

Simulado I

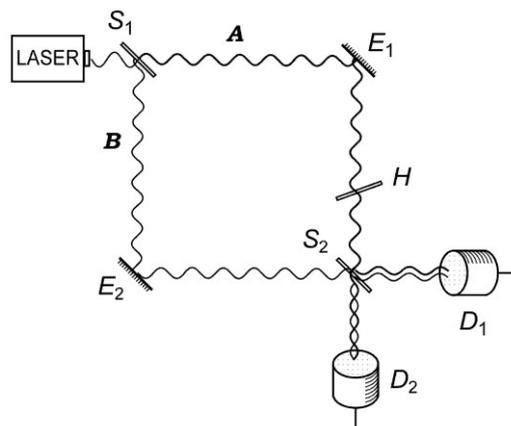
ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica
Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

(1) (a) Considere o experimento do interferômetro de Mach-Zehnder para um fóton único, no qual nenhum fóton é detectado em D_2 . Se um colega lhe perguntasse “por qual caminho rumou o fóton?”, o que você responderia?

(b) Suponha que um detector de não-demolição D_3 seja inserido no caminho A . A passagem do fóton único é detectada em D_3 . Qual é a probabilidade de ele ser detectado em D_1 e em D_2 ? Como você explicaria este comportamento para seu colega?

(c) Após o término do experimento, o chato do seu colega lhe pergunta: “posso dizer que antes da detecção em D_3 o fóton já se encontrava no caminho A ?” O que você lhe responderia?

(d) Com o detector D_3 inserido no caminho A , suponha que ele *não dispara* após o fóton único entrar no interferômetro. Qual é a probabilidade de ele ser detectado em D_1 e em D_2 ?

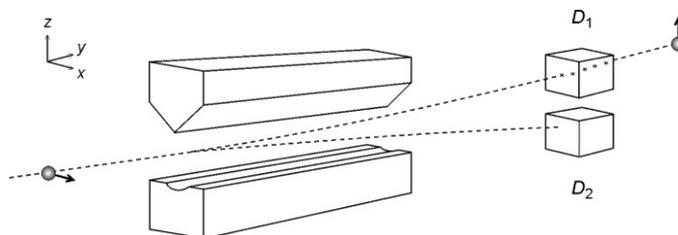


(2) Um sistema quântico único é preparado no estado $\frac{3}{5}|\psi_1\rangle - i \cdot \frac{4}{5}|\psi_2\rangle$, onde o índice dos auto-estados corresponde a um certo número quântico n , que pode assumir os valores 1 ou 2.

(a) Se medirmos o observável cujo autovalor é n , qual é a probabilidade de obtermos o valor $n=2$?

(b) Suponha que de fato fizemos a medição e obtivemos o autovalor $n=2$. Agora, se medíssemos novamente o mesmo observável, qual seria a probabilidade de obter o valor $n=1$?

(3) Considere o experimento de Stern-Gerlach com detectores que não absorvem o átomo, e coloque-se na interpretação ondulatória. A questão é saber em que ponto do experimento ocorre o colapso.



(a) Podemos dizer que o colapso ocorre durante a interação do átomo com os ímãs do aparelho de Stern-Gerlach (ou seja, com os analisadores)? Por quê?

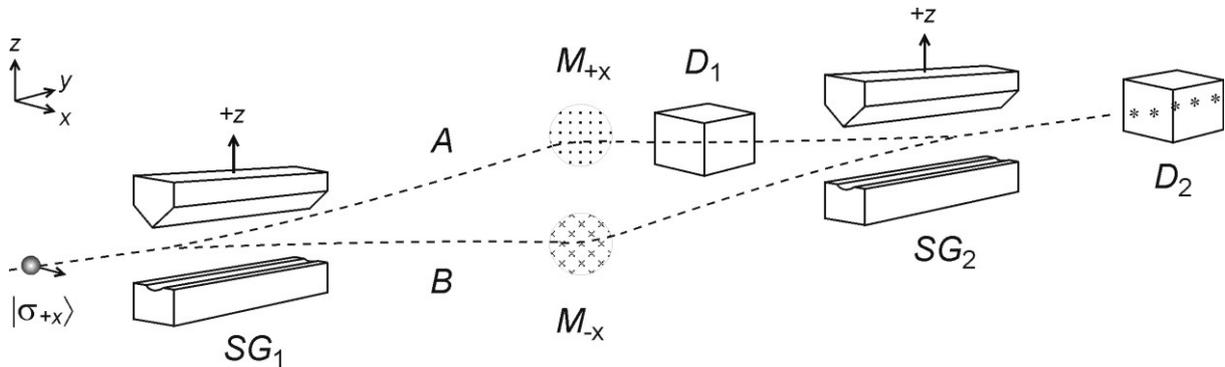
(b) Podemos dizer que o colapso é causado pela amplificação que ocorre na formação de gotículas em um dos detectores (supondo que sejam câmaras de Wilson)? Por quê?

(c) Podemos dizer que o colapso é causado apenas quando ocorre uma observação consciente por parte de um ser humano? É possível refutar esta posição?

Simulado II

ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica
Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

- (1) Um único átomo de prata, de momento angular $\frac{1}{2} \hbar$, num estado inicial $|\sigma_{+x}\rangle$, atravessa um aparelho de Stern-Gerlach SG_1 apontado na direção $+z$. Os campos magnéticos M_{+x} e M_{-x} recombinam de maneira coerente os componentes de feixe. O detector de não-demolição D_1 (por exemplo, uma câmara de nuvem que não absorve o átomo) está inicialmente *desligado*. Nessas condições, o segundo aparelho SG_2 tem o efeito de colocar o átomo no mesmo estado inicial $|\sigma_{+x}\rangle$. (Estaremos sempre supondo que os detectores têm eficiência de 100%.)

