



LOQ4241– Sistemas de Apoio a Decisão

Prof. Dr. José Eduardo Holler Branco



Introdução à Lógica Fuzzy

Prof. Dr. José Eduardo Holler Branco

Análises de *Pay-off*



Utilidade (U_{ij})	Critérios		
Alternativas (a_i)	Preço (c_1)	Consumo (c_2)	Velocidade (c_3)
Carro (a_1)	Alto	Alto	Alto
Carro (a_2)	Médio	Alto	Baixo

Lógica tradicional:

Se c_1 é Baixo e c_2 é Baixo e c_3 é Alto, então o benefício / custo é alto

Se c_1 é Baixo e c_2 é Alto e c_3 é Alto, então o benefício / custo é médio

...

Se c_1 é Alto e c_2 é Alto e c_3 é Baixo, então o benefício / custo é baixo

O que pode ser considerado preço alto ou baixo?

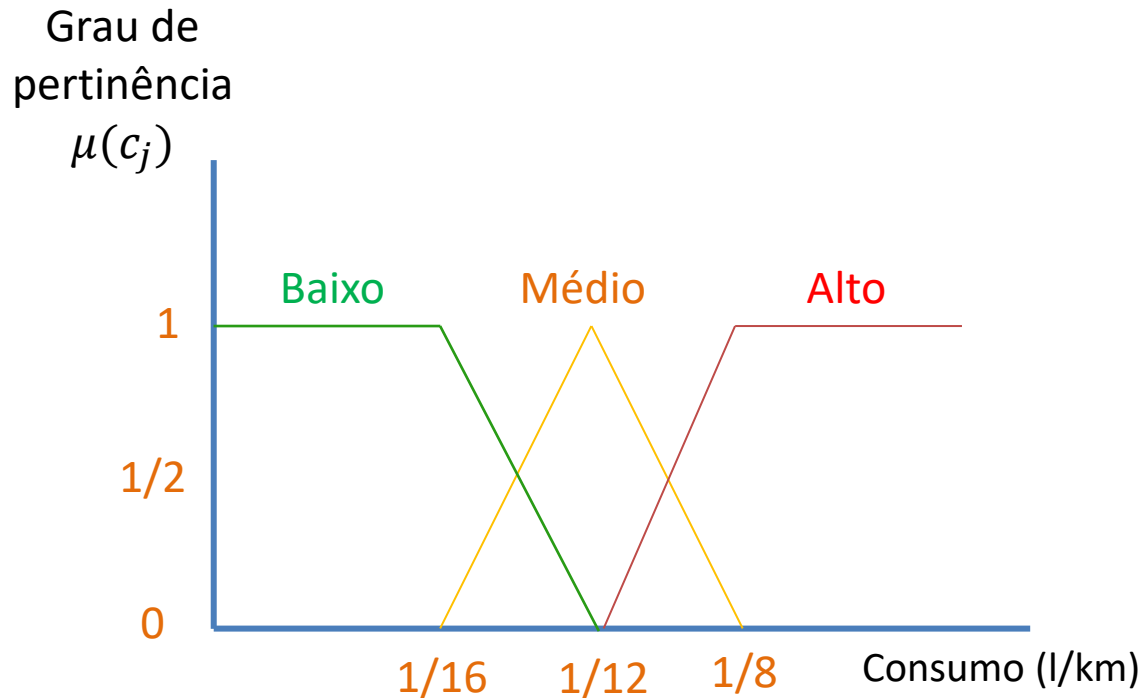
O que pode ser considerada velocidade alta ou baixa?

Seria mais adequado avaliar essas variáveis como variáveis contínuas, ao invés de variáveis booleanas (dois estados)?

Lógica Fuzzy (difusa)



A Lógica Fuzzi permite comparar alternativas com atributos que são mais apropriados serem medidos por meio de variáveis contínuas.



Voltando ao nosso problema



Convertendo as variáveis do modelo de decisão para variáveis contínuas.

