenda segundo a Mecânica Bohmiana.

## 5. O Universo Indiviso

Antes de formular sua interpretação realista causal, David Bohm publicou em 1951 um livro didático intitulado *Teoria Quântica*, que pode ser encarado como uma leitura realista da complementaridade. Bohm partiu da noção de que, antes de uma medição, um objeto quântico não possui propriedades bem definidas, mas consiste de *potencialidades* que se desenvolvem com o passar do tempo. Conforme o tipo de medição efetuado, o objeto pode exibir propriedades corpusculares ou ondulatórias. O que marcou seu distanciamento da interpretação de Bohr e de Heisenberg, neste livro, foi a afirmação realista de que um elétron pode também adquirir um aspecto corpuscular ou ondulatório devido a uma interação com sistemas que não são aparelhos de medição. Por exemplo, se num planeta remoto um elétron passasse por um cristal apropriado, ele se tornaria semelhante a uma onda, mas se ele interagisse com uma partícula localizada, ele passaria a ser semelhante a uma partícula.

Outro traço marcante desta interpretação foi a leitura realista que Bohm deu para a ideia de “totalidade” de Niels Bohr (seção XI.5), que salientava que o objeto quântico (enquanto entidade observada) não pode ser isolado do aparelho de medição (o que na teoria de variáveis ocultas posterior de Bohm resultaria no “contextualismo”). Na leitura realista de Bohm (1951), o que ocorre é que um objeto quântico *não pode ser isolado do resto do universo*: “Na teoria quântica, vimos que nenhuma das propriedades destas ‘partes’ [do universo] podem ser definidas, exceto em interação com outras partes [...] Parece necessário, portanto, abandonar a ideia de que o mundo pode ser corretamente analisado em partes distintas [que trabalham juntas

<sup>143</sup> HOLLAND (1993), op. cit. (nota 139), pp. 85-6. Mais quatro seções sobre o assunto podem ser consultadas no livro *Conceitos de Física Quântica*, vol. 2, cap. XXV.

de acordo com leis causais exatas para formar um todo], e substituir esta ideia pela suposição de que o universo todo é basicamente uma unidade única e indivisível.”<sup>144</sup>

Após trabalhar durante uma década em sua teoria de variáveis ocultas, Bohm tornou-se na década de 60 um tanto quanto crítico com relação a sua teoria de 1952 (ele voltaria a defendê-la posteriormente). Parece correto afirmar que a razão principal da pequena aceitação de sua teoria tenha sido a dificuldade de estendê-la para o domínio relativístico.<sup>145</sup>

A partir de 1970, ele voltou a salientar que o universo é indiviso, desenvolvendo um modelo “holográfico” para tratar da natureza, sem recair na análise de suas partes.<sup>146</sup> Cunhou o termo “ordem implícita” para designar aquela ordem contida, por exemplo, em um holograma, no qual cada ponto contém informação de toda a imagem, e que se torna “explícita” quando o holograma é apropriadamente iluminado. De forma análoga, o mundo quântico é concebido a partir de ondas convergentes (que se dobram) e divergentes (que se desdobram), constituindo um “holomovimento” num espaço de infinitas dimensões.

## 6. Analogia com gotas andadoras

Em 2005, os franceses Yves Couder & Emmanuel Fort faziam experimentos com uma cuba de silicone fluido sobre uma mesa vibrante, observando gotas de silicone soltas sobre o líquido, que ao invés de se unirem ao líquido, ficavam pulando devido a uma fina camada de ar que se interpunha entre os dois. Perceberam então que as ondas circulares, formadas na superfície do silicone devido à queda das gotas, interagem com a gotícula, fazendo a gota se locomover numa ou outra direção, conforme a inclinação da superfície do fluido no ponto de contato da gota com a onda superficial. Explorando o fenômeno, descobriram um comportamento muito semelhante ao de sistemas atômicos e quânticos, lembrando a interpretação da onda piloto de Louis de Broglie.

As Figs. XV.4, 5 e 6 mostram fotografias das gotas andadoras em diferentes situações, incluindo um sistema de duas gotas orbitando em torno de um centro, e difração por uma fenda.<sup>147</sup> Os autores exploraram a analogia com o modelo da onda piloto e realizaram experimentos com uma situação de fenda dupla, concluindo que as gotas se distribuem de acordo com uma franja de interferência de três picos.

No entanto, este resultado não conseguiu ser reproduzido por outros grupos, e passou a ser criticado. No laboratório de John Bush, no MIT, Pucci et al. (2018) fizeram um estudo exaustivo e mostraram que os ângulos de difração são somente três, e que não seguem a distribuição típica de franjas de interferência ópticas ou quânticas (Fig. XV.7). Mesmo assim,

<sup>144</sup> BOHM, D. (1951), op. cit. (nota 29), pp. 139-40. Com relação ao parágrafo anterior, ver p. 133.