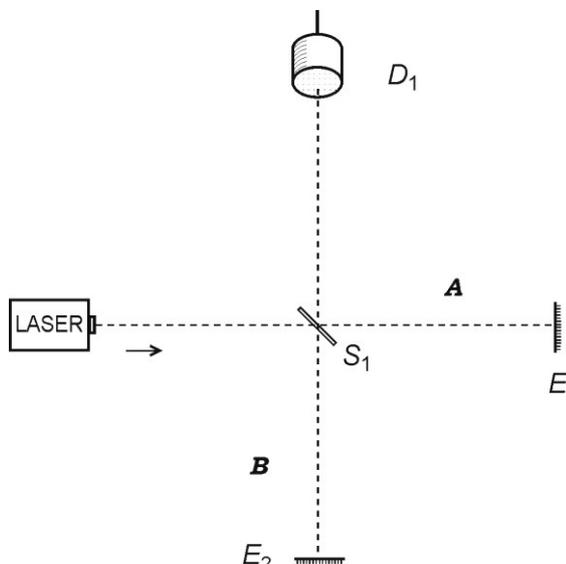


- (a) Com o detector final D_2 , o cientista não tem a capacidade de verificar que o estado final de momento angular do átomo é $|\sigma_{+x}\rangle$. Proponha uma alteração no sistema de detecção D_2 , de tal forma que o resultado final da medição forneça o autovalor correspondente a esse autoestado $|\sigma_{+x}\rangle$.
- (b) Com D_1 ainda *desligado*, se um vendedor de enciclopédias lhe perguntasse “o átomo rumou pelo caminho A ou pelo caminho B?”, o que você responderia?
- (c) Que tipo de “fenômeno” seria este, segundo a terminologia de Niels Bohr (ondulatório, corpuscular ou intermediário)?
- (d) Suponha agora que o detector D_1 seja *ligado*, e que ele *registre* a passagem do átomo (ou seja, ele “dispara”). Ao final do experimento (isto é, na figura, antes de chegar em D_2), qual será o estado de momento angular do átomo?
- (e) Como você explicaria este comportamento ao vendedor de enciclopédias?
- (f) Se, após o término do experimento, ele lhe perguntasse: “posso dizer que antes da detecção em D_1 o átomo já se encontrava no caminho A?” O que você lhe responderia?
- (g) Ao contrário do item (d), suponha que o detector D_1 , mesmo ligado, *não dispare*. Qual será o estado final do átomo?
- (h) Considere as situações dos itens (b), (d) e (g). Para os detectores D_1 e D_2 , em quais ocorre amplificação? Em quais se pode dizer que ocorreu redução de estado (colapso)? (Note que este item envolve 12 casos a serem analisados)
- (i) Para finalizar, faça algum comentário sobre a representação pictórica do átomo, à esquerda da figura. Por exemplo, para fins didáticos, você acha aceitável desenhar o átomo dessa maneira, ou você o faria de outra maneira?

Simulado III

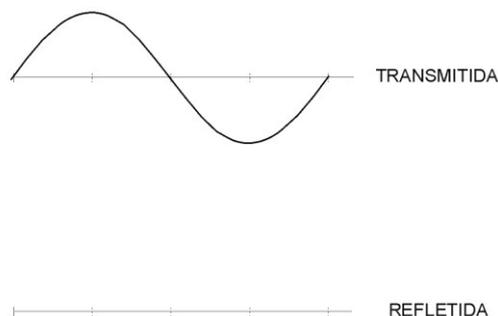
ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica
Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

- (1) Na figura ao lado representa-se o interferômetro de Michelson. A luz é emitida por um laser, e divide-se em duas componentes no espelho semi-refletor S_1 , correspondendo aos caminhos A e B , de igual extensão. Espelhos E_1 e E_2 refletem o feixe, que passa novamente por S_1 .



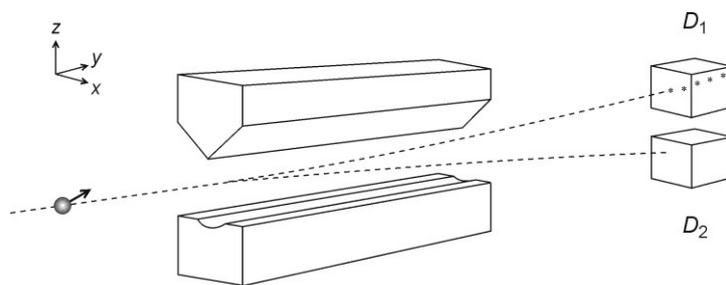
Supondo que o semi-espelho S_1 é simétrico e sem perdas, aplica-se a regra usual de que a cada reflexão ocorre um avanço de $\frac{1}{4}$ de comprimento de onda ($\lambda/4$) em relação à onda transmitida (ou seja, uma fase $\pi/2$, ou fator de fase i).

- (a) Ilustre essa regra na figura ao lado, fazendo um esboço da onda refletida em S_1 , em relação à fase da onda transmitida (que vai para a direita).



- (b) Use agora esta regra para determinar que fração do feixe é detectada em D_1 , e que fração retorna no sentido da fonte de laser.
- (c) Considere que um fóton é detectado em D_1 . Se um colega lhe perguntasse “por qual caminho rumou o fóton?”, o que você responderia?
- (d) Suponha que um detector de não-demolição D_3 seja inserido no caminho A . A passagem do fóton único é detectada em D_3 . Qual é a probabilidade de ele ser subsequentemente detectado em D_1 (supondo que ele seja perfeitamente eficiente)? Como você explicaria este comportamento para seu colega?

- (e) Após o término do experimento, o seu colega lhe pergunta: “posso dizer que antes da detecção em D_3 o fóton já se encontrava no caminho A ?” O que você lhe responderia?
- (f) Com o detector D_3 inserido no caminho A , suponha que ele *não dispara* após o fóton único entrar no interferômetro. Qual é a probabilidade de ele ser detectado em D_1 (supondo novamente detectores perfeitamente eficientes)?
- (2) Considere o experimento de Stern-Gerlach com detectores D_1 e D_2 que não absorvem o átomo. O observável sendo medido é o componente de spin $\frac{1}{2}$ na direção z . O átomo, porém, é preparado numa superposição $|\psi\rangle_{\text{inic.}} = \frac{4}{5} |\sigma_{+z}\rangle - i \frac{3}{5} |\sigma_{-z}\rangle$, onde $|\sigma_{\pm z}\rangle$ são os auto-estados do observável sendo medido.



- (a) Qual é a probabilidade de a medição fornecer o resultado correspondente a spin na direção $+z$ (indicada na figura)?
- (b) Proponha um arranjo experimental em que você possa medir novamente o spin (na direção z) para o mesmo átomo indicado na figura (após a passagem por D_1). Esboce um desenho deste arranjo na figura acima.
- (c) Neste caso, qual é a probabilidade de o resultado ser novamente spin na direção $+z$?
- (3) Em 21/06/2010 saiu uma reportagem na *Folha de São Paulo* sobre a entrada da física moderna no currículo do ensino médio. Um dos temas que entraria foi a Dualidade Onda-Partícula, explicada da seguinte maneira:
 “Uma das grandes descobertas da física quântica, mostra que a luz pode se comportar ao mesmo tempo como onda ou como fluxo de partículas, desafiando a lógica da física clássica.”
 Faça um comentário sobre essa afirmação.

