

Extremum Seeking Control

Objetivos

O objetivo desta prática consiste em introduzir o algoritmo Controle por Busca Extremal (ESC - *Extremum Seeking Control*) e utilizá-lo para otimização sem derivadas. Além disso, o ESC será utilizado para controlar o servomecanismo do laboratório.

Introdução

As primeiras ideias de que o ESC poderia ser aplicado a problemas de otimização datam da década de 1920 no artigo de M. Leblanc [1], onde foi relatado um novo método para manter a máxima transferência de potência em uma linha de transmissão para um bonde elétrico. Muitos trabalhos surgiram a partir dessa ideia no século passado [2]. No entanto, a primeira prova rigorosa da convergência ESC foi apresentada em 2000 [3], usando teoria de *averaging* e análise de perturbação singular. Desde então, o número de publicações tem aumentado consideravelmente [4]. No campo da mecatrônica, as aplicações além da busca de fontes envolvem visão ativa [5], braços robóticos [6, 7], aplicações automotivas [8], controle de motores elétricos [9], entre outras.

O esquema básico do ESC para o problema de minimização é apresentado na Figura 1 [10]. Intuitivamente, o ESC usa uma pequena perturbação periódica $\alpha \sin(\omega t)$ para explorar a função f ao redor de θ . Assumindo que f é uma função convexa, essa perturbação cria uma resposta periódica em y que está em fase com $\sin(\omega t)$, se $\theta > \theta^*$, ou fora de fase, se $\theta < \theta^*$, para $\theta^* = \arg\min_{\theta} f(\theta)$. A malha fechada então corrige θ até estabilizar em θ^* . A frequência de corte do filtro passa-alta (FPA) deve ser menor que a da perturbação senoidal ($h < \omega$). A única informação necessária sobre $f(\theta)$ é o sinal de sua Hessiana. Seja $C \in \mathbb{R}_{>0}$. Se $f''(\theta) > 0$, o ganho de integração é negativo ($-C$). Por outro lado, se $f''(\theta) < 0$, o ganho de integração é positivo ($+C$).

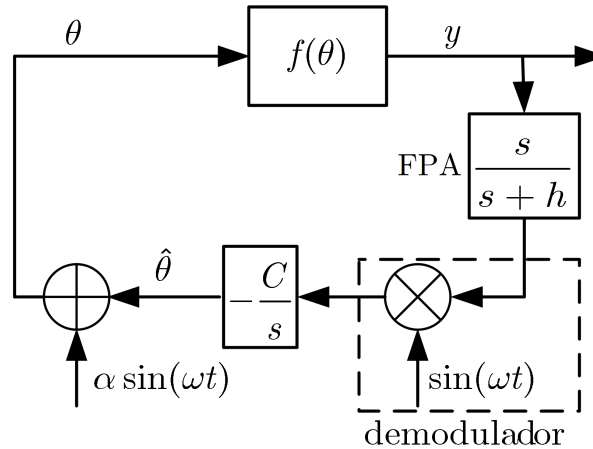


Figura 1: Controle de busca extremal com perturbação senoidal para fins minimização de função estática

Seja $f(\theta)$ uma função contínua duplamente diferenciável. O seguinte teorema assegura a convergência média de θ para $\theta^* = \arg\min_{\theta} f(\theta)$.

Teorema 1 [3] *Para o sistema da Figura 1, o erro de saída $(y - f^*)$ atinge a convergência exponencial local para uma vizinhança $\mathcal{O}(\alpha^2 + 1/\omega^2)$ da origem desde que ω seja suficientemente grande.*

A prova é apresentada em [10, 3] para um caso mais geral incluindo dinâmica. A convergência é de segunda ordem, pois está operando em torno de um ponto de inclinação zero. Para obter uma melhor intuição de como o ESC funciona, considere $f(\theta)$ como

$$f(\theta) = f^* + \frac{f''}{2}(\theta - \theta^*)^2, \quad (1)$$

que é uma aproximação quadrática local de uma função convexa classe $\mathcal{C}^2$. Define-se $\tilde{\theta} = \theta^* - \hat{\theta}$ como o erro de estimação e, ao notar que $\theta = \hat{\theta} + \alpha \sin(\omega t)$, é possível escrever $\theta - \theta^* = -\tilde{\theta} + \alpha \sin(\omega t)$. Da Figura 1, verifica-se que

$$y = f^* + \frac{f''}{2}([-\tilde{\theta} + \alpha \sin(\omega t)]^2). \quad (2)$$