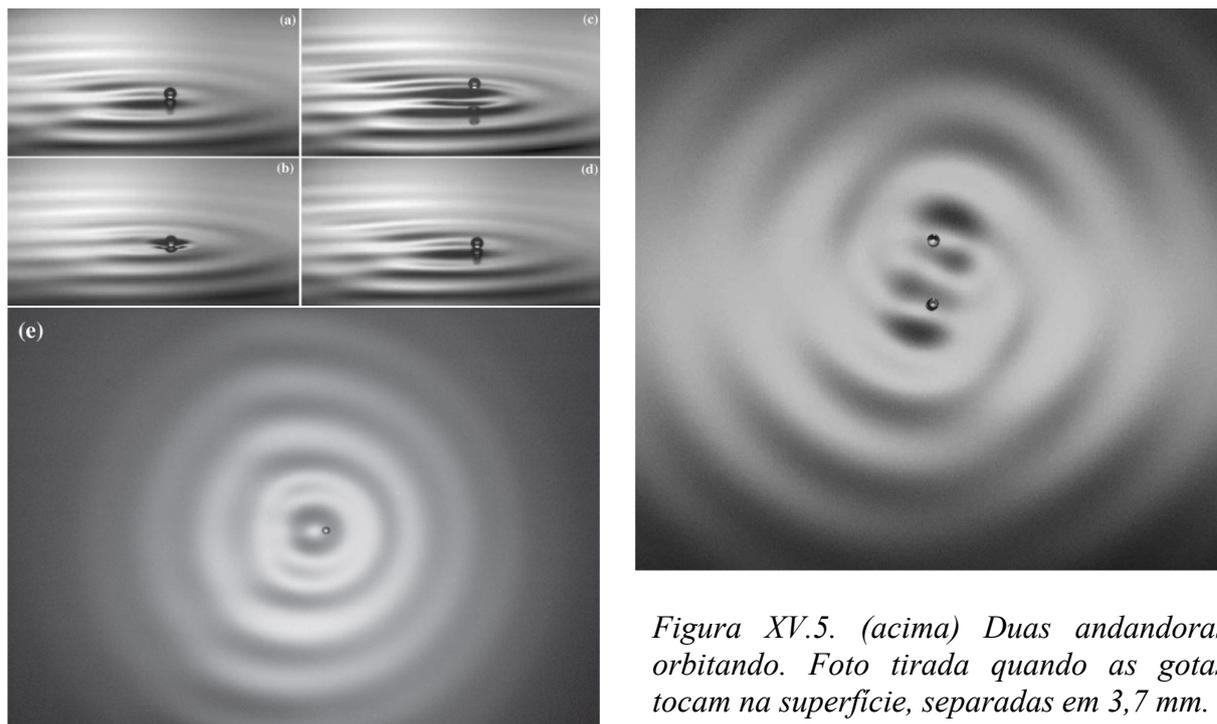
<sup>145</sup> Esta é a tese defendida por OLIVAL FREIRE JR. (1999), *David Bohm e a Controvérsia dos Quanta*, Coleção CLE 27, Campinas, pp. 128-34. Esta visão se contrapõe àquela de James Cushing, por exemplo, que considera que a Mecânica Bohmiana não se tornou hegemônica por motivos ideológicos. Ver: CUSHING, J. (1996), “The Causal Quantum Theory Program”, in CUSHING et al. (1996), op. cit. (nota 121), pp. 1-19. Ver a discussão entre os dois em PESSOA (2000), op. cit. (nota 70), pp. 14-5.

<sup>146</sup> Ver BOHM, D. (1971): “Quantum Theory as an Indication of a New Order in Physics”, in D'ESPAGNAT, B. (org.), *Foundations of Quantum Mechanics* (Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”, course II), Academic, New York, pp.412-69. Reimpresso in *Foundations of Physics I* (1971) 359-81, 3 (1973) 139-68, e traduzido em: BOHM, D. (1992): *A Totalidade e a Ordem Implícida*, Cultrix, São Paulo, pp. 154-227, 282-4 (original do livro: 1980).

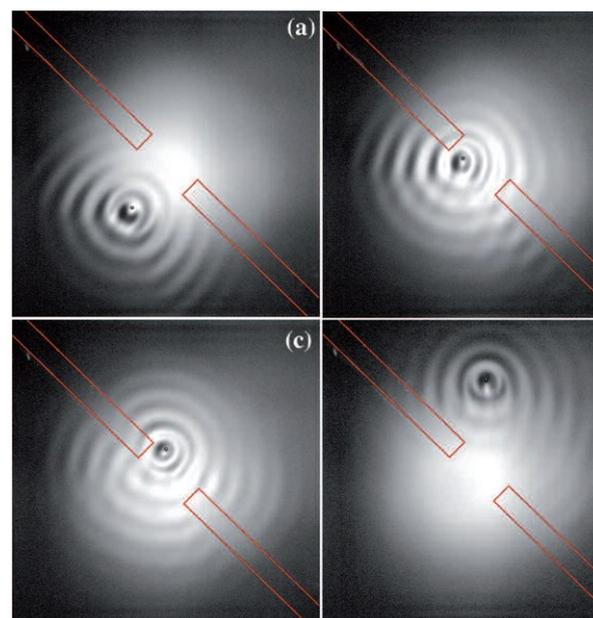
<sup>147</sup> COUDER, Y.; BOUDAUD, A.; PROTIÈRE, S. & FORT, E. (2010), “Walking droplets: a form of wave-particle duality at macroscopic scale?”, *Europhysics News* 41(1): 14-18. PUCCI, G.; HARRIS, D.M.; FARIA, L.M. & BUSH, J.W.M. (2018), “Walking droplets interacting with single and double slits”, *Journal of Fluid Mechanics* 835: 1136-56.

diversos efeitos qualitativamente semelhantes ao de sistemas quânticos foram observados, como a quantização de órbitas no sistema de duas gotas ligadas, uma alteração da distância das órbitas ao se rodar a mesa (semelhante ao efeito Zeeman), tunelamento, e estruturas estáveis para muitas gotas próximas (lembrando cristais ou um curral quântico).

Apesar de a analogia com sistemas quânticos não ser perfeita, é surpreendente a riqueza de efeitos observadas neste sistema hidrodinâmico simples, mas de dinâmica complexa, e o fato de estes efeitos não terem sido inicialmente derivados teoricamente. Essa analogia reacendeu o interesse na teoria da onda piloto, mesmo não havendo uma contrapartida para efeitos de emaranhamento quântico. É curioso que um dos críticos do trabalho de Couder & Fort foi o físico Thomas Bohr, neto de Niels Bohr, que trabalha com mecânica de fluidos.