Simulado IV
 ECF5842 – Fund. MQ
 Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

1) Revisão Mach-Zehnder

1a) Considere o experimento do interferômetro de Mach-Zehnder (Fig. IV.1), ajustado para que nenhuma luz incida em D_2 . Após a detecção de um fóton em D_1 , se o diretor do IFUSP lhe perguntasse “por qual caminho rumou o fóton?”, o que você responderia?

1b) Nesta montagem, o que acontece com a taxa de contagem de fótons em D_1 se a lâmina de vidro H for lentamente girada (o que introduz uma variação temporal na fase ϕ do componente A).

1c) Este “fenômeno” (na acepção de Bohr) é ondulatório, corpuscular ou intermediário?

1d) Suponha que um detector de não-demolição D_3 seja inserido no caminho A (Fig. IV.2), e que a passagem de um fóton é detectada em D_3 . Supondo detectores de eficiência perfeita, qual é a probabilidade de o fóton ser detectado em D_2 ? Como você explicaria este comportamento para seu diretor?

1e) Neste caso, o que acontece com a taxa de contagem de fótons em D_1 se a lâmina de vidro H for lentamente girada?

1f) Este fenômeno é ondulatório, corpuscular ou intermediário?

1g) Após o término do experimento, o insistente diretor lhe pergunta: “posso dizer que antes da detecção em D_3 o fóton já se encontrava no caminho A ?” O que você lhe responderia?

1h) Com o detector D_3 inserido no caminho A , suponha que ele *não dispara* após o fóton único entrar no interferômetro. Qual é a probabilidade de ele ser detectado em D_2 ?

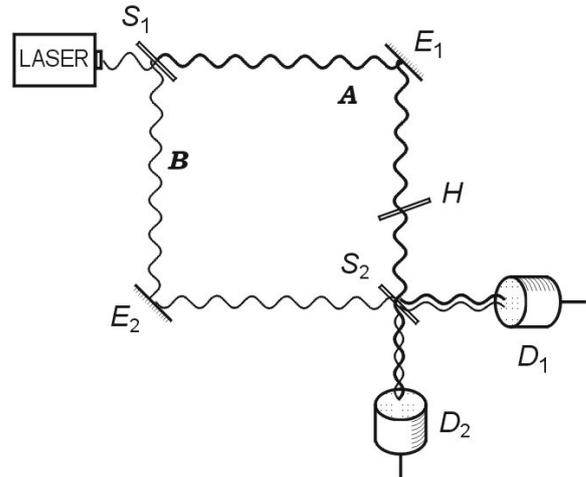


Fig. IV.1

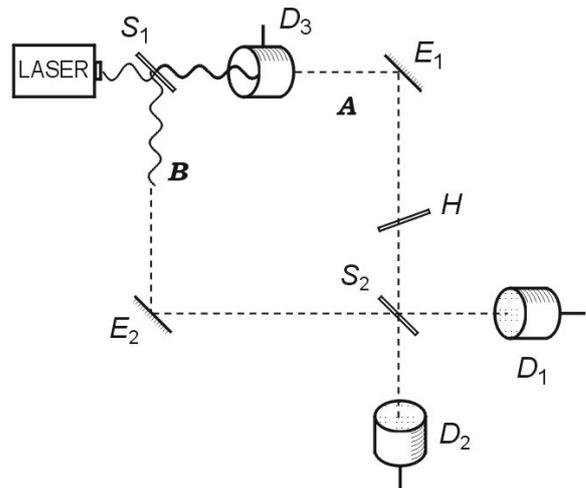


Fig. IV.2

2) Aposentadoria do velho divisor de feixe

Após 20 anos de uso, meu velho espelho semi-refletor já não divide o feixe em partes iguais. Pedi ao diretor do IFUSP que analisasse o espelho em seu laboratório, e ele concluiu que o estado de um pacote monofotônico, após passagem pelo espelho semi-refletor S_{veio} , é o seguinte:

$$|\psi\rangle = 0,8 |\psi_A\rangle + i 0,6 |\psi_B\rangle$$

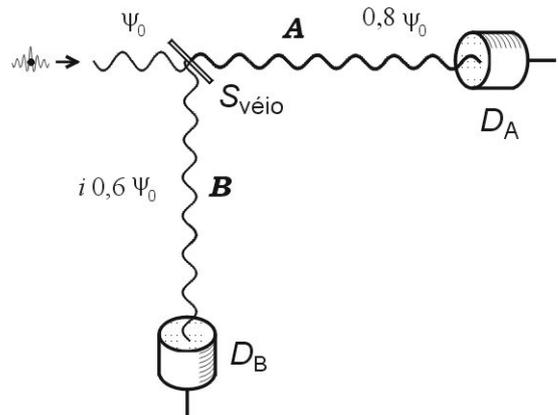


Fig. IV.3

2a) Qual a probabilidade de o fóton ser refletido em S_{veio} , e ser detectado em D_B ?

3) Experimento de Unruh

Considere agora que um segundo interferômetro (que chamaremos CD) é acoplado ao primeiro (que chamaremos AB), como aparece na Fig. IV.4. Repare as ondas escuras (vindas de A) e claras (vindas de B). No caminho D elas se cancelam, o que é consistente com o vimos no item (1a) acima.