Depois de expandir e desprezar os termos de ordem superior em $\tilde{\theta}$, tem-se que

$$y \approx f^* + \alpha^2 \frac{f''}{4} - \alpha f'' \tilde{\theta} \sin(\omega t) - \alpha^2 \frac{f''}{4} \cos(2\omega t). \quad (3)$$

Usando uma notação mista de tempo e frequência complexa (s), após o FPA, verifica-se que

$$\frac{s}{s+h}[y] \approx -\alpha f'' \tilde{\theta} \sin(\omega t) - \alpha^2 \frac{f''}{4} \cos(2\omega t). \quad (4)$$

Após a demodulação,

$$\sin(\omega t) \frac{s}{s+h}[y] \approx -\frac{\alpha f''}{2} \tilde{\theta} (1 - \cos(2\omega t)) - \alpha^2 \frac{f''}{8} [\sin(3\omega t) - \sin(\omega t)]. \quad (5)$$

Tal equação é equivalente a $-\dot{\hat{\theta}}/C$. Note ainda que $\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}}$. Logo,

$$\dot{\tilde{\theta}} = -C \left(\frac{\alpha f''}{2} \tilde{\theta} (1 - \cos(2\omega t)) + \alpha^2 \frac{f''}{8} [\sin(3\omega t) - \sin(\omega t)] \right). \quad (6)$$

O procedimento de *averaging* no tempo, conforme apresentado em [3, 10], permite obter a convergência média do sistema [11], tal que

$$\dot{\tilde{\theta}}_{AV} = -\frac{C\alpha f''}{2} \tilde{\theta}_{AV}, \quad (7)$$

o que é exponencialmente estável, pois $C\alpha f'' > 0$.

A Figura 2 ilustra o procedimento de minimização com o ESC de perturbação senoidal.