*Figura XV.4. (acima) (a-d) Quatro fotografias sucessivas de uma gota andadora, visto de lado e (e) visto de cima. As imagens de lado foram tiradas no contato da gota com a encosta da elevação central da onda gerada na colisão precedente. Diâmetro da gota é aproximadamente 0,7 mm.*



*Figura XV.6. (ao lado) Quatro fotografias sucessivas de uma andadora passando por uma fenda. (As Figs. XV.4,5,6 foram tiradas de COUDER et al., 2010.)*

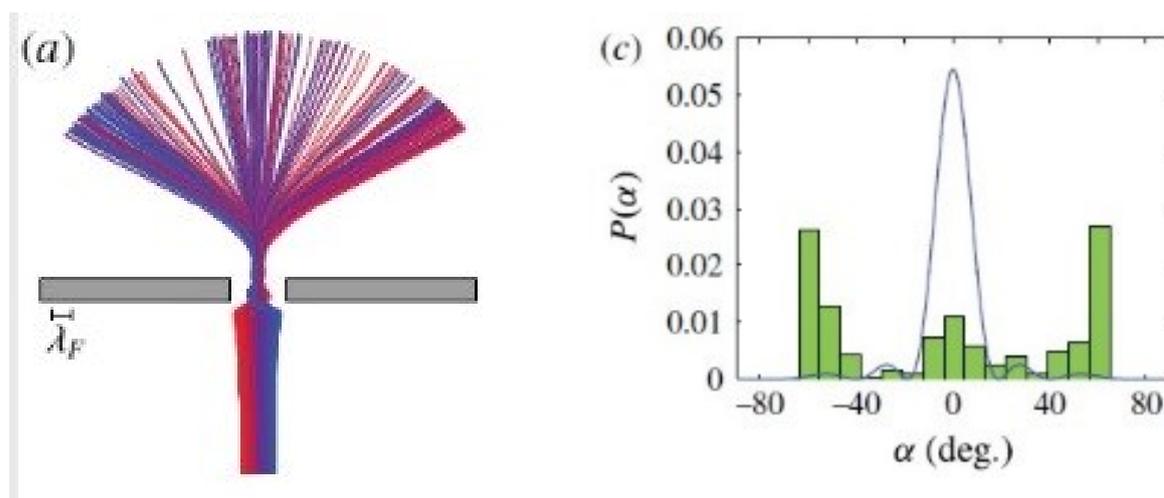


Figura XV.7. Distribuição de ângulos de desvios de uma gota andadora passando por uma fenda simples, para uma determinada escolha de parâmetros. Nota-se que a franja central é menor do que se esperaria em uma difração por ondas eletromagnéticas. (Fonte: Fig. 5 de PUCI et al., 2017)

## A DESIGUALDADE DE BELL

### 1. Origens da Desigualdade

O norte-irlandês John Stuart Bell terminou seu primeiro trabalho sobre os fundamentos da Mecânica Quântica em meados de 1964, uma resenha sobre as diferentes provas de impossibilidade de teorias de variáveis ocultas (TVOs). Este artigo foi enviado para o *Reviews of Modern Physics*, e retornado com alguns comentários do parecerista. Ao enviar a versão final do artigo, este foi erroneamente arquivado, e quando o editor da revista escreveu para Bell, este já havia deixado o SLAC em Stanford e retornado para o CERN, em Genebra. Desta maneira passaram-se dois anos antes de o artigo ser publicado em 1966.

Bell<sup>148</sup> mostrou que a prova de impossibilidade de von Neumann continha uma hipótese muito restrigente, a aditividade de valores médios para quaisquer observáveis. Ele também enfatizou que a contextualidade da TVO de David Bohm a tornava imune à prova de Gleason (e, podemos acrescentar, também à de Kochen-Specker).<sup>149</sup>

Na última seção do trabalho, intitulada “Localidade e Separabilidade”, Bell reescreveu a fórmula de guiamento da teoria de de Broglie-Bohm (eq. XV.6) para um par de partículas com spins correlacionados que incidem cada uma em um aparelho de Stern-Gerlach (como na Fig. XIV.2). As trajetórias de cada partícula são representadas por  $\mathbf{r}_1(t)$  e  $\mathbf{r}_2(t)$ .<sup>150</sup> As fórmulas de guiamento para cada partícula, que podem ser escritas genericamente como  $d\mathbf{r}_1/dt = f_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  e  $d\mathbf{r}_2/dt = f_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ , formam um sistema de equações acopladas que exibem “o traço curioso... [de ter] em geral um caráter flagrantemente não-local” (já que a variação de  $\mathbf{r}_1$  depende instantaneamente do valor de  $\mathbf{r}_2$ , e vice-versa).

Considerou então o que aconteceria se a função de onda  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  fosse inicialmente fatorável:

$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \phi(\mathbf{r}_1) \cdot \chi(\mathbf{r}_2). \quad (\text{XVI.1})$$

Esta *fatorabilidade* exprime a situação em que o estado de uma das partículas não depende do estado de outra partícula, e é uma maneira sucinta de exprimir a separabilidade ou a localidade (seção XIV.5). Bell concluiu que esta fatorabilidade se conservaria com o passar do tempo, sendo que as equações de trajetórias deixariam de estar acopladas. Em geral, porém, a função de onda não é fatorável; a teoria de Bohm apresenta assim “um mecanismo causal explícito por meio do qual a disposição de uma parte do aparelho afeta os resultados obtidos com uma outra parte distante”.

Bell terminou seu artigo lançando um projeto: “No entanto, deve ser salientado que, até onde o presente autor saiba, não existe nenhuma *demonstração* de que *qualquer* explicação da Mecânica Quântica por meio de variável oculta *precise* ter esta característica extraordinária [de não-localidade]. Seria interessante, talvez, procurar alguma ‘prova de impossibilidade’ adicional, substituindo os axiomas arbitrários criticados acima por alguma condição de localidade, ou de separabilidade de sistemas distantes”.

<sup>148</sup> BELL, J.S. (1966), “On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics”, *Reviews of Modern Physics* 38, 447-75, republicado em BELL (1987), op. cit. (nota 124), pp. 1-13. Tradução em português: “Sobre o Problema das Variáveis Ocultas em Mecânica Quântica”, *Cadernos de História e Filosofia da Ciência* (série 3) 2(2) (1992): 243-257.

<sup>149</sup> Ver Cap. XXVI do livro *Conceitos de Física Quântica*, vol. 2.

<sup>150</sup> Neste capítulo e nos seguintes escreveremos vetores  $\vec{r}$  da forma alternativa  $\mathbf{r}$ .

Este projeto seria completado pelo próprio Bell, em 1964. Ele derivou uma *desigualdade* que seria satisfeita por *qualquer teoria de variáveis ocultas que satisfizesse uma condição de localidade* expressa por uma fatorabilidade semelhante à da eq.(XVI.1), desigualdade esta, porém, que seria *violada pela Mecânica Quântica!* Assim, tais teorias seriam incompatíveis com a Mecânica Quântica. Tal prova de incompatibilidade é às vezes chamada de Teorema de Bell.