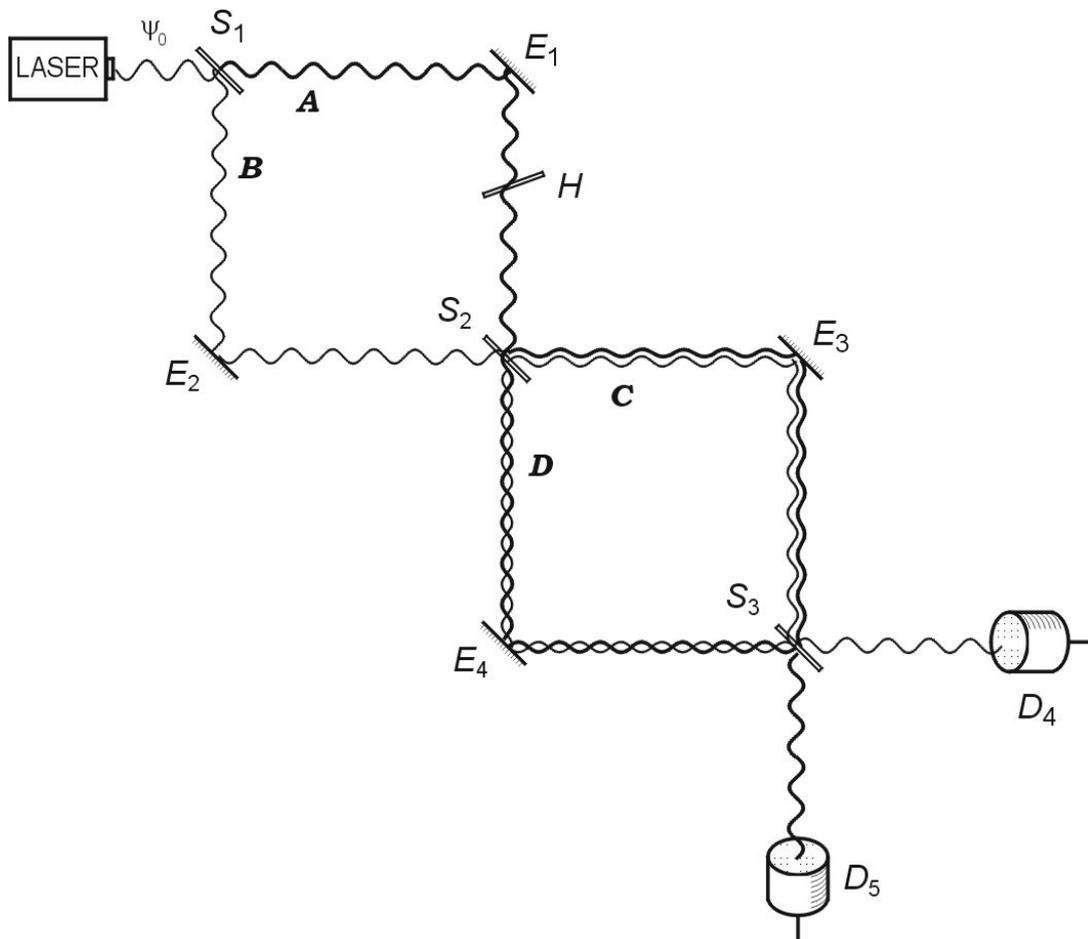


Fig. IV.4

Repare agora uma coisa curiosa, quando bloqueamos o caminho **B**:

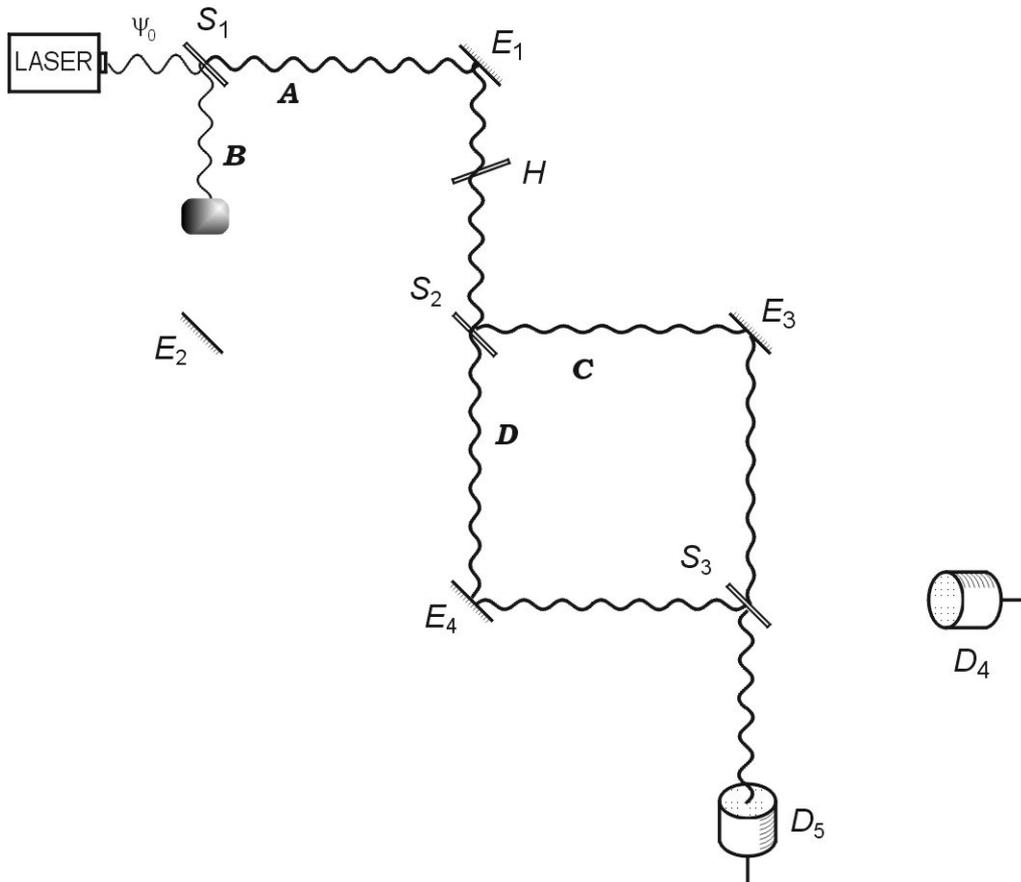


Fig. IV.5

Toda luz cai no detector D_5 ! Analogamente, se bloquearmos o caminho **A**, toda luz cai em D_4 .

- 3a)** Na montagem da Fig. IV.5, considere um fóton detectado em D_5 . Com relação ao interferômetro **AB**, ele corresponde a um fenômeno ondulatório, corpuscular ou intermediário? Por quê?
- 3b)** O que acontece com a taxa de contagem de fótons em D_5 se a lâmina de vidro H for lentamente girada?
- 3c)** E com relação ao interferômetro **CD**, o mesmo fóton corresponde a um fenômeno ondulatório, corpuscular ou intermediário? Por quê?
- 3d)** Tendo visto isso, voltemos para a montagem da Fig. IV.4 (da página anterior). Com relação ao interferômetro **AB**, um fóton detectado em D_5 corresponde a um fenômeno ondulatório, corpuscular ou intermediário? Por quê?