Utilidade (U_{ij})	Critérios		
Alternativas (a_i)	Preço (mil RS)	Consumo (l/km)	Velocidade (Km/h)
Carro (a_1)	100	1/8	135
Carro (a_2)	95	1/10	110

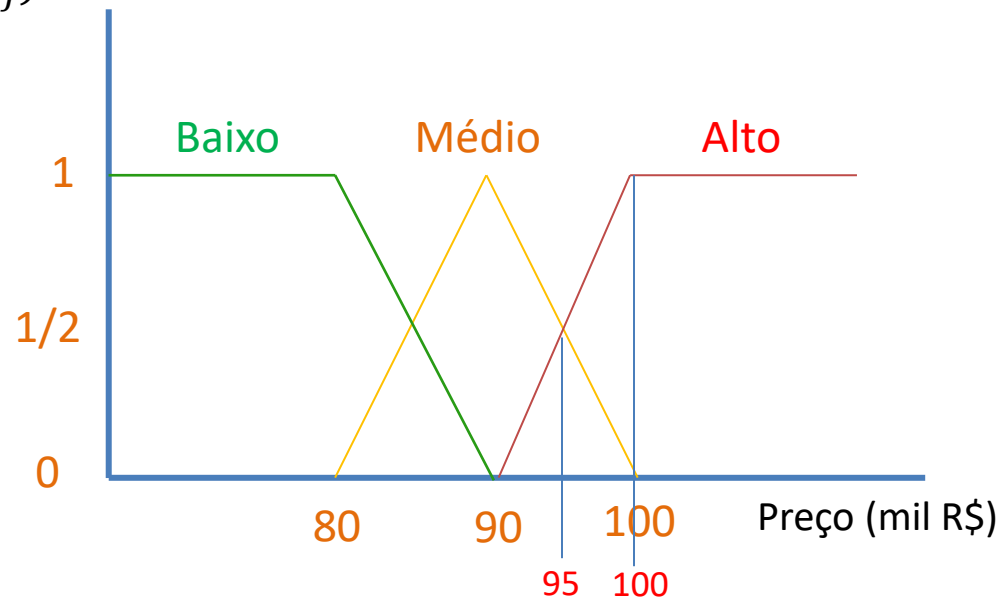
A Lógica Fuzzi pode ser usada para avaliar o benefício / custo dessas alternativas.

Ela gera indicadores numéricos de saída, sem necessidade de entradas precisas.

Lógica Fuzzy (difusa)

Medindo o grau de pertinência do preço (p).