## 2. Probabilidades e Correlações

Há diferentes versões da desigualdade de Bell, mesmo considerando um mesmo arranjo experimental. Consideremos o arranjo de EPR proposto por Bohm envolvendo duas partículas com spin  $\frac{1}{2}$ , que vimos na seção XIV.3. Suponha que a partícula 1 passe por um analisador de Stern-Gerlach orientado na direção  $\mathbf{a}$  e incida em um detector. Suponha também que a partícula 2 passe por um analisador orientado ao longo de  $\mathbf{b}$  antes de ser detectado (Fig. XVI.1).

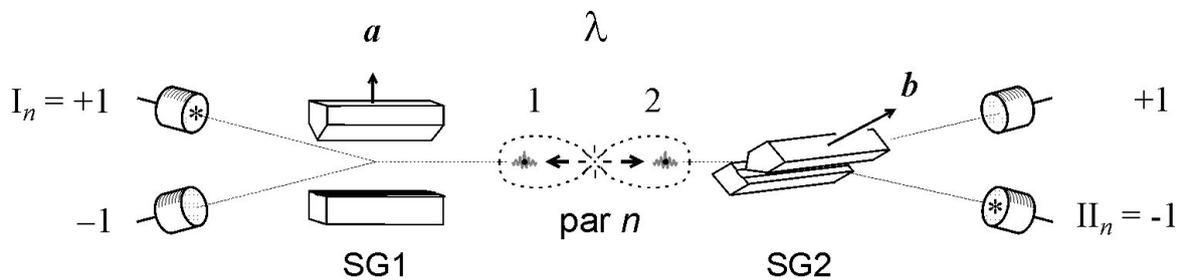


Figura XVI.1. Arranjo experimental com analisadores de Stern-Gerlach para a derivação da desigualdade de Bell.

Consideremos um certo par de partículas que são emitidos simultaneamente. Uma teoria de variáveis ocultas diz que, se conhecêssemos o valor  $\lambda$  das variáveis ocultas, seríamos capaz de prever o resultado do experimento para as duas partículas, qualquer que fosse a orientação  $\mathbf{a}, \mathbf{a}'$ , do analisador (o imã de Stern-Gerlach) da partícula 1, e  $\mathbf{b}, \mathbf{b}'$ , do analisador da partícula 2. Ou seja, seríamos capaz de prever, de antemão, o resultado de quatro experimentos: analisador 1 orientado ao longo de  $\mathbf{a}$ , analisador 2 em  $\mathbf{b}$ ; o primeiro em  $\mathbf{a}$ , e o segundo em  $\mathbf{b}'$ ; o primeiro em  $\mathbf{a}'$ , e o segundo em  $\mathbf{b}$ ; e o primeiro em  $\mathbf{a}'$ , e o segundo em  $\mathbf{b}'$ . Na prática, é claro, só poderíamos realizar um destes arranjos experimentais de cada vez (e de um experimento para outro,  $\lambda$  poderia se modificar).

Ocorre, é claro, que nunca poderíamos conhecer o valor  $\lambda$  das variáveis ocultas (supondo que elas existam). A única maneira de testar uma TVO é comparar suas previsões *médias* com os valores médios previstos pela Mecânica Quântica. Ou seja, impõe-se às TVOs a restrição de que o valor médio de qualquer operador  $\hat{Q}$  (correspondendo ao observável  $Q$ ) no estado  $|\psi\rangle$ , conforme previsto pela Mecânica Quântica, seja igual à média ponderada dos valores possuídos  $[\hat{Q}]^{|\psi\rangle}(\lambda)$  sobre uma função de distribuição  $\rho_\psi(\lambda)$  para as variáveis ocultas. Teríamos:

$$\langle \psi | \hat{Q} | \psi \rangle = \int [\hat{Q}]^{|\psi\rangle}(\lambda) \cdot \rho_\psi(\lambda) \cdot d\lambda \quad . \quad (\text{XVI.2})$$

Assim, as desigualdades de Bell impõem uma restrição sobre os valores médios previstos por TVOs locais para as diferentes orientações dos analisadores 1 e 2.

Pode-se pensar nas desigualdades de Bell como envolvendo limitações nas probabilidades  $p_\psi(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ ,  $p_\psi(\mathbf{a}, \mathbf{b}')$ ,  $p_\psi(\mathbf{a}', \mathbf{b})$ ,  $p_\psi(\mathbf{a}', \mathbf{b}')$ , de contagem de coincidência em dois detectores, para um estado quântico  $|\psi\rangle$ . (Lembremos que probabilidades nada mais são do que valores médios dos operadores de projeção.) Ocorre porém que é mais fácil derivar a maior parte das desigualdades de Bell por meio de outro tipo de grandeza, o coeficiente de correlação  $c_\psi(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ .

O que é o coeficiente de correlação? Começemos com alguns exemplos, para um certo estado  $|\psi\rangle$  envolvendo duas partículas, e para o operador quântico  $\hat{\sigma}_{1a}$ , que corresponde ao componente de spin na direção  $\mathbf{a}$  para a partícula 1, com autovalores  $+1$  (quando a partícula é medida no detector de cima, na Fig. XVI.1) e  $-1$  (medição no detector de baixo), e o operador análogo para a partícula 2:  $\hat{\sigma}_{2b}$ .

(i) Suponha que sempre que o valor medido para  $\hat{\sigma}_{1a}$  for  $+1$ , o resultado para  $\hat{\sigma}_{2b}$  também é  $+1$ . Neste caso, o coeficiente de correlação  $c_\psi(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  é igual a 1.

(ii) Suponha que sempre que o valor de  $\hat{\sigma}_{1a}$  for  $+1$ , o resultado para  $\hat{\sigma}_{2b}$  é  $-1$ . Neste caso,  $c_\psi(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -1$ , e temos uma “anticorrelação perfeita”.

(iii) Suponha que quando o valor medido para  $\hat{\sigma}_{1a}$  for  $+1$ , metade das vezes o resultado para  $\hat{\sigma}_{2b}$  é  $+1$ , metade das vezes é  $-1$ . Neste caso, a medição na segunda partícula nada informa a respeito do resultado da primeira medição: os resultados não possuem nenhuma correlação,  $c_\psi(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$ .