Agora suponha que o bloqueador é transferido para o caminho **D**:

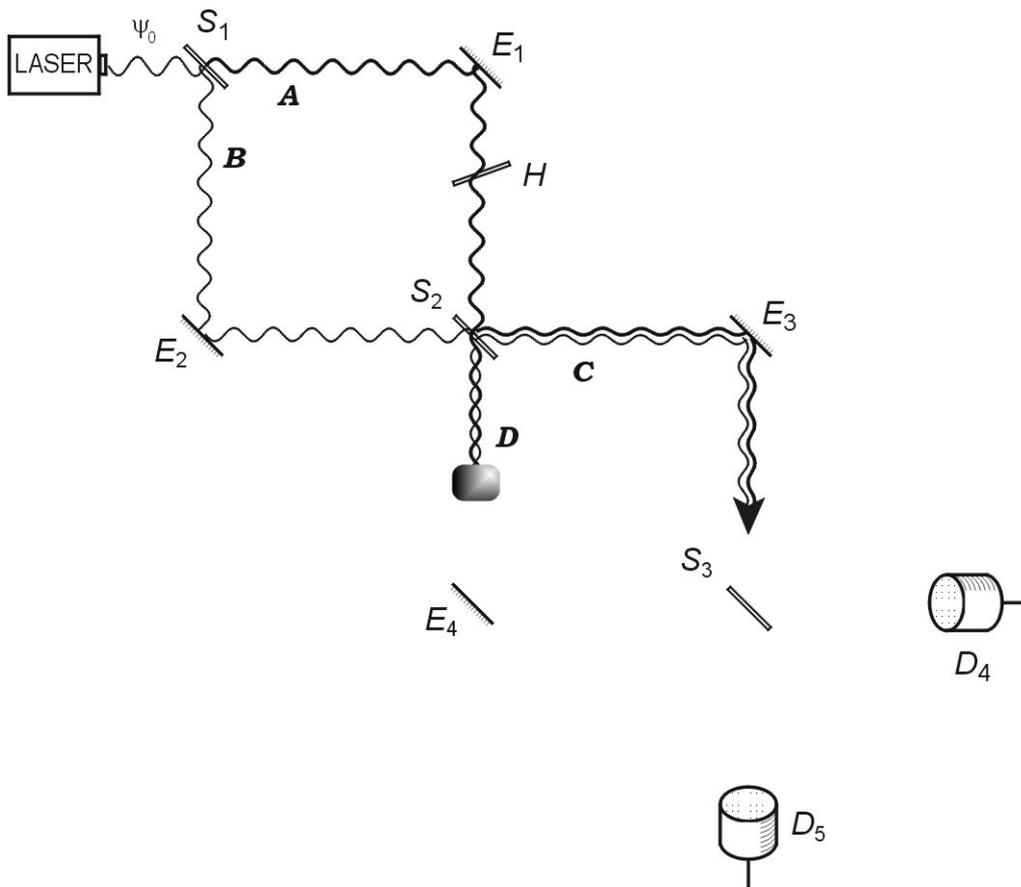
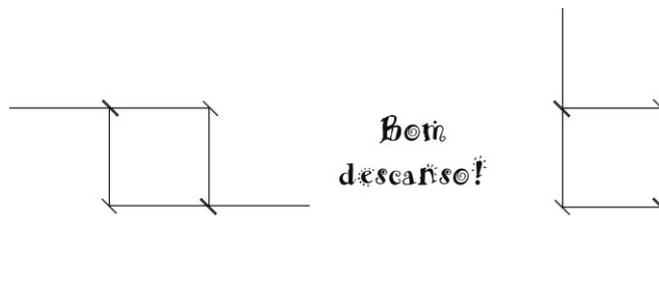


Fig. IV.6

- 3e) Na montagem da Fig. IV.6, qual porcentagem da intensidade inicial da luz, $|\psi_0|^2$, é absorvida pelo bloqueador em **D**?
- 3f) Considere um fóton que é detectado em D_5 . Com relação ao interferômetro **AB**, ele corresponde a um fenômeno ondulatório, corpuscular ou intermediário?
- 3g) O que acontece com a taxa de contagem de fótons em D_5 se a lâmina de vidro **H** for lentamente girada?
- 3h) Compare as respostas das questões 3d (interferômetro sem bloqueadores) e 3f (interferômetro com bloqueador no caminho **D**). Comente.



Simulado V

ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica
Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

- (1) Considere um prisma birrefringente (como a calcita ou o prisma de Wollaston), que divide um feixe de luz em componentes ortogonais (Fig. V.1a). Em 1868, o francês Jules Jamin mostrou que é possível recombinar o feixe com uma lente fina e obter novamente a polarização inicial (Fig. V.1b).

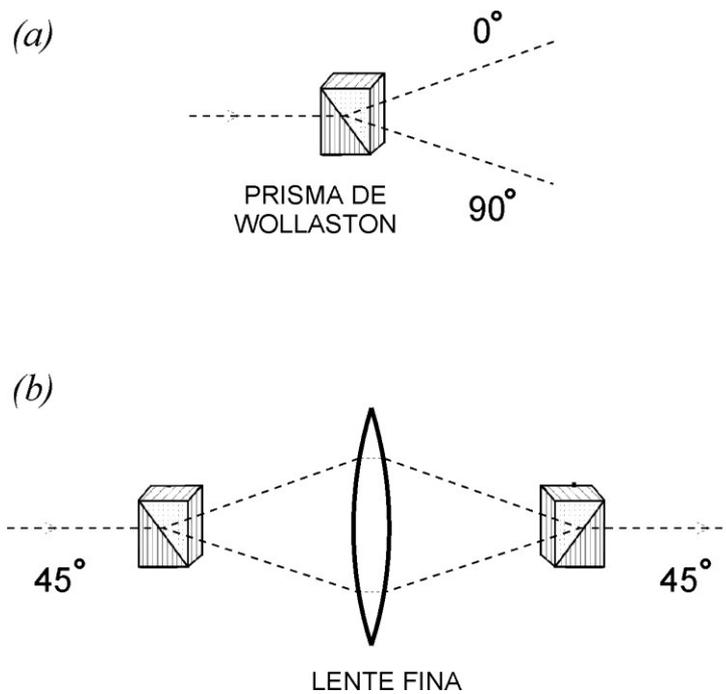


Figura V.1: Separação e recombinação de um feixe de luz polarizada (CFQ, Fig. XV.3).

Lembremos o funcionamento de polarizadores. A luz não passa por polarizadores ortogonais (0° e 90°) (Fig. V.2a). Porém, se um filtro a 45° for inserido entre eles, $1/4$ do feixe passa pelos polarizadores e é detectado (Fig. V.2b).

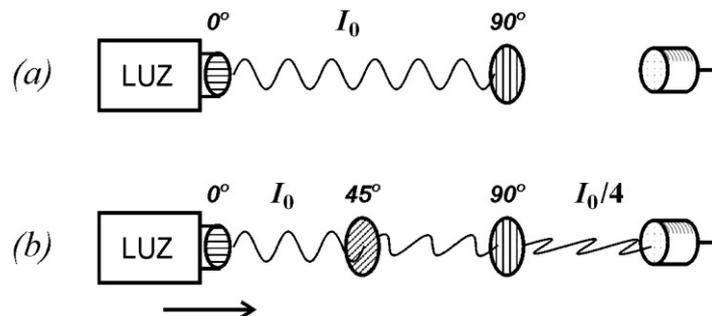


Figura V.2: Revisão do funcionamento de polarizadores (CFQ, Fig. XV.2).