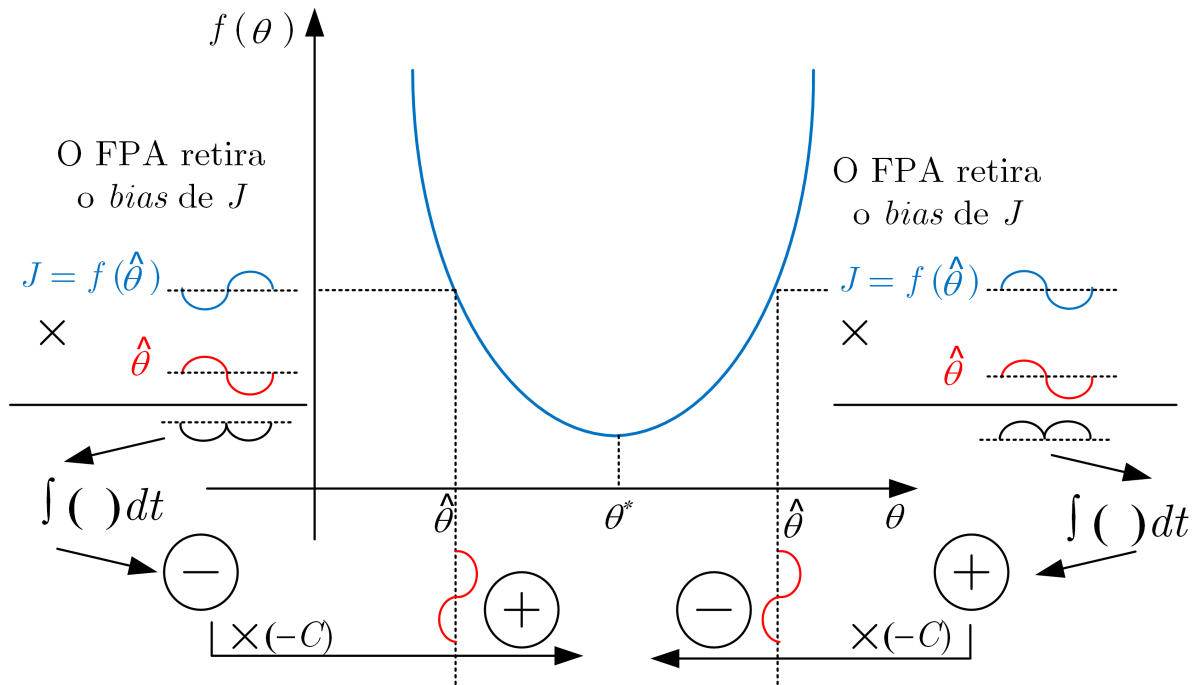


Figura 2: Ilustração de minimização com ESC.

O Servomecanismo

O servomecanismo considerado é apresentado na Figura 3. Há um motor DC com um sensor de velocidade tipo tacogerador acoplado ao mesmo eixo. Há dois estágios de polias com correias, cada um com redução $n = 1/3$, que acopla o eixo do motor ao eixo do potenciômetro. Na configuração controle de velocidade, utiliza-se o eixo do motor/tacogerador. para o controle de posição, utiliza-se o eixo do potenciômetro, onde há também um disco com posição graduada para indicar a posição.

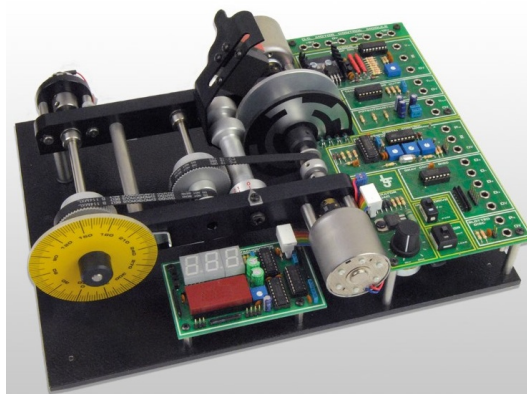


Figura 3: Foto do servomecanismo.

A tensão de armadura é representado por V_M . As tensões nas saídas do tacogerador e do potenciômetro são, respectivamente, representadas por V_T e V_P . A velocidade no eixo do motor é dada por Ω_M , enquanto que a velocidade e a posição no eixo do potenciômetro são dadas por Ω_P e Θ_P . Assume-se que a relação entre tensão de armadura e velocidade no eixo de motor seja um sistema de primeira ordem com ganho K e constante de tempo T . Os ganhos do tacogerador e do potenciômetro são dados por K_T [V/(rad/s)] e K_P [V/rad]. O diagrama linear simplificado do sistema é apresentado na Figura 4.

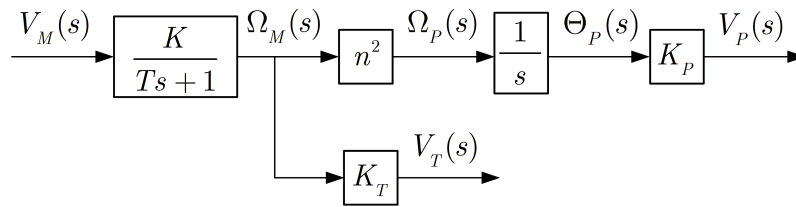


Figura 4: Modelo esquemático do sistema.

Os valores dos ganhos dos sensores são: $K_P = 1,7$ e $K_T = 0,017$. Após um simples teste de resposta ao degrau, foi possível identificar os seguintes parâmetros do modelo: $K = 56,2824$ [(rad/s)/V] e $T = 0.2770$ [s].

Atividades

1. Utilize o ESC com perturbação senoidal para minimizar uma função quadrática.
2. Utilize o ESC com perturbação senoidal para diretamente controlar a velocidade do servomecanismo. Como função objetivo, utilize simplesmente o erro quadrático. Para este item, sugerem-se os seguintes parâmetros do ESC: $\omega = 40$ rad/s, $a = 0,15$, $h = 30$ e $C = -0,05$. Tente encontrar parâmetros melhores. Utilize o sinal de referência da Figura 5, mas com um filtro passa-baixas dado por $1/(0,3s + 1)$.

