

Exercício 1. Na produção de petróleo, a temperatura de destilação T (graus centígrados) é decisiva na determinação da qualidade do produto final. Suponha que T seja considerada uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre $(150, 300)$, ou seja, $f(x) = 1/150, 150 < x < 300$. Admita-se que produzir um galão de petróleo custe C_1 dólares. Se o óleo for destilado a uma temperatura menor do que 200°C , o produto é conhecido como nafta e se vende por C_2 dólares por galão. Se o óleo for destilado a uma temperatura maior que 200°C , o produto é denominado óleo refinado destilado e se vende por C_3 dólares o galão. Determinar o lucro líquido esperado (por galão).

Exercício 2. Suponha que um dispositivo eletrônico tenha uma duração de vida X (em unidades de 1000 horas), a qual é considerada como uma variável aleatória contínua, com fdp $f(x) = e^{-x}, x > 0$. Suponha que o custo de fabricação de um desses dispositivos seja \$2,00. O fabricante vende a peça por \$5,00, mas garante o reembolso total se $X \leq 0,9$. Qual será o lucro esperado por peça, pelo fabricante?

Exercício 3. Suponha que D , a demanda diária de uma peça, seja uma variável aleatória com fp $P(D = d) = C2^d/d!, d = 1, 2, 3, 4$.

- (a) Calcule C .
- (b) Calcule a demanda esperada.

Exercício 4. A demanda diária de arroz em um supermercado, em centenas de quilos, é uma variável aleatória X com função densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ -\frac{1}{3}x + 1 & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Qual a probabilidade, em um dia escolhido ao acaso, de se vender mais do que 150 Kg?
- (b) Em 30 dias, quanto o gerente do supermercado espera vender?
- (c) Qual a quantidade de arroz que deve ser deixada à disposição do público diariamente para que não falte o produto em 95% dos dias?

Exercício 5. Um alvo é constituído de três círculos concêntricos de raios $1/\sqrt{3}$, 1 e $\sqrt{3}$. Tiros dentro do círculo interior valem 4 pontos, dentro do anel seguinte valem 3 pontos, e dentro do anel exterior valem 2 pontos. Tiros fora do alvo valem zero. Seja R a variável aleatória que representa a distância do ponto de impacto ao centro do alvo. Suponha que a fdp de R seja $f(r) = 2/\pi(1 + r^2)$, $r > 0$. Calcule o valor esperado do escore depois de 5 tiros.

Exercício 6. Suponha que a variável aleatória contínua X tenha fdp $f(x) = 3xe^{-x^2}, x \geq 0$. Seja $Y = X^2$. Calcule $E(Y)$:

- (a) Diretamente, sem primeiro obter a fdp de Y .
- (b) Primeiramente, obtendo a fdp de Y .

Exercício 7. Suponha que X tenha fdp $f(x) = 8/x^3, x > 2$. Seja $W = (1/3)X$.

- (a) Calcule $E(W)$, empregando a fdp de W .
- (b) Calcule $E(W)$, sem empregar a fdp de W .

Exercício 8. Suponha que X e Y sejam variáveis aleatórias independentes, com as seguintes fdp

$$f(x) = 8/x^3, x > 2 \quad g(y) = 2y, 0 < y < 1.$$

- (a) Determine a fdp de $Z = XY$.
- (b) Obtenha $E(Z)$ por duas maneiras: (i) empregando a fdp de Z , como foi obtida em (a); (ii) Diretamente, sem empregar a fdp de Z .

Exercício 9. Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} c(1 - x^2) & \text{se } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Qual o valor de c ?
- (b) Obtenha a função distribuição acumulada de X .
- (c) Calcule $E(X)$ e $Var(X)$.

Exercício 10. O diâmetro de um cabo elétrico é uma variável aleatória com função densidade dada por

$$f(x) = \begin{cases} k(2x - x^2) & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor de k ?
- (b) Calcule $E(X)$ e $Var(X)$.
- (c) Calcule a probabilidade de X estar no intervalo $[0, 1/2]$.

Exercício 11. Seja X uma variável aleatória com a seguinte função distribuição de probabilidade

x	-3	6	9
$f(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Calcule $E[(2X + 1)^2]$ e $Var(5X + 3)$.

Exercício 12. Para o lançamento de dois dados equilibrados, defina duas variáveis aleatórias. Seja X o número de vezes que aparece a face 2 e Y igual a 0 se a soma for par e 1, caso contrário.

- (a) Determine a função de probabilidade conjunta de X e Y .
- (b) Calcule $E(X)$, $E(Y)$ e $E(X + Y)$.
- (c) Verifique se X e Y são independentes.
- (d) Calcule o coeficiente de correlação entre X e Y .

Exercício 13. Considere a seguinte função de probabilidade conjunta de X e Y .

$X \mid Y$	-3	2	4
1	0,1	0,2	0,2
3	0,3	0,1	0,1

Verifique se X e Y são independentes e encontre $E(X + Y)$.

Exercício 14. A função de probabilidade do vetor aleatório (X, Y) é dada a seguir

$Y X$	0	1	2
0	1/12	1/60	7/40
1	1/8	1/12	1/30
2	1/24	1/24	1/4
3	1/12	1/40	1/24

Calcule:

- (a) $P(X = 0 | 1 \leq Y < 3)$
 (b) $E(X | Y = 3)$ (d) $Cov(X, Y)$
 (c) $Var(X + Y)$ (e) $\rho(X, Y)$

Exercício 15. Sejam X e Y variáveis aleatórias com função de probabilidade conjunta dada por

$Y X$	1	2	3
0	0,02	0	0
1	0,2	0,08	0,05
2	0,1	0,2	0,15
3	0	0,1	0,1

Calcule:

- (a) X e Y são independentes?
 (b) $E(Y/X)$ (d) $Cov(X, Y)$
 (c) $Var(X)$ e $Var(Y)$ (e) $\rho(X, Y)$

Exercício 16. Considere um jogo no qual pode-se ganhar 0, 1 ou 2 reais; ou perder 2 ou 1 real, com as seguintes probabilidades especificadas a seguir

X	-2	-1	0	1	2
$P(X = x)$	0,2	0,1	0,4	0,1	0,2

- (a) Calcule a função geradora de momentos de X .
 (b) Empregando a f.g.m. encontre o ganho esperado nesse jogo.
 (c) Verifique se a média calculada pela f.g.m. é igual a média calculada pela definição.

Exercício 17. As probabilidades de que o aluno no período das provas tenha uma ou duas provas, no mesmo dia são 0.70 e 0.30, respectivamente. A probabilidade de que deixe de fazer uma prova, por razões diversas é 0.20. O tempo de duração de cada prova é de 90 minutos. Considere a variável aleatória X como sendo o *tempo total gasto*, por dia, que ele use fazendo as provas. Encontre

- (a) A distribuição de probabilidade de X .
 (b) A função geradora de momentos.
 (c) Usando a f.g.m. determine $E(X)$ e $Var(X)$.

Exercício 18. Suponha X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Determine a função geradora de momentos de X .