Para utilizarmos esses instrumentos em um experimento quântico, devemos preparar um estado monofotônico de luz, e utilizar um detector sensível a quanta individuais. Considere apenas um único estado monofotônico (preparado com polarização a 45°) que passa pelo aparelho e ainda passa por um polarizador orientado para deixar passar luz a 45° , como na Fig. V.3.

Vamos supor que todos os instrumentos usados tenham eficiência máxima. A probabilidade de detecção de um fóton em D_1 é 1, certo?

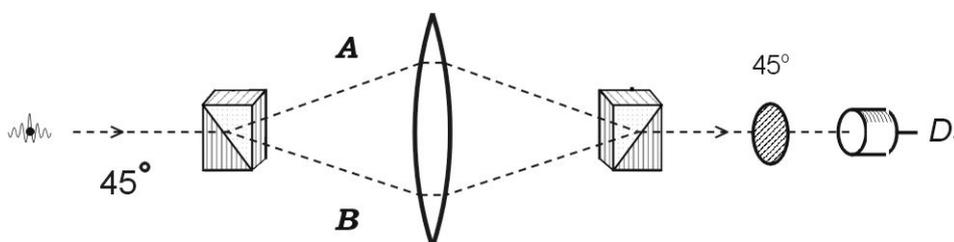


Figura V.3: Montagem básica do experimento de recombinação com prismas birrefringentes.

- Após a realização do experimento, e a detecção de um fóton em D_1 , um torcedor da seleção argentina de futebol lhe pergunta: “por qual caminho rumou o fóton?”. O que você responderia?
- Este “fenômeno”, na acepção de Bohr, é ondulatório, corpuscular ou nenhum dos dois?
- Suponha que um detector de não-demolição D_2 seja inserido no caminho A , conforme a Fig. V.4 (a seguir). Suponha também que a passagem do fóton seja detectada em D_2 . Lembrando da Fig. V.1a, qual é a probabilidade de o fóton também ser detectado em D_1 ? Como você explicaria este comportamento para o torcedor da albiceleste?
- Este fenômeno é ondulatório, corpuscular ou nenhum dos dois?

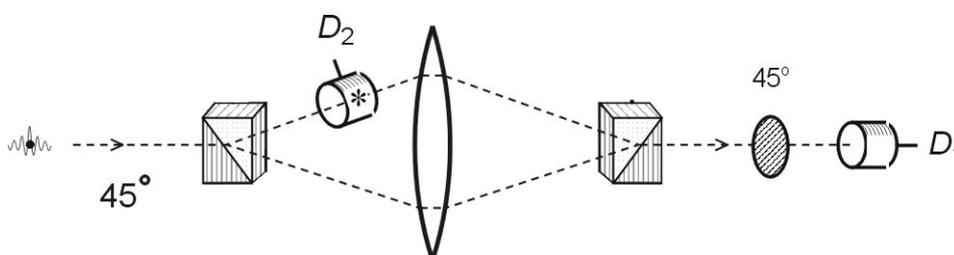


Figura V.4: Montagem com inserção de um detector de não-demolição.

- Após o término do experimento, o insistente hermano lhe pergunta: “posso dizer que antes da detecção em D_2 o fóton já se encontrava no caminho A ? O que você lhe responderia?”
- Com o detector D_2 inserido no caminho A , suponha que ele não dispara após o fóton único entrar na aparelhagem. Qual é a probabilidade de ele ser detectado em D_1 ?

- (g) Curiosamente, o simpático torcedor argentino estuda óptica, e ele resolveu lançar-lhe um desafio. Considere a seguinte montagem (Fig. V.5), substituindo o polarizador por um prisma birrefringente que separa componentes a 0° e a 90° . O fenômeno é corpuscular ou ondulatório? Explique por quê.

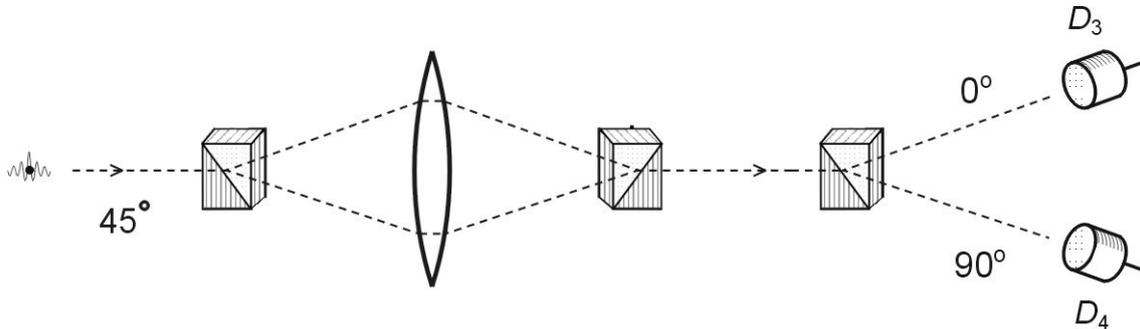


Figura V.5: Montagem sem polarizador e separação do feixe por um prisma adicional.

- (2) Neste exercício, usaremos nossos conhecimentos sobre as probabilidades de obter diferentes valores para uma medição, dado o estado quântico. Na Fig. V.6, um pacote monofotônico inicialmente polarizado a -30° passa por um prisma birrefringente que separa os componentes 0° e 90° . Após esta passagem, o estado do sistema é:

$$|\varphi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} |\varphi_{0^\circ}\rangle - \frac{1}{2} |\varphi_{90^\circ}\rangle.$$

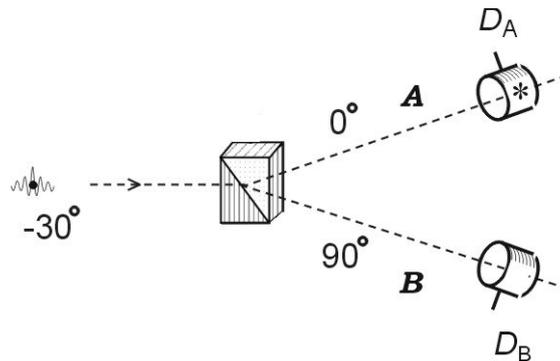


Figura V.6: Medição de não demolição para um pacote monofotônico polarizado a -30° .