Grau de
pertinência
 $\mu(c_j)$

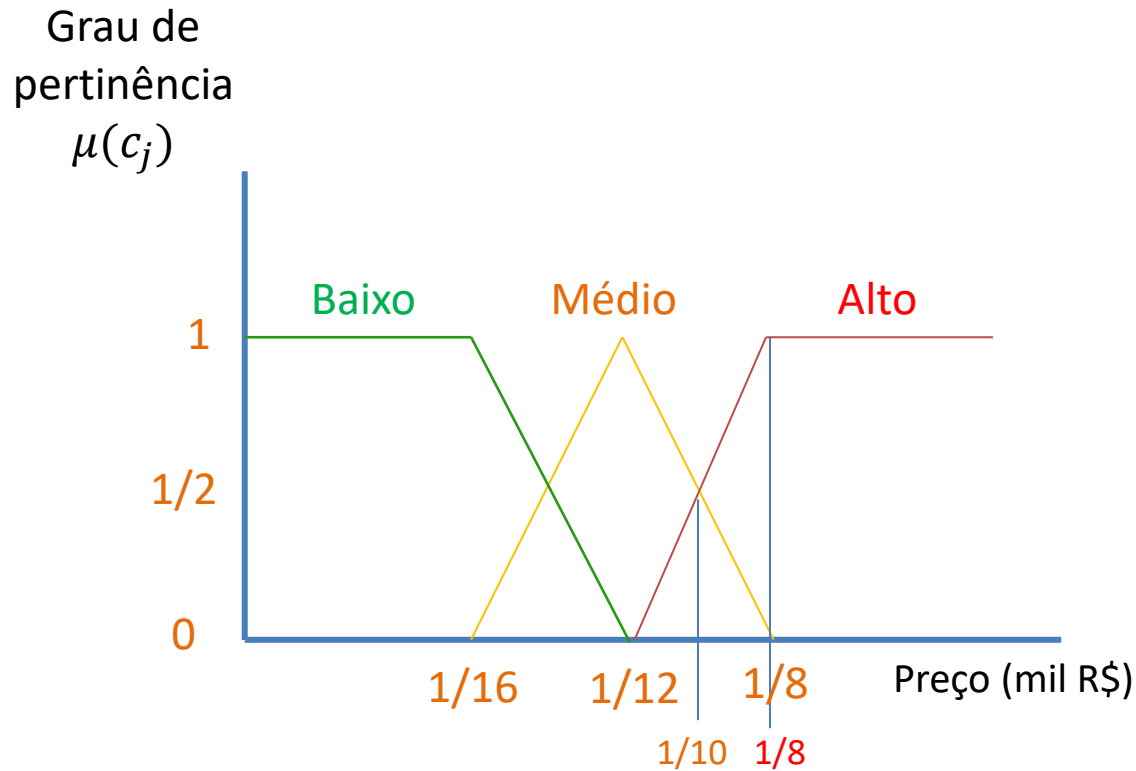


$$p_1 = 100 \rightarrow \mu_{\text{alto}}(p_1) = 1 \wedge \mu_{\text{médio}}(p_1) = 0$$

$$p_2 = 95 \rightarrow \mu_{\text{alto}}(p_2) = 0,5 \wedge \mu_{\text{médio}}(p_2) = 0,5$$

Lógica Fuzzy (difusa)

Medindo o grau de pertinência do consumo (f).



$$f_1 = 1/8 \rightarrow \mu_{alto}(f_1) = 1 \text{ e } \mu_{médio}(f_1) = 0$$

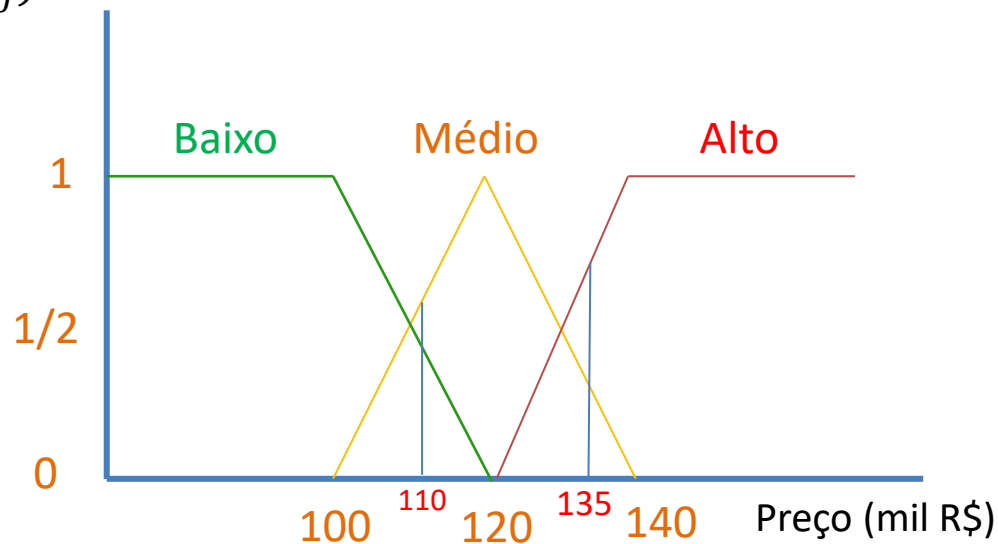
$$f_2 = 1/10 \rightarrow \mu_{alto}(f_2) = 0,5 \text{ e } \mu_{médio}(f_2) = 0,5$$

Lógica Fuzzy (difusa)



Medindo o grau de pertinência da velocidade (v).