Nos casos (i) e (ii), o coeficiente de correlação é simplesmente o produto dos valores medidos para as duas partículas. No caso (iii) também, desde que se tome a média sobre várias medições de  $\hat{\sigma}_{1a}$  e de  $\hat{\sigma}_{2b}$ . Isso sugere uma generalização: o *coeficiente de correlação*  $c_\psi(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  poderia ser definido como o valor médio do produto dos resultados obtidos nas medições de  $\hat{\sigma}_{1a}$  e  $\hat{\sigma}_{2b}$ , ou seja, como o *valor médio do produto* dos operadores:<sup>151</sup>

$$c_{\Psi_s}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \langle \Psi_s | \hat{\sigma}_{1a} \hat{\sigma}_{2b} | \Psi_s \rangle. \quad (\text{XVI.3})$$

Mostra-se que a relação entre os coeficientes de correlação e as probabilidades conjuntas, *válida para o estado de singlete*  $|\Psi_s\rangle$ :

$$c_{\Psi_s}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 4 p_{\Psi_s}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - 1. \quad (\text{XVI.4})$$

### 3. Cálculo da Correlação no Caso Quântico

Nossa tarefa agora é calcular, segundo a Mecânica Quântica, o valor do coeficiente de correlação para o estado de singlete  $|\Psi_s\rangle$  para quaisquer ângulos  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  (representados por vetores de módulo 1). Uma maneira direta de fazer isso é simplesmente calcular o valor médio de  $\hat{\sigma}_{1a} \hat{\sigma}_{2b}$  para o estado  $|\Psi_s\rangle$ , conforme a eq.(XVI.3), usando a seguinte expressão geral de autoestados de  $\hat{\sigma}_b$  na base de autoestados de  $\hat{\sigma}_a$ , onde  $\theta_{ab}$  é o ângulo entre as direções  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  no espaço físico:

<sup>151</sup> Esta e a relação seguinte são demonstradas no livro original, *Conceitos de Física Quântica*, vol. 2, seção XXVII.2.

$$\begin{aligned}
|\sigma_{+b}\rangle &= \cos(\theta_{ab}/2) \cdot |\sigma_{+a}\rangle + \text{sen}(\theta_{ab}/2) \cdot |\sigma_{-a}\rangle, \\
|\sigma_{-b}\rangle &= -\text{sen}(\theta_{ab}/2) \cdot |\sigma_{+a}\rangle + \cos(\theta_{ab}/2) \cdot |\sigma_{-a}\rangle.
\end{aligned}
\tag{XVI.5}$$

Após duas páginas de contas, chega-se ao resultado desejado. Deixando este caminho como exercício, iremos apresentar uma derivação mais simples, utilizando os resultados da seção anterior.

Qual é a probabilidade conjunta  $p(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  de se medir o operador de spin  $\hat{\sigma}_{1a}$  para a partícula 1 e  $\hat{\sigma}_{2b}$  para a partícula 2 e obter os autovalores +1 nos dois casos? Neste cálculo, utilizaremos a expressão relacionando a probabilidade conjunta  $p(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  e a probabilidade condicional  $p(\mathbf{b}/\mathbf{a})$  de se obter  $\mathbf{b}$  dado  $\mathbf{a}$ :  $p(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = p(\mathbf{a}) \cdot p(\mathbf{b}/\mathbf{a})$ .

Partindo do estado de singleto (eq. XIV.1), que possui invariância rotacional, está claro que ao medirmos  $\hat{\sigma}_{1a}$  temos chances iguais de obter os autovalores +1 e -1. Ou seja,  $p_{\Psi_s}(\mathbf{a}) = 1/2$ . Após esta medição, ocorre uma redução do estado de singleto para o estado  $|\sigma_{+a}\rangle_1 \otimes |\sigma_{-a}\rangle_2$ . Para este estado, qual é a probabilidade de medirmos  $\hat{\sigma}_{2b}$  e obtermos +1?

Pela eq.(XVI.5), se medirmos  $\hat{\sigma}_b$  para o estado  $|\sigma_{+a}\rangle$ , a probabilidade de obter +1 é dada por  $\cos^2(\theta_{ab}/2)$ . Em nosso caso, porém, o estado da partícula 2 é  $|\sigma_{-a}\rangle$ , e portanto a probabilidade em questão torna-se:  $\cos^2[(180^\circ - \theta_{ab})/2] = \text{sen}^2(\theta_{ab}/2)$ .

Multiplicando as duas probabilidades obtidas, obtemos a probabilidade conjunta:

$$p_{\Psi_s}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 1/2 \text{sen}^2(\theta_{ab}/2). \tag{XVI.6}$$

Com isso, usamos a eq.(XVI.4) para determinar o coeficiente de correlação para o estado de singleto, previsto pela Mecânica Quântica:

$$c_{\Psi_s}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -\cos \theta_{ab} = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}. \tag{XVI.7}$$

#### 4. Fatorabilidade e Localidade

Voltemos agora ao trabalho de Bell, e consideremos a descrição dada por TVOs locais para as correlações entre as duas partículas, envolvendo as variáveis ocultas  $\lambda$ . Seja  $I$  o valor possuído pelo observável  $\sigma_{1a}$ , que é o resultado da medição na partícula 1, e  $II$  o valor possuído por  $\sigma_{2b}$ , obtido na medição da partícula 2. O coeficiente de correlação (eq.XVI.3) é a média dos produtos de  $I$  e  $II$ , satisfazendo a restrição fundamental para TVOs (eq.XVI.2):

$$c_{\Psi_s}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int I \cdot II(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \lambda) \rho_{\Psi_s}(\lambda) d\lambda. \tag{XVI.8}$$

Para um dado experimento, o valor do observável  $\sigma_{1a}\sigma_{2b}$ , que é o produto de valores  $I$  e  $II$ , depende de  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  e  $\lambda$ . Esta definição engloba TVOs *não-locais*, para as quais os valores possuídos por uma partícula podem depender instantaneamente de alterações no arranjo

experimental em torno da outra partícula. Bell<sup>152</sup> então impôs a seguinte restrição de *fatorabilidade*:

$$I \cdot II(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \lambda) = I(\mathbf{a}, \lambda) \cdot II(\mathbf{b}, \lambda) . \quad (\text{XVI.9})$$

Fazendo esta substituição na eq.(XVI.8), temos o coeficiente de correlação para uma TVO local.