- (a) Qual é a probabilidade de detecção em D_A , correspondendo à polarização a 0° ?
- (b) Proponha um arranjo experimental em que você possa medir novamente o estado de polarização (0° ou 90°) para o mesmo pacote monofotônico indicado na Fig. V.6 (após a passagem por D_A). Esboce um desenho deste arranjo na figura acima.
- (c) Neste caso, qual é a probabilidade de o resultado ser novamente 0° ?

- (3) Considere a passagem de um elétron por uma fenda pontual localizada na posição y_1 , no instante t_1 (Fig. V.7). Suponha que haja um detector na fenda (garantindo assim que houve uma medição de posição).

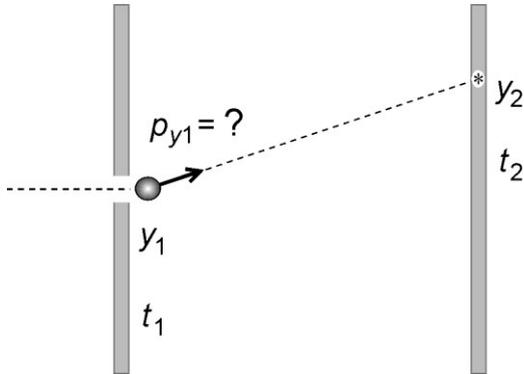


Figura V.7: Passagem de um elétron por uma fenda pontual e subsequente medição de posição (CFQ, Fig. XI.5).

- (a) Em t_1 , enuncie o princípio de incerteza, envolvendo as grandezas posição (y_1) e momento (p_{y1}), de uma maneira aceitável para todas as interpretações.
- (b) Por difração, o elétron pode cair, subsequentemente, em qualquer posição da tela detectora. Finalmente, no instante t_2 , o elétron é detectado na posição y_2 . Este “fenômeno” (na acepção de Bohr) é corpuscular, ondulatório ou ambos?
- (c) Levando em consideração que a partícula está livre de forças entre as duas medições, é plausível supor que ela descreve um movimento retilíneo uniforme entre os instantes t_1 e t_2 , com momento constante dado por:

$$p_y = m \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} .$$

Inferese então o valor do momento p_{y1} logo após o instante t_1 , quando a partícula estava localizada na posição y_1 . Teríamos assim uma determinação simultânea exata de posição e momento logo após o instante t_1 . Isso viola o princípio de incerteza? Explique.

Simulado VI (alternativa para questão 3)

ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica

Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

- (3) Suponha uma variação no experimento anterior, em que o detector D_B é afastado, conforme a figura abaixo. Supondo eficiência de detectores de 100%, supomos o caso em que o detector D_A não dispara.

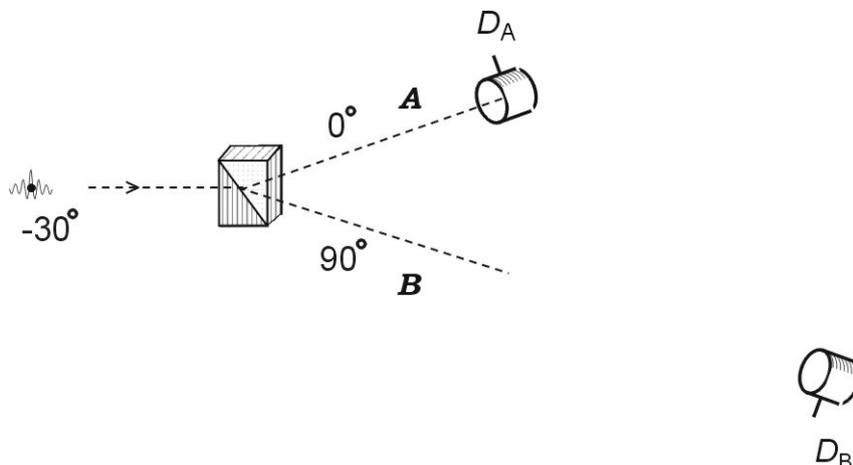


Figura VI.1: Experimento de resultado nulo.

Neste *experimento de resultado nulo*, pode-se afirmar que houve uma “redução” no estado da luz, já que podemos inferir que o pacote só pode ter rumado pelo caminho B. De fato, ele acabará sendo detectado em D_B . Na linguagem da interpretação ondulatória, pode-se dizer que ocorreu um “colapso” da onda luminosa. Após a detecção em D_B , está claro que Bohr diria se tratar de um fenômeno corpuscular.

- (a) Pode-se dizer que o colapso é causado pela amplificação que ocorre no experimento? Por quê?
- (b) Podemos dizer que o colapso é causado apenas quando ocorre uma observação consciente por parte de um ser humano?
- (c) Antes da detecção em D_B , mas após a redução de estado em torno de D_A , o que falaria Bohr a respeito do tipo de fenômeno?
- (d) (Argumento de Renninger) A presença de D_A e seu não disparo causam uma trajetória bem definida do pacote, por B. Sua trajetória passa bem longe de D_A . Mas, neste caso, como pode um detector afetar um pacote de luz à distância? Em outras palavras, a luz estava em um estado de superposição, mas o detector D_A levou a uma redução do seu estado; se o fenômeno torna-se corpuscular, com o pacote restrito ao caminho B, como pode um detector à distância gerar um efeito físico sobre o pacote?

Simulado VII

ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica
Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

- (1) Estamos bem familiarizados com o experimento da dupla fenda para a luz, em que aparece na tela detectora T um padrão de franjas de interferência. Na Fig. VII.1, como de costume, a imagem na tela T aparece girada para nós, em I .

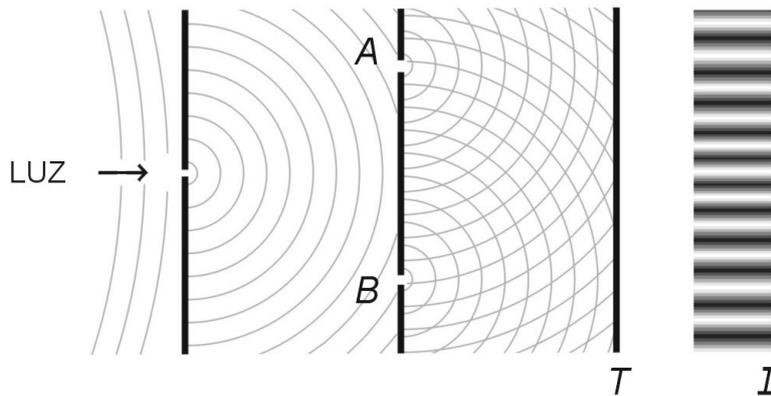


Fig. VII.1

- (a) Como converter tal montagem em um experimento no regime quântico? Quando se adentra em tal regime, o que se observa? Isso contradiz o que se observa na Física Clássica?

