$3^{\underline{a}}$ LISTA DE EXERCÍCIOS DE PROBABILIDADE I - SME0800

Professora Juliana Cobre

Exercício 1. Suponha que a tabela seguinte represente a distribuição de probabilidade conjunta do vetor aleatório discreto (X, Y). Calcule todas as distribuições marginais e condicionais.

$Y \mid X$	1	2	3
1	1/12	1/6	0
2	0	1/9	1/5
3	1/18	1/4	2/15

Exercício 2. A função de probabilidade conjunta entre as variáveis aleatórias X e Y é apresentada na próxima tabela.

$X \mid Y$	-2	0	2	4
-1	0,1	0,2	0,1	0,2
1	0,2	0	0,1	0,1

(a) Obtenha as funções de probabilidade marginais das variáveis.
(b) X e Y são independentes?

Exercício 3. Suponhamos que X e Y tenham distribuição conjunta dada pela seguinte tabela:

$X \mid Y$	1	2	3
1	0	$\frac{1}{5}$	0
2	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
3	0	$\frac{1}{5}$	0

(a) Determine as distribuições marginais de X e Y.
(b) Qual a função de probabilidade condicional de X dado Y?
(c) X e Y são independentes?

Exercício 4. Na caixa I existem duas bolas numeradas 0 e 1, enquanto que a caixa II contém duas bolas numeradas -1 e 0. Uma bola é retirada aleatoriamente de cada caixa, de forma independente uma da outra. A esse experimento, associamos as variáveis aleatórias: X: número da bola retirada na caixa I, Y: soma dos valores das duas bolas retiradas, e Z: diferença, em módulo, desses valores.

(a) Determine a função de probabilidade conjunta entre X e Y e entre Y e Z.
(b) Verifique X e Y são independentes. Idem para Y e Z.

Exercício 5. Determine o valor de k de modo que a seguinte função represente uma distribuição de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias X e Y:

$$P(X = x, Y = y) = kxy, \text{ para } x = 1, 2, 3 \text{ e } y = 1, 2, 3.$$

Exercício 6. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional discreta com a seguinte função de probabilidade

$$P(X = x_i, Y = y_j) = \begin{cases} \frac{2x_i + y_j}{42} & \text{se } x_i = 0, 1, 2 \text{ e} \\ & \quad y_j = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Obtenha a tabela da distribuição de probabilidade conjunta.

Exercício 7. Considere a frase: "Para mais saúde pratique mais esporte". Escolha ao acaso uma palavra dessa frase e considere as variáveis aleatórias V: número de vogais e C: número de consoantes.

(a) Determine a conjunta de V e C.
(b) Obtenha as funções de probabilidade marginais.
(c) As variáveis são independentes? Justifique.

Exercício 8. Uma urna contém três bolas brancas e duas bolas azuis. Realizam-se três extrações, sem reposição. Sejam X o número de bolas brancas obtidas e Y o número de bolas azuis extraídas antes de obter a primeira bola branca. Determine a função de probabilidade conjuntas de X e Y, bem como as marginais.

Exercício 9. A diretoria de uma organização feminina é formada por quatro mulheres solteiras, três divorciadas, duas viúvas e uma casada. Uma comissão de três pessoas é escolhida ao acaso para elaborar folhetos de propaganda da organização. Sejam X e Y o número de mulheres solteiras e viúvas na comissão, respectivamente.

(a) Determine a função de probabilidade conjunta de X e Y, bem como as marginais.
(b) Calcule a probabilidade de que pelo menos uma viúva integre a comissão.
(c) Qual a probabilidade de que haja na comissão mais solteiras que viúvas?

Exercício 10. Sejam $U = Y^2$ e $V = X + Y$, com função de probabilidade conjunta entre X e Y dada na tabela a seguir:

$X \mid Y$	0	1	2
-1	1/12	1/6	1/3
1	1/6	1/4	0

(a) Obtenha a cojunta U e V.
(b) Calcule $P(U = 4|V = 1)$.

Exercício 11. Considere duas variáveis aleatórias discretas A e B. Admita que A assume somente valores a_1, a_2, e a_3, enquanto B os valores b_1 e b_2. Sabemos que:

$$P(A = a_1) = 0,2; \; P(A = a_3) = 0,5; \; P(B = b_1) = 0,6;$$

$$P(A = a_1, B = b_1) = 0,12; \text{ e } P(B = b_2|A = a_3) = 0,5.$$

(a) Construa a tabela de dupla entrada entre A e B.
(b) As variáveis são independentes? Justifique.
(c) Calcule $P(A = a_2|B = b_1)$.

Exercício 12. Considere o experimento de jogar dois tetraedros com cada lado rotulado de 1 a 4. Seja X o valor do lado voltado para baixo relativo ao primeiro tetraedro e Y o maior valor entre os dois lados voltados para baixo. Encontre a f.d.a. conjunta $F_{X,Y}$ do vetor aleatório (X, Y).

Exercício 13. Duas moedas equilibradas são lançadas de forma independentes e definimos as variáveis aleatórias X e Y da seguinte forma: X é o número de caras obtidos nos dois lançamentos e Y a função indicadora de faces iguais nos dois lançamentos. Encontre a f.d.p. conjunta do vetor aleatório (X, Y) e a sua f.d.a..