## 5. A Desigualdade de Bell, versão simplificada

Em setembro de 1964, estudando o paradoxo de EPR, Bell derivou o seu teorema, segundo o qual uma TVO *local* não pode reproduzir todas as previsões da Mecânica Quântica. Seguiremos nesta seção a apresentação simplificada de Redhead.<sup>153</sup>

Consideremos novamente um par de partículas (1 e 2) com spins correlacionados, sendo que cada uma delas incide em um analisador de Stern-Gerlach e são detectadas (Fig. XVI.1). Consideremos duas orientações possíveis para cada um dos medidores de spin, que denotaremos por  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{a}'$ , para a partícula 1, e  $\mathbf{b}$  ou  $\mathbf{b}'$  para a partícula 2. Imaginemos um coletivo de tais pares de partículas e, para o par  $n$ , denotaremos por  $I_n$  o resultado (+1 ou -1) da medição de  $\sigma_{1a}$ ; com definições análogas para  $I'_n$ ,  $II_n$  e  $II'_n$ . Em uma TVO, concebe-se que tais grandezas tenham valores simultaneamente bem definidos.

Para cada par  $n$  define-se uma grandeza  $\gamma_n$ :

$$\begin{aligned} \gamma_n = & I_n(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \lambda) \cdot II_n(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \lambda) + I_n(\mathbf{a}, \mathbf{b}', \lambda) \cdot II'_n(\mathbf{a}, \mathbf{b}', \lambda) + \\ & + I'_n(\mathbf{a}', \mathbf{b}, \lambda) \cdot II_n(\mathbf{a}', \mathbf{b}, \lambda) - I'_n(\mathbf{a}', \mathbf{b}', \lambda) \cdot II'_n(\mathbf{a}', \mathbf{b}', \lambda) . \end{aligned} \quad (\text{XVI.10})$$

Esta expressão contém oito termos (multiplicados dois a dois), sendo que nenhum deles é necessariamente igual. Por exemplo,  $I_n(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \lambda)$  e  $I_n(\mathbf{a}, \mathbf{b}', \lambda)$  têm valores que podem ser diferentes, pois no primeiro caso o resultado  $I_n$  do spin da partícula 1 depende do fato de que o aparelho que interage com a outra partícula (2) está orientado no ângulo  $\mathbf{b}$ , ao passo que no segundo caso o resultado  $I_n$  depende de outro ângulo  $\mathbf{b}'$ . Mas será que o valor de  $I_n$  é afetado instantaneamente pela orientação de um aparelho localizado a uma grande distância? Se supusermos que não, estaremos aceitando a condição de *localidade*.

Para incorporar então a localidade (eq. XVI.9), iremos supor que  $I_n(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \lambda) = I_n(\mathbf{a}, \mathbf{b}', \lambda) \equiv I_n$ , e igualmente para os outros pares, sendo que omitimos referência explícita a  $\lambda$  e ao estado do aparelho que mede o componente de spin. Temos:

$$\gamma_n = I_n \cdot II_n + I_n \cdot II'_n + I'_n \cdot II_n - I'_n \cdot II'_n = \pm 2 . \quad (\text{XVI.11})$$

<sup>152</sup> BELL, J.S. (1964): "On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox", *Physics I*, 195-200. Reproduzido em WHEELER & ZUREK (1983), op.cit. (nota 15), pp. 403-8, e em BELL (1987), op. cit. (nota 124), pp. 14-21.

<sup>153</sup> REDHEAD (1987), op.cit. (nota 120), pp. 82-6. A primeira dessas provas "simplificadas" foi apresentada em 1971 por Henry Stapp. PERES, A. (1993), *Quantum Theory: Concepts and Methods*, Kluwer, Dordrecht, pp. 162-5, também apresenta este tipo de prova. Ver comentários sobre essas provas simplificadas em CUSHING (1989), op. cit. (nota 135). Outras derivações são apresentadas no *Conceitos de Física Quântica*, vol. 2, Cap. XXVIII.

Repetindo: a condição de *localidade* está implícita nesta equação justamente naquilo que Redhead chamou de “*matching condition*”: a igualdade dos dois  $I_n$  que aparecem, dos dois  $II_n$ , dos dois  $I'_n$  e dos dois  $II'_n$ .

Conforme indicado na eq.(XVI.11), os valores possíveis para cada  $\gamma_n$  são apenas +2 ou -2. Para que isso fique claro, escrevamos  $\gamma_n$  como  $I_n \cdot (II_n + II'_n) + I'_n \cdot (II_n - II'_n)$ . Dos dois termos entre parênteses, um sempre se anula (pois os valores de  $II_n, II'_n$  etc. são +1 ou -1), enquanto que o outro tem valor  $\pm 2$ .

Os coeficientes de correlação  $c(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  para  $N$  eventos, que é o valor médio do produto  $I_n \cdot II_n$ , são definidos para cada arranjo experimental da seguinte maneira:

$$c(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n \cdot II_n \quad . \quad (\text{XVI.12})$$

Devido à eq.(XVI.11), a expressão  $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \gamma_n$  terá um valor *entre* -2 e +2, já que ela é uma média de  $\gamma_n$ :

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \gamma_n \right| = |c(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + c(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + c(\mathbf{a}, \mathbf{b}') - c(\mathbf{a}', \mathbf{b}')| \leq 2. \quad (\text{XVI.13})$$

Esta é uma das formas da *desigualdade de Bell*, conhecida como “desigualdade de CHSH”.<sup>154</sup>

## 6. Violação da Desigualdade pela Mecânica Quântica

O problema agora é verificar se a eq.(XVI.13) pode ser violada para coeficientes de correlação definidos pela Mecânica Quântica para o estado de singleto,  $c_{\Psi_s}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -\cos \theta_{ab}$  (eq. XVI.9), para alguma escolha apropriada de  $\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}$  e  $\mathbf{b}'$ . A resposta é sim.