Considere agora a aparição de um fóton em R , representado na Fig. VII.2. A ele, Niels Bohr associaria um “fenômeno ondulatório”. Nessas condições, não se pode (segundo ele) associar uma trajetória bem definida (por A , ou por B).

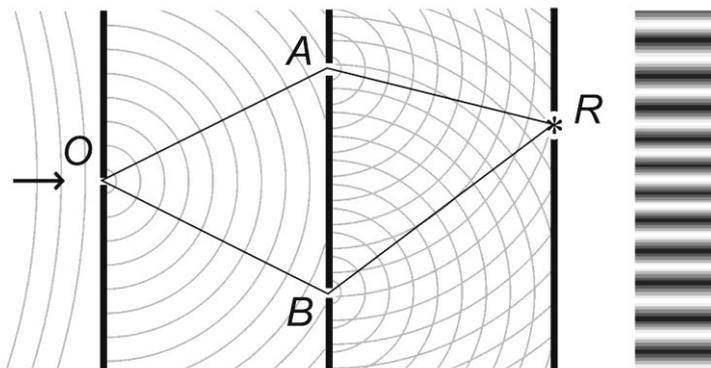


Fig. VII.2

Suponha agora que polarizadores ortogonais, a 0° e a 90° , sejam colocados, um em cada fenda. Neste caso, as franjas de interferência desaparecem.

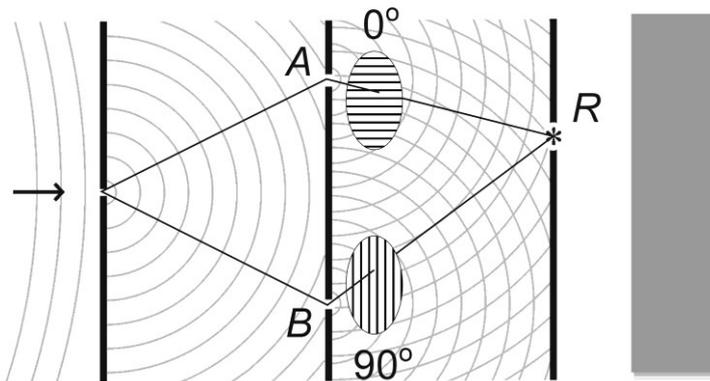


Fig. VII.3

- (b) Como a Física Ondulatória Clássica explica o desaparecimento das franjas de interferência?
- (c) Podemos inferir a trajetória do fóton, neste caso?
- (d) Bohr diria que o fóton que aparece em R está associado a um fenômeno ondulatório, corpuscular, ou nenhum dos dois?
- (e) Suponha que, após a detecção em R , um torcedor do Peru lhe pergunte: “posso dizer que antes da detecção em R o fóton já se encontrava diante de R ?” O que você lhe responderia?

Ao se colocar um polarizador a 45° diante da tela, o padrão de interferência volta, agora com intensidade menor ($1/4$) do que no início. Este é um exemplo de “apagador quântico”.

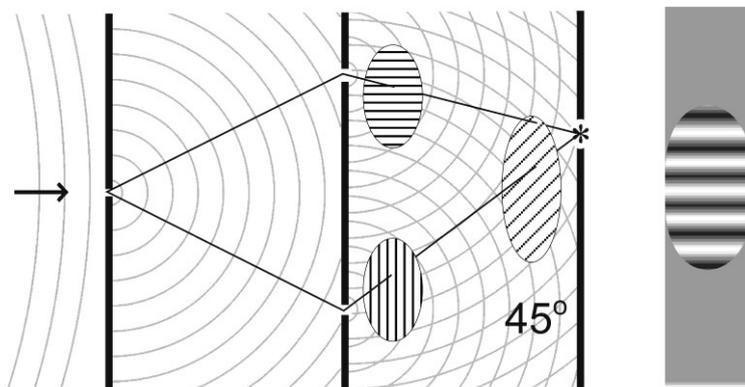


Fig. VII.4

- (f) O fóton detectado neste caso está associado a um fenômeno ondulatório, corpuscular, ou nenhum dos dois?

- (2) Considere o experimento de Stern-Gerlach com detectores D_1 e D_2 que não absorvem o átomo. O observável sendo medido é o componente de spin $\frac{1}{2}$ na direção z . O átomo, porém, é preparado numa superposição $|\psi\rangle_{\text{inic.}} = \frac{4}{5} |\sigma_{+z}\rangle - i \frac{3}{5} |\sigma_{-z}\rangle$, onde $|\sigma_{\pm z}\rangle$ são os autoestados do observável sendo medido.

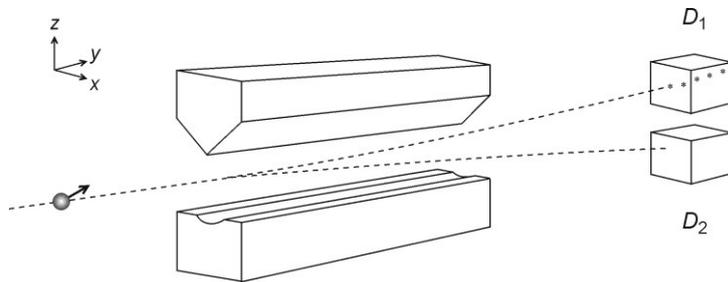


Fig. VII.5

- (a) Qual é a probabilidade de a medição fornecer o resultado correspondente a spin na direção $+z$ (indicada na Fig. VII.5 como detecção em D_1)?
- (b) Proponha um arranjo experimental em que você possa medir novamente o spin (na direção z) para o mesmo átomo indicado na Fig. VII.5 (após a passagem por D_1). Esboce um desenho deste arranjo na figura acima.
- (c) Neste caso, qual é a probabilidade de o resultado ser novamente spin na direção $+z$?

A interpretação ondulatória realista diria que ocorreu um colapso durante a interação do átomo com os detectores. A questão agora é especular exatamente em que ponto do experimento ocorre o colapso.

- (d) Podemos dizer que o colapso ocorre durante a interação do átomo com os ímãs do aparelho de Stern-Gerlach (ou seja, com os analisadores)? Por quê?
- (e) Podemos dizer que o colapso é causado pela amplificação que ocorre na formação de gotículas no detector D_1 (supondo que sejam câmaras de Wilson)? Por quê?
- (f) Podemos dizer que o colapso é causado apenas quando ocorre uma observação consciente por parte de um ser humano? É possível refutar esta posição?