OBS: ESC como controle direto não é muito usual!

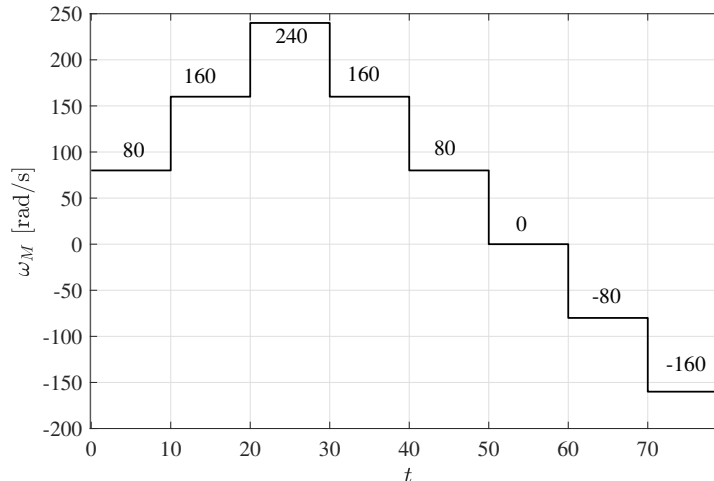


Figura 5: Referência para o controle de velocidade, considerando o eixo do motor (ω_M).

3. Tente criar um esquema para fazer a amplitude da perturbação variar conforme o custo da função objetivo.
4. AVALIAÇÃO: Em controle, o ESC é mais comumente utilizado para sintonizar os parâmetros de um controlador com estrutura fixa, como um PID, por exemplo. Leia o artigo [12] e tente fazer um PID para o controle de posição do servomecanismo. Outro exemplo de aplicação pode ser encontrado em [13].

Referências

- [1] M. Leblanc. Sur l'électrification des chemins de fer au moyen de courants alternatifs de fréquence élevée. *Revue Generale de l'Electricite*, 1922.
- [2] A. Scheinker and M. Krstić. *Model-Free Stabilization by Extremum Seeking*. Springer, Cham, Switzerland, 2017.
- [3] M. Krstić and H. H. Wang. Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems. *Automatica*, 36(4):595–601, 2000.
- [4] Y. Tan, W. H. Moase, C. Manzie, D. Nešić, and I. M. Y. Mareels. Extremum seeking from 1922 to 2010. In *Proceedings of the 29th Chinese Control Conference*, pages 14–26, July 2010.
- [5] B. Calli, W. Caarls, M. Wisse, and P. P. Jonker. Active vision via extremum seeking for robots in unstructured environments: Applications in object recognition and manipulation. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 15(4):1810–1822, Oct 2018.
- [6] V. Koropouli, A. Gusrialdi, S. Hirche, and D. Lee. An extremum-seeking control approach for constrained robotic motion tasks. *Control Engineering Practice*, 52:1 – 14, 2016.
- [7] X. T. Zhang, D. M. Dawson, W. E. Dixon, and B. Xian. Extremum-seeking nonlinear controllers for a human exercise machine. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 11(2):233–240, April 2006.
- [8] Q. Tan, P. Divekar, Y. Tan, X. Chen, and M. Zheng. Pressure sensor data-driven optimization of combustion phase in a diesel engine. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, pages 1–1, 2020.
- [9] S. F. Toloue, S. H. Kamali, and M. Moallem. Torque ripple minimization and control of a permanent magnet synchronous motor using multiobjective extremum seeking. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 24(5):2151–2160, Oct 2019.
- [10] K. B. Ariyur and M. Krstić. *Real Time Optimization by Extremum Seeking Control*. John Wiley & Sons, New York, NY, USA, 2003.
- [11] H. K. Khalil. *Nonlinear systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 3rd edition, 2001.
- [12] N. J. Killingsworth and M. Krstić. PID tuning using extremum seeking: online, model-free performance optimization. *IEEE Control Systems Magazine*, 26(1):70–79, 2006.
- [13] T. Roux-Oliveira, L. R. Costa, A. V. Pino, and P. Paz. Extremum seeking-based adaptive pid control applied to neuromuscular electrical stimulation. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 91:e20180544, 2019.