Tomemos o caso em que as quatro direções são coplanares, tal que  $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ ,  $\theta_{ab'} = \theta_{a'b} = \phi$ , e  $\theta_{a'b'} = 2\phi$ , conforme a Fig. XVI.2a. É fácil ver que  $|c(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + c(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + c(\mathbf{a}, \mathbf{b}') - c(\mathbf{a}', \mathbf{b}')|$  torna-se  $F(\phi) = |1 + 2 \cos \phi - \cos 2\phi|$ , e que a desigualdade de Bell é violada ( $F(\phi) > 2$ ) para  $0^\circ < \phi < 90^\circ$ . A Fig. XVI.2b mostra o gráfico de  $F(\phi)$ .

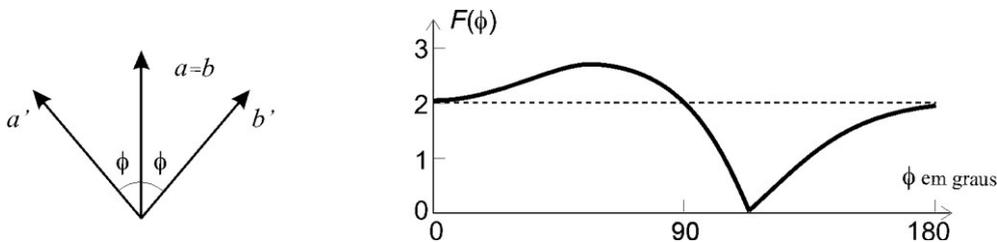


Figura XVI.2. (a) Direções ótimas para violar a desigualdade de Bell.  
(b) Gráfico da função  $F(\phi)$  que viola a desigualdade de Bell.

<sup>154</sup> CLAUSER, J.F.; HORNE, M.A.; SHIMONY, A. & HOLT, R.A. (1969): “Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories”, *Physical Review Letters* 23, 880-884. Reproduzido in WHEELER & ZUREK (1983), *op.cit.* (nota 15), pp. 409-413.

A violação da desigualdade de Bell pela Mecânica Quântica mostra que esta é incompatível com TVOs locais, quer elas sejam contextuais (como a de David Bohm, que inclui variáveis ocultas do aparelho de medição) ou não. A confirmação experimental de que a natureza realmente viola tal desigualdade não tardou por vir, corroborando a Mecânica Quântica.

## 7. Experimentos com Fótons Visíveis

O primeiro experimento para testar a desigualdade de Bell com pares de fótons visíveis foi realizado por Freedman & Clauser (1972) utilizando uma fonte de átomos de cálcio excitados. O resultado obtido foi  $H = 1,20 \pm 0,03$ , concordando com a previsão da Mecânica Quântica, mas violando a chamada “desigualdade de Freedman”, uma adaptação experimental da desigualdade de Bell que impõe  $H \leq 1$ . Outros experimentos se sucederam, sendo que apenas um deles (Holt & Pipkin, 1973) discordou da Mecânica Quântica, provavelmente devido a problemas com o arranjo experimental.<sup>155</sup>

O ponto alto dessa série de experimentos foi realizado em Orsay, na França, pelo grupo do físico Alain Aspect. Em 1981, eles repetiram o experimento de Freedman & Clauser com uma fonte mais forte, obtendo resultados mais precisos. No ano seguinte, eles substituíram os filtros polarizadores por analisadores de dois canais, e puderam testar a desigualdade de CHSH (eq. XVI.13), obtendo um valor de  $2,697 \pm 0,015$ , que supera o valor de 2 da desigualdade e concorda bem com a Mecânica Quântica.

Ainda em 1982, Aspect et al. realizaram uma versão do experimento com polarizadores, na qual a orientação dos polarizadores era modificada *após* o par de fótons ter sido emitido do átomo de cálcio (seguindo assim uma sugestão de Bohm & Aharonov, 1957). Este experimento de escolha demorada foi importante para descartar a possibilidade de que a informação sobre as orientações dos polarizadores fosse de alguma maneira transmitida (a velocidades inferiores ou iguais à da luz) para a fonte antes da emissão do par de fótons. O chaveamento óptico neste experimento fazia com que cada fóton, após percorrer 12 metros, incidisse ou em um polarizador ou em outro, antes de ser detectado. Os resultados mais uma vez concordaram com a Mecânica Quântica e violaram as desigualdades. Apesar dos chaveamentos em cada canal serem independentes, cada um foi operado de maneira periódica, e não aleatória. Assim, seria ainda possível invocar uma “conspiração da natureza” para salvar a localidade.

## 8. Três Suposições Básicas na Derivação da Desigualdade

É importante investigar de maneira mais detalhada as suposições usadas na derivação da desigualdade da eq.(XVI.13), para sabermos quais classes de teorias de variáveis ocultas são inconsistentes com a Mecânica Quântica. Segundo a análise de Bernard d’Espagnat, há três

---

<sup>155</sup> Esta seção encontra-se mais detalhada nos *Conceitos de Física Quântica*, vol. 2, seção XXIX.5. FREEDMAN, S.J. & CLAUSER, J.F. (1972), “Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories”, *Physical Review Letters* 28, 938-941; reproduzido in WHEELER & ZUREK (1978), op.cit. (nota 15), pp. 414-17. Os experimentos do grupo de Orsay estão resumidos em: ASPECT, A. & GRANGIER, P. (1986), “Experiments on Einstein-Podolsky-Rosen-type Correlations with Pairs of Visible Photons”, in PENROSE, R. & ISHAM, C.J. (orgs.), *Quantum Concepts in Space and Time*, Clarendon, Oxford, pp. 1-15. Ver também os originais em: *Physical Review Letters* 47 (1981) 460; 49 (1982) 91-4; 49 (1982) 1804-7.

premissas básicas sendo usadas: realismo, localidade e indução. A essas adicionamos mais uma apontada por Redhead: medições fidedignas.<sup>156</sup>

*i) Realismo.* A primeira suposição é que estamos considerando uma Teoria de Variáveis Ocultas (TVO) (consistente com a Mecânica Quântica). Uma TVO estipula parâmetros adicionais  $\lambda$  que juntamente com o estado quântico  $|\psi\rangle$  determinam de maneira unívoca os resultados de quaisquer medições. Veremos adiante que esta definição pode ser relaxada, mas o traço essencial desta suposição é que existe uma realidade independente das escolhas do observador que determina (com certeza, ou com probabilidade menor do que 1) os resultados das medições, e que é adequadamente descrita por parâmetros  $\lambda$  que possuem valores bem definidos.