Grau de
pertinência
 $\mu(c_j)$



$$v_1 = 135 \rightarrow \mu_{alto}(v_1) = 0,7 \text{ e } \mu_{médio}(f_1) = 0,3$$

$$v_2 = 110 \rightarrow \mu_{médio}(v_2) = 0,6 \text{ e } \mu_{baixo}(f_2) = 0,4$$

Critérios de ordenamento



Alternativa 01

$$p_1 = 100 \rightarrow \mu_{\text{alto}}(p_1) = 1 \text{ e } \mu_{\text{médio}}(p_1) = 0$$

$$f_1 = 1/8 \rightarrow \mu_{\text{alto}}(f_1) = 1 \text{ e } \mu_{\text{médio}}(f_1) = 0$$

$$v_1 = 135 \rightarrow \mu_{\text{alto}}(v_1) = 0,7 \text{ e } \mu_{\text{médio}}(f_1) = 0,3$$

Alternativa 02

$$p_2 = 95 \rightarrow \mu_{\text{alto}}(p_2) = 0,5 \wedge \mu_{\text{médio}}(p_2) = 0,5$$

$$f_2 = 1/10 \rightarrow \mu_{\text{alto}}(f_2) = 0,5 \wedge \mu_{\text{médio}}(f_2) = 0,5$$

$$v_2 = 110 \rightarrow \mu_{\text{médio}}(v_2) = 0,7 \wedge \mu_{\text{baixo}}(f_2) = 0,3$$

Alternativa	Ordem	Preço	Consumo	Velocidade
	1º	Baixo	Baixo	Alto
	2º	Baixo	Baixo	Médio
	3º	Baixo	Baixo	Baixo
	4º	Baixo	Médio	Alto
	5º	Baixo	Médio	Médio
	6º	Baixo	Médio	Baixo
	7º	Baixo	Alto	Alto
	8º	Baixo	Alto	Médio
	9º	Baixo	Alto	Baixo
	10º	Médio	Baixo	Alto
	11º	Médio	Baixo	Médio
	12º	Médio	Baixo	Baixo
	13º	Médio	Médio	Alto
Alternativa 2	14º	Médio	Médio	Médio
	15º	Médio	Médio	Baixo
	16º	Médio	Alto	Alto
	17º	Médio	Alto	Médio
	18º	Médio	Alto	Baixo
	19º	Alto	Baixo	Alto
	20º	Alto	Baixo	Médio
	21º	Alto	Baixo	Baixo
	22º	Alto	Médio	Alto
	23º	Alto	Médio	Médio
	24º	Alto	Médio	Baixo
Alternativa 1	25º	Alto	Alto	Alto
	26º	Alto	Alto	Médio
	27º	Alto	Alto	Baixo

Critérios de ordenamento



É possível criar uma função de ordenamento:

$$S_{a_i} = \sum_j \left[\sum_c (K_{cj} * \mu_{cj}) \right] * \alpha_j$$

Onde:

K_{cj} : valor numérico para cada categoria de classificação do critério j (maior valor para as categorias menos desejáveis);

α_j : peso atribuído a cada critério j ($\sum_j \alpha_j = 1$);

Critérios de ordenamento



Exemplo:

Valor das categorias (K_j)	Critérios		
Categorias	Preço (c_1)	Consumo (c_2)	Velocidade (c_3)
Alto	3	3	1
Médio	2	2	2
Baixo	1	1	3
α_j	60%	30%	10%

$$S_{a_1} = [3 * 1 + 2 * 0 + 1 * 0] * 60\% + [3 * 1 + 2 * 0 + 1 * 0] * 30\% + [3 * 0 + 2 * 0,3 + 1 * 0,7] * 10\%$$

$$S_{a_1} = 2,83$$

$$S_{a_2} = [3 * 0,5 + 2 * 0,5 + 1 * 0] * 60\% + [3 * 0,5 + 2 * 0,5 + 1 * 0] * 30\% + [3 * 0 + 2 * 0,7 + 1 * 0,3] * 10\%$$

$$S_{a_2} = 2,67$$

$$S_{a_2} < S_{a_1} \therefore S_{a_2} \text{ é preferível a } S_{a_1}$$