*ii) Localidade.* A segunda suposição básica é chamada por d'Espagnat de “não-separabilidade”, que neste caso é sinônimo de “localidade” (ver seção XIV.5). Na prova original de Bell, ela é expressa pela condição de fatorabilidade (eq. XVI.9), enquanto que na prova simplificada que vimos ela está implícita na eq.(XVI.11). Redhead<sup>218</sup> chama esta suposição de **LOC<sub>3</sub>**: “Um valor bem definido para um observável não pode ser mudado para um outro valor bem definido através da alteração de um arranjo em uma parte remota da aparelhagem.”

*iii) Indução.* O terceiro postulado foi chamado por Leggett de “a Cinderela de todo esse assunto”, significando que ele é quase sempre esquecido nas discussões sobre o teorema de Bell. Na derivação da desigualdade da seção XVI.5, consideramos  $N$  pares de partículas preparadas no mesmo estado quântico. Qual é a garantia de que esta amostra representa adequadamente o caso geral? É a hipótese da indução: de uma pequena amostra é legítimo fazer uma indução para o caso geral.

A indução parece uma suposição óbvia, mas talvez não seja. Ao fazermos uma série de medições, talvez pudesse acontecer de o resultado para o par  $n$  afetar o resultado do par subsequente  $n+1$ .<sup>157</sup> Através do postulado da indução, supomos que isto não acontece. Para cada par de partículas  $n$ , a indução também é necessária (conforme aponta Redhead) para garantir que a escolha de qual par de observáveis será medido ( $a,b$ , ou  $a',b$ , etc.) não tenha nenhuma correlação com os valores das variáveis ocultas (que o item  $i$  supõe existirem). Nesse sentido, o nome “hipótese de amostragem justa” também pode ser usado para esta suposição.

A possibilidade de uma violação da indução é usualmente considerada uma “conspiração da natureza”, mas Leggett enfoca esta suposição de maneira diferente: “A parte interessante da indução é equivalente, neste contexto, à afirmação de que os coletivos cujas propriedades estatísticas estão sendo estudadas são definidos apenas pelas condições iniciais, isto é, pelo modo de preparação da fonte atômica, e não (por exemplo) pelas medições que serão feitas neles. [...] Será que é tão óbvio assim que a noção segundo a qual as condições iniciais são relevantes, e não as condições finais, seja mais do que um preconceito antropomórfico?”<sup>158</sup>

*iv) Medições fidedignas.* Redhead (p. 89) também destaca que, na derivação da seção XVI.5, utilizou-se a suposição de que as medições são *fidedignas*: “O resultado de uma medição é numericamente igual ao valor possuído por um observável imediatamente antes da medição.” Essa suposição é tão próxima à do realismo que ela é usualmente ignorada. Lembremos porém

<sup>156</sup> D'ESPAGNAT, B. (1979): “The Quantum Theory and Reality”, *Scientific American* 241 (nov.), 158-81. REDHEAD (1987), op. cit. (nota 120); **LOC<sub>3</sub>** aparece na p. 82.

<sup>157</sup> Isto de fato é o que era previsto pela teoria proposta por Vincent Buonomano, da Unicamp, que tinha o grande mérito de ser testável, mas que por fim mostrou-se falsa. Ver: BUONOMANO, V. (1988), “Bell's Inequality and the Nonergodic Interpretation of Quantum Mechanics”, in SELLERI, F. (org.), *Quantum Mechanics versus Local Realism*, Plenum, New York, pp. 327-43.

<sup>158</sup> LEGGETT, A.J. (1987), “Book Reviews – *In Search of Schrödinger's Cat*, by J. Gribbin; *Quantum Reality*, by N. Herbert; *The Quantum World*, by J.C. Polkinghorne; *Quantum Physics: Illusion or Reality?*, by A.Rae”, *Foundations of Physics* 17: 875-82; citação da p. 880.

que, de acordo com a TVO proposta por Bohm, nem toda medição é fidedigna (no caso, as de momento do corpúsculo não seriam).

Com isso, podemos resumir a derivação da desigualdade de Bell:

$$\text{Realismo, Localidade, Indução} \Rightarrow \text{Desigualdade de Bell} \quad (\text{XVI.14})$$

**(Med. Fidedigna)**

Como a Mecânica Quântica viola a desigualdade de Bell, mas é corroborada pelos experimentos físicos, somos levados a rejeitar pelo menos uma das suposições acima! (No esquema, colocamos a suposição das medições fidedignas entre parênteses pois existe um certo consenso de que apenas sua violação não nos livrará do problema.) O trilema resultante desta análise inicial, portanto, é o seguinte: *devemos rejeitar o realismo, a localidade ou a indução?*

D’Espagnat tende a rejeitar a localidade (separabilidade), já que defende a ideia de uma “realidade velada”, próxima da noção de uma realidade potencial. Esta rejeição da localidade parece estar se tornando consensual, especialmente tendo em vista a noção de “localidade incontrolável”.<sup>159</sup> O teorema de Bell tem sido considerado assim o mais marcante exemplo da “natureza não-local da Mecânica Quântica”. No entanto, é bem possível que a solução do problema esteja em um refinamento da noção de realismo. Façam suas apostas!

---

<sup>159</sup> Ver *Conceitos de Física Quântica*, vol. 2, seção XXVIII.4 e 5. Um tratamento sucinto desses assuntos pode ser encontrado em PESSOA JR., O. (2006), “Conceitos e Interpretações da Mecânica Quântica: o Teorema de Bell”, in Rocha Costa, A.C. & Portugal, R. (orgs.), *Anais – WECIQ 2006 – Workshop-Escola de Computação e Informação Quântica*, Programa de Pós-Graduação em Informática, Universidade Católica de Pelotas, Pelotas, pp. 5-22; <http://ppginf.ucpel.tche.br/weciq/CD/Mini-Cursos/OsvaldoPessoa/min-curso-osvaldo-pessoa.